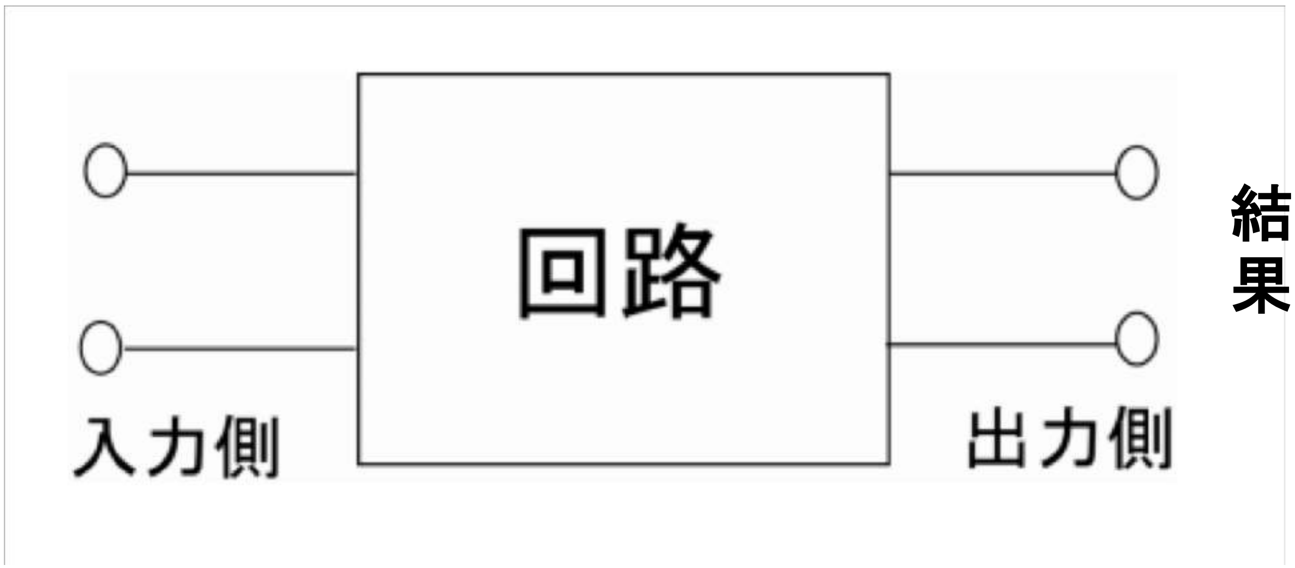
システムの表現

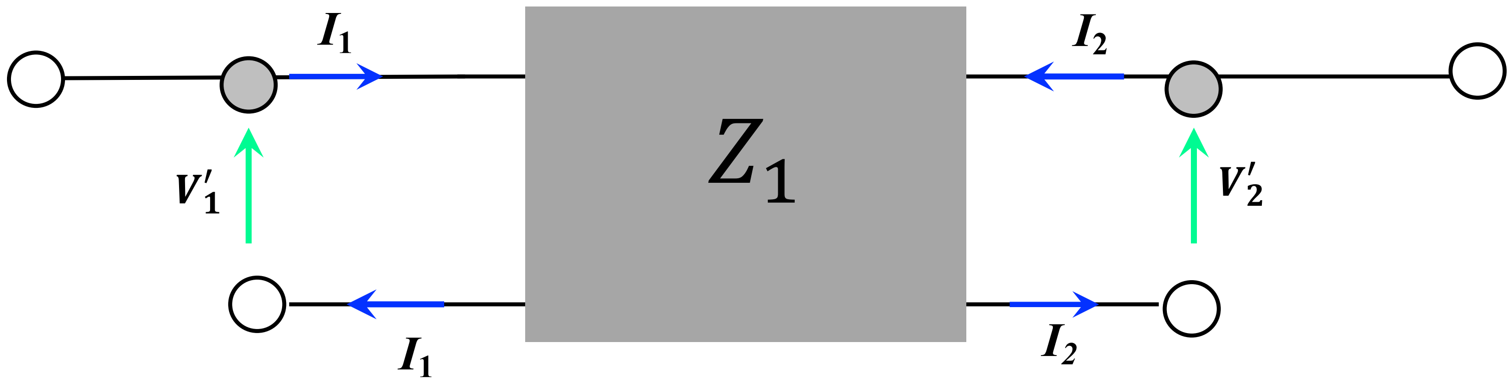
原因

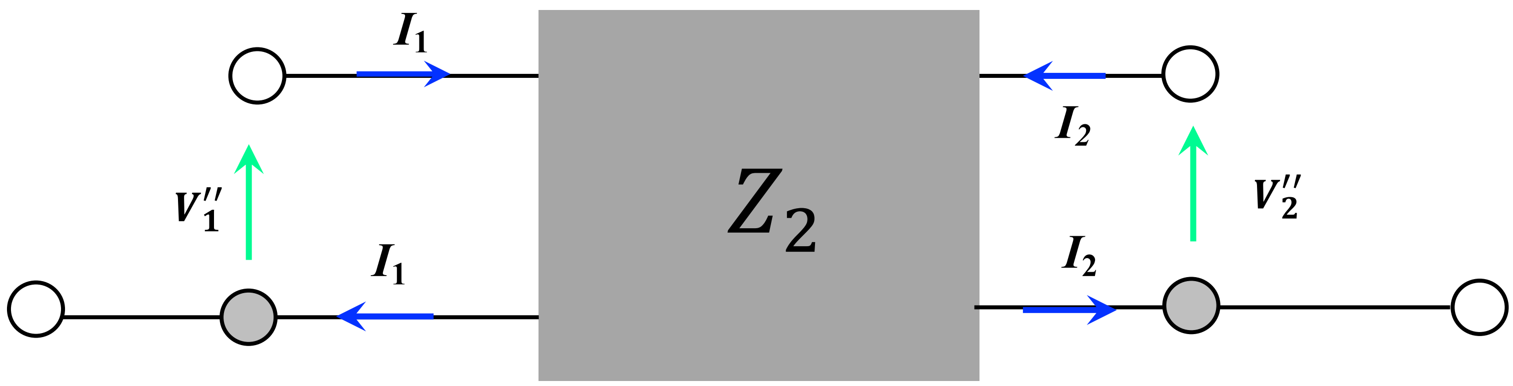


結果

2端子対回路の接続

回路網1

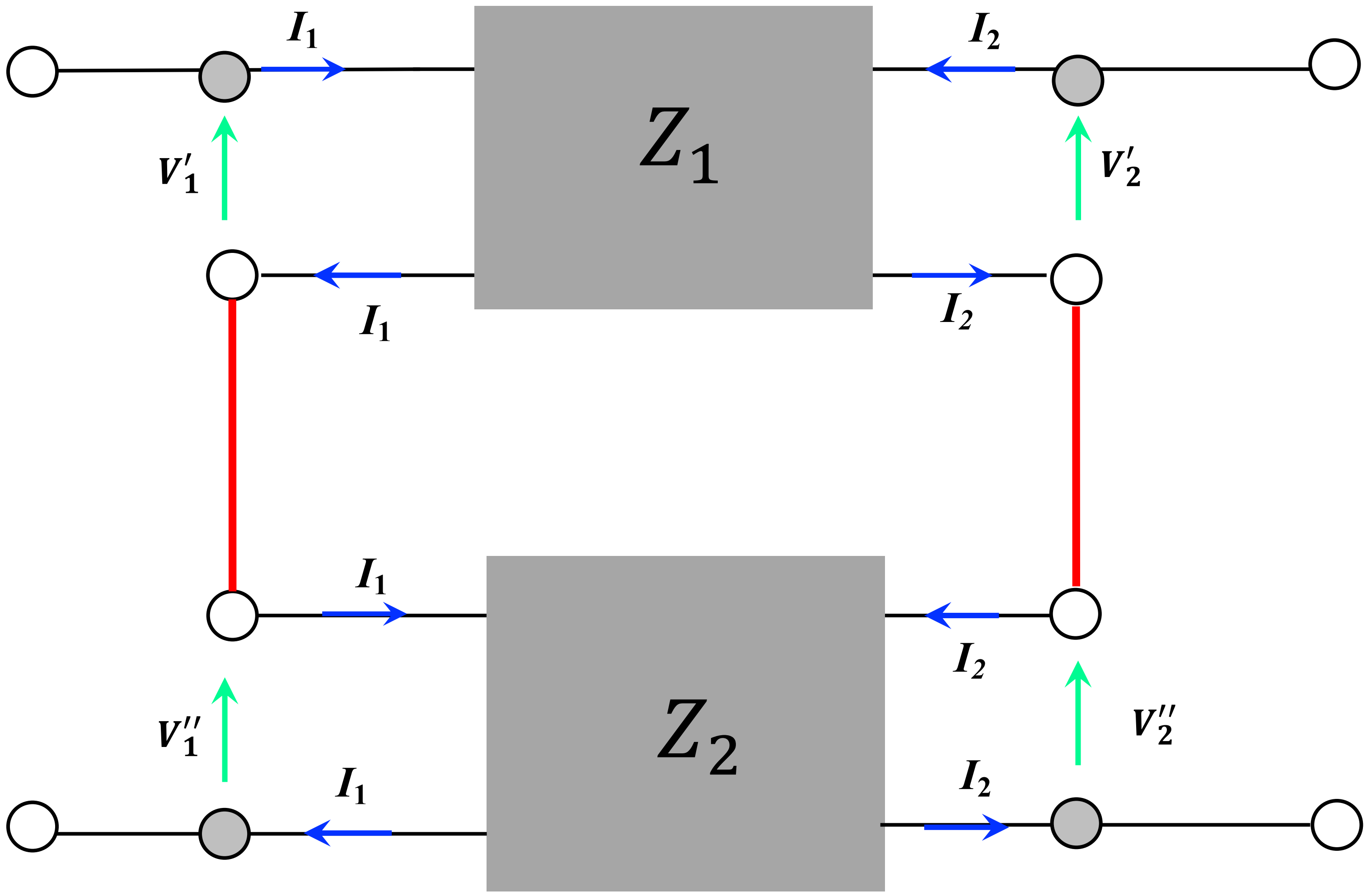




回路網2

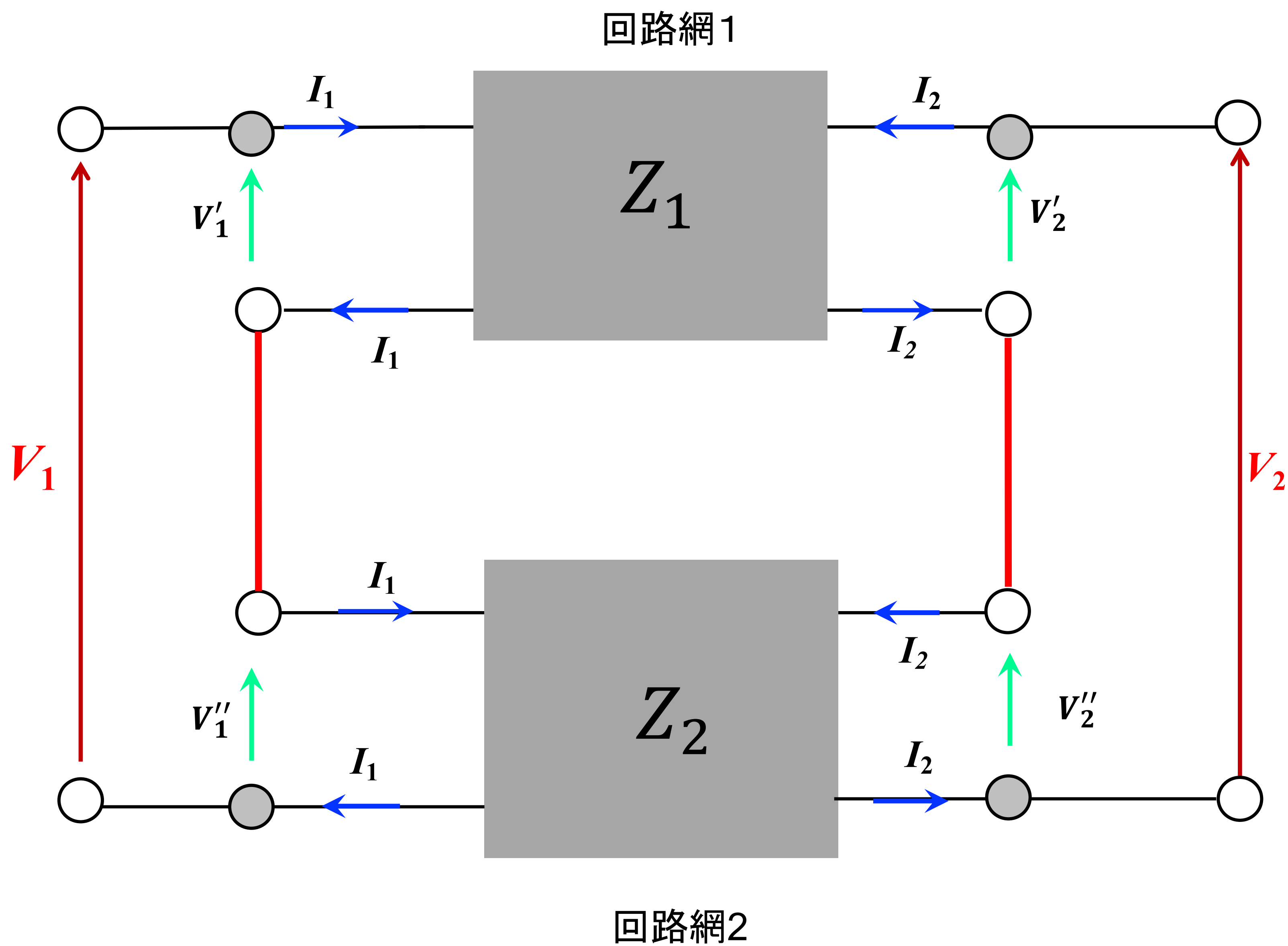
2端子対回路の直列接続

回路網1



回路網2

2端子対回路の直列接続



2端子対回路の直列接続

$$\begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \end{bmatrix} = [Z_1] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} V_1'' \\ V_2'' \end{bmatrix} = [Z_2] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

入力側および出力側において、2つの回路網の電圧の足し算を行うと、義のようになる

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1'' \\ V_2'' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [Z_1] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + [Z_2] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = ([Z_1] + [Z_2]) \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

2端子対回路の直列接続

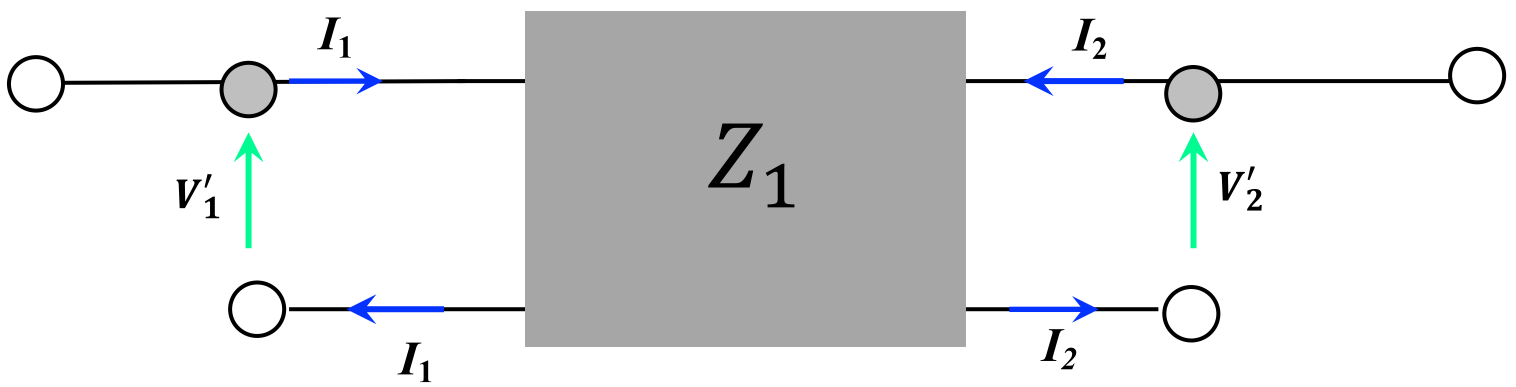
2つの2端子対回路を直列接続した回路網全体のZ行列はそれぞれの2端子対回路の和で与えられる。

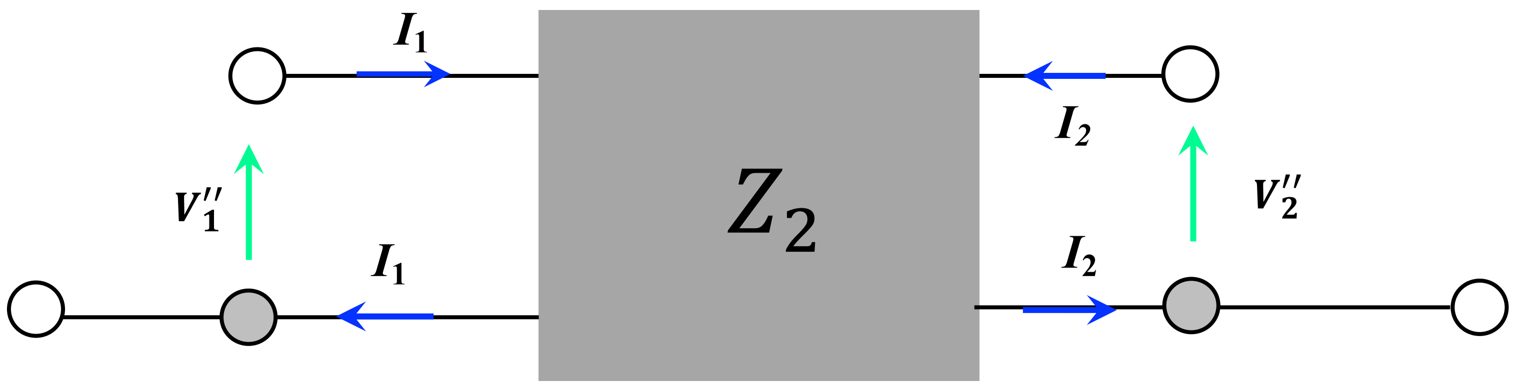
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = ([Z_1] + [Z_2]) \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = ([Z]) \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$[Z] = [Z_1] + [Z_2]$$

回路網1

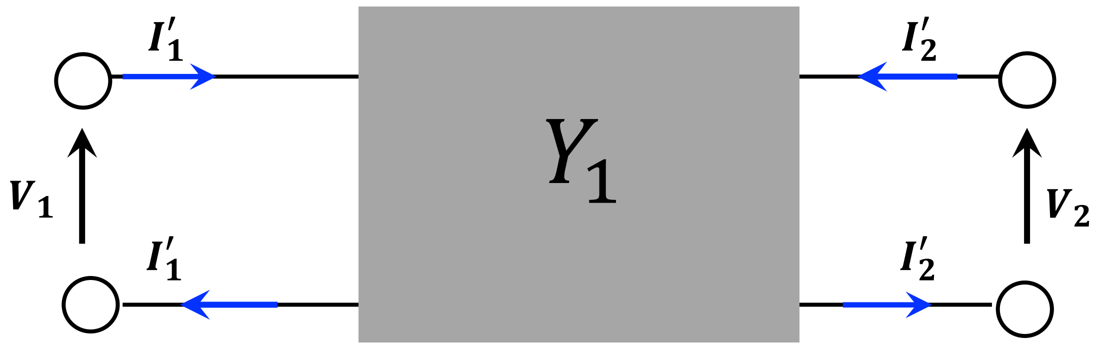


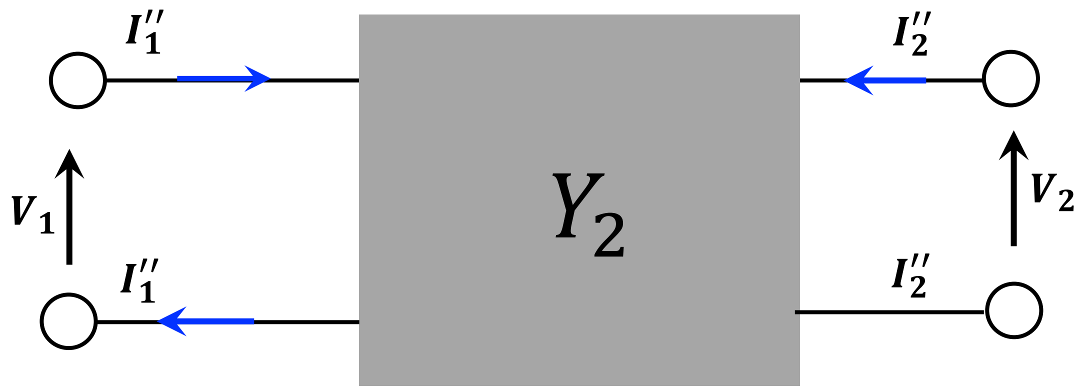


回路網2

2端子対回路の並列接続

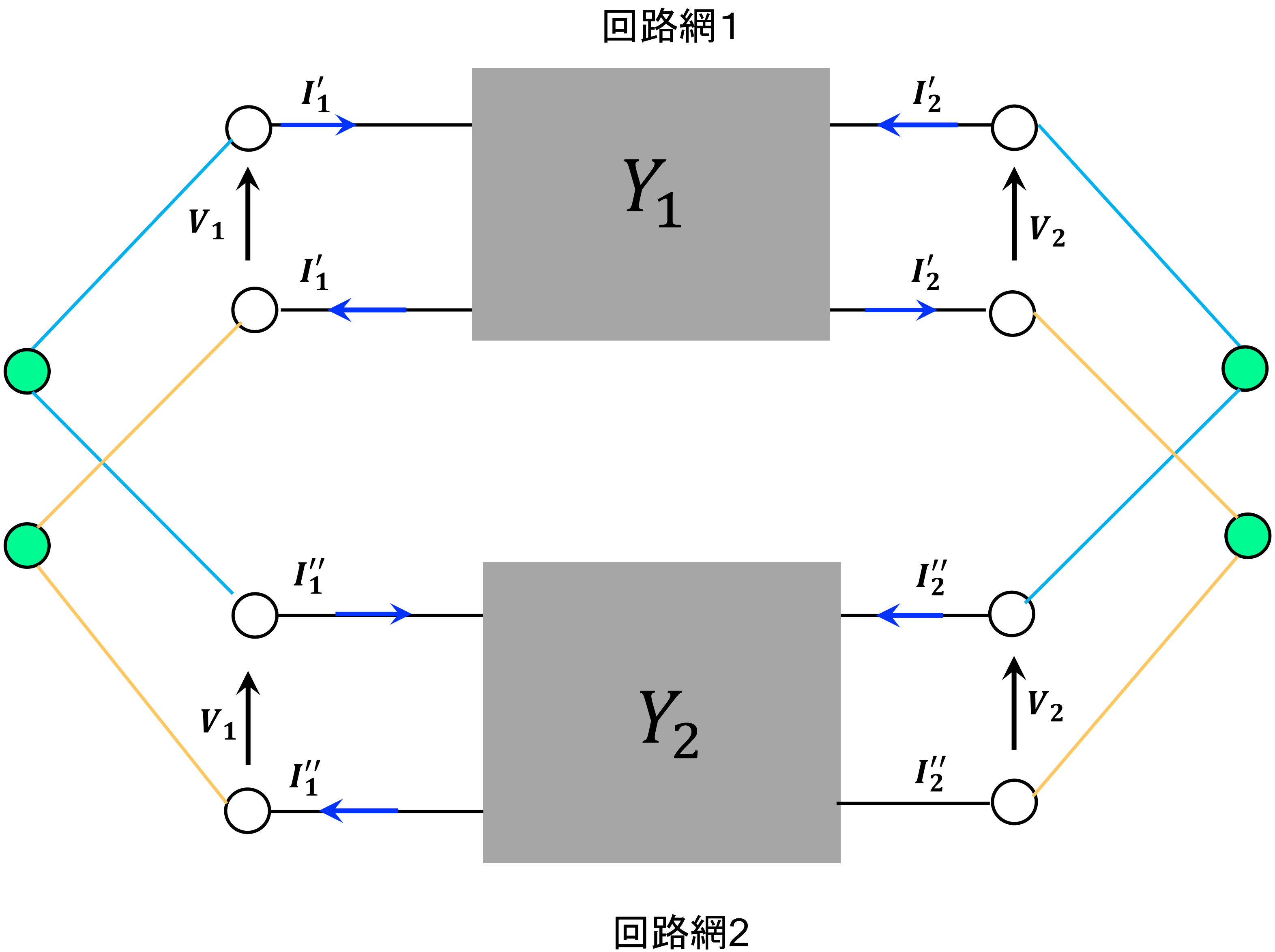
回路網1



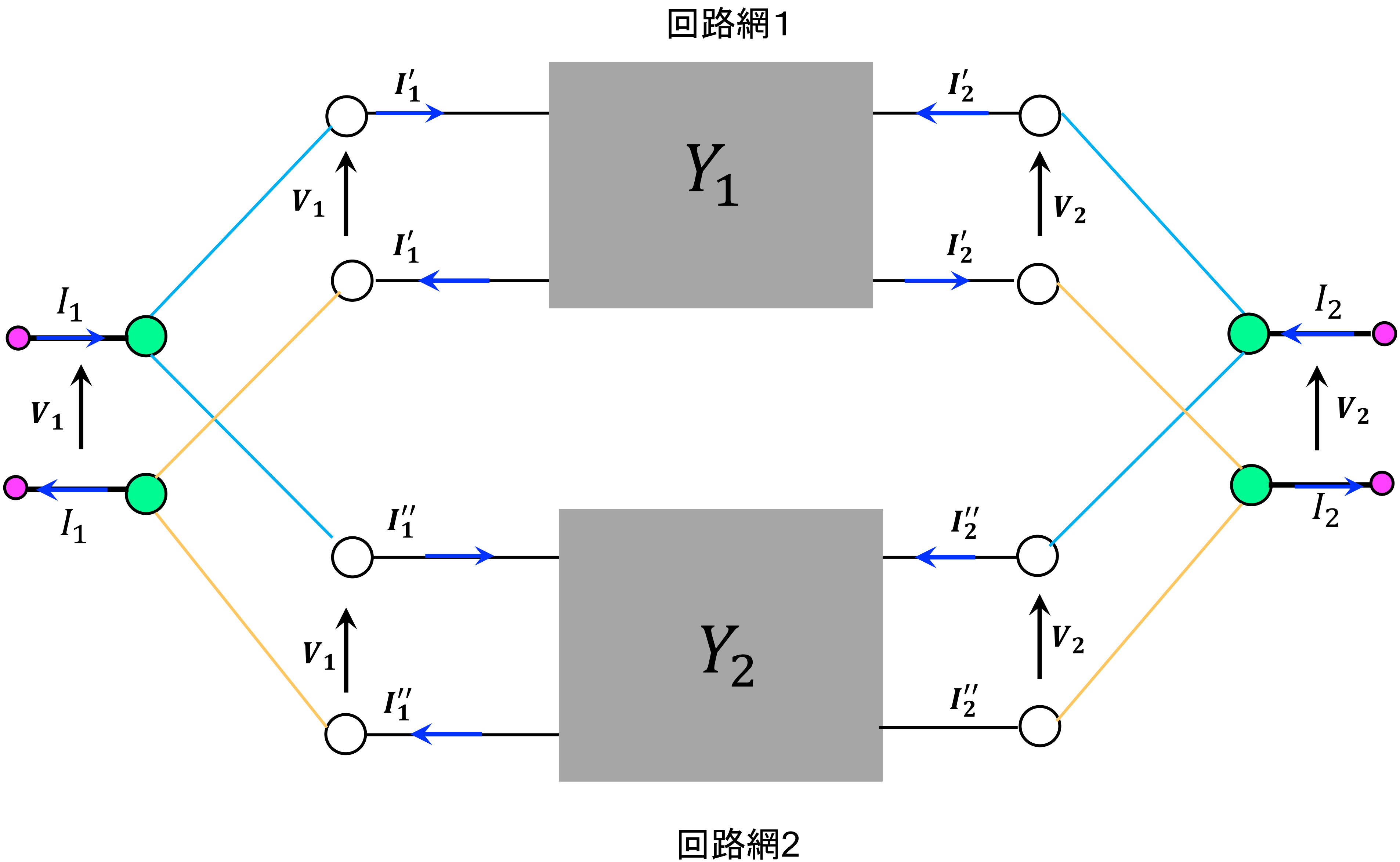


回路網2

2端子対回路の並列接続



2端子対回路の並列接続



$$\begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} = [Y_1] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix} = [Y_2] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

入力側および出力側において、2つの回路網の電圧の足し算を行うと、義のようになる

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1'' \\ I_2'' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [Y_1] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + [Y_2] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = ([Y_1] + [Y_2]) \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

2端子対回路の並列接続

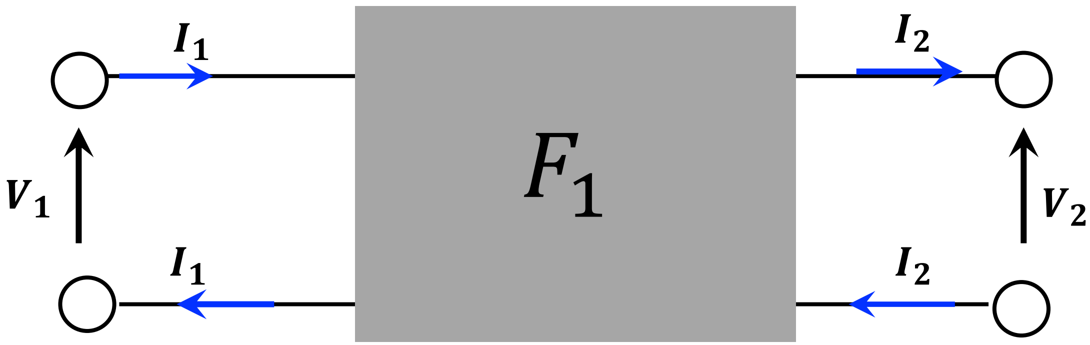
2つの2端子対回路を並列接続した回路網全体のY行列はそれぞれの2端子対回路の和で与えられる。

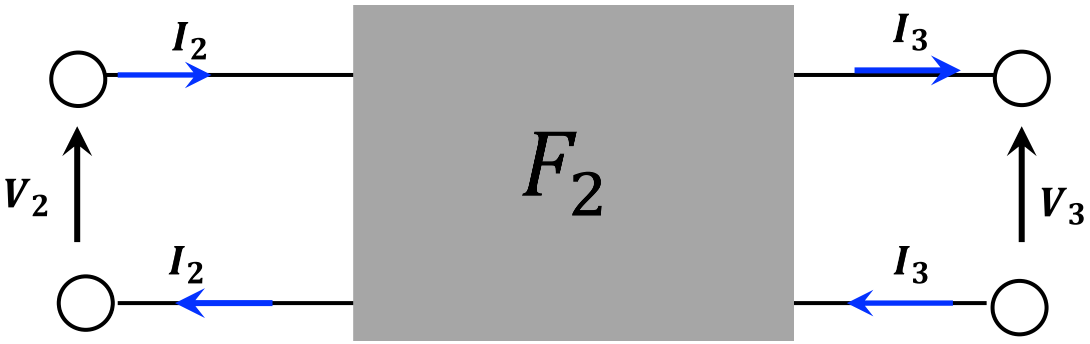
$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = ([Y_1] + [Y_2]) \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = ([Y]) \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

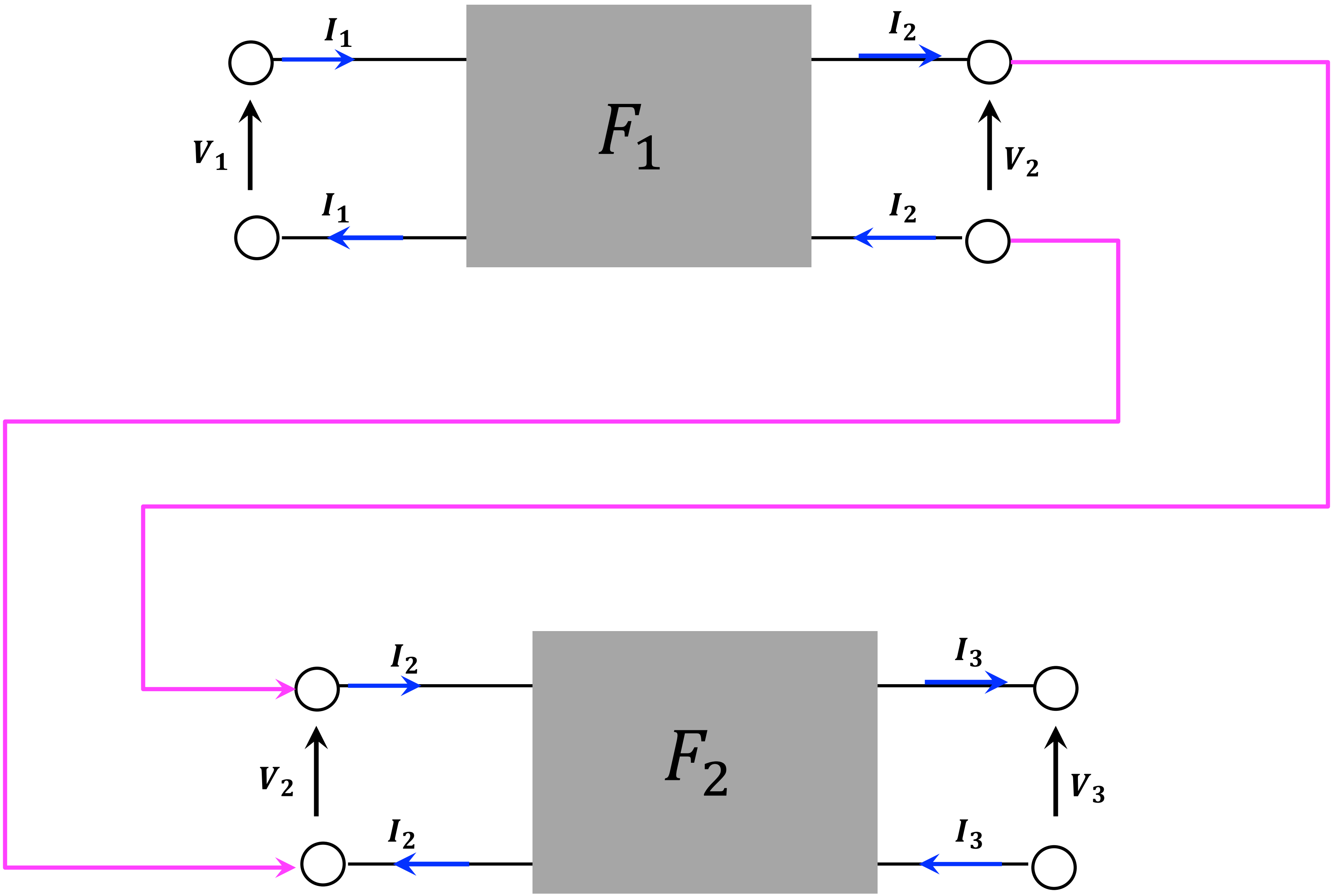
$$[Y] = [Y_1] + [Y_2]$$

2端子対回路の縦続接続

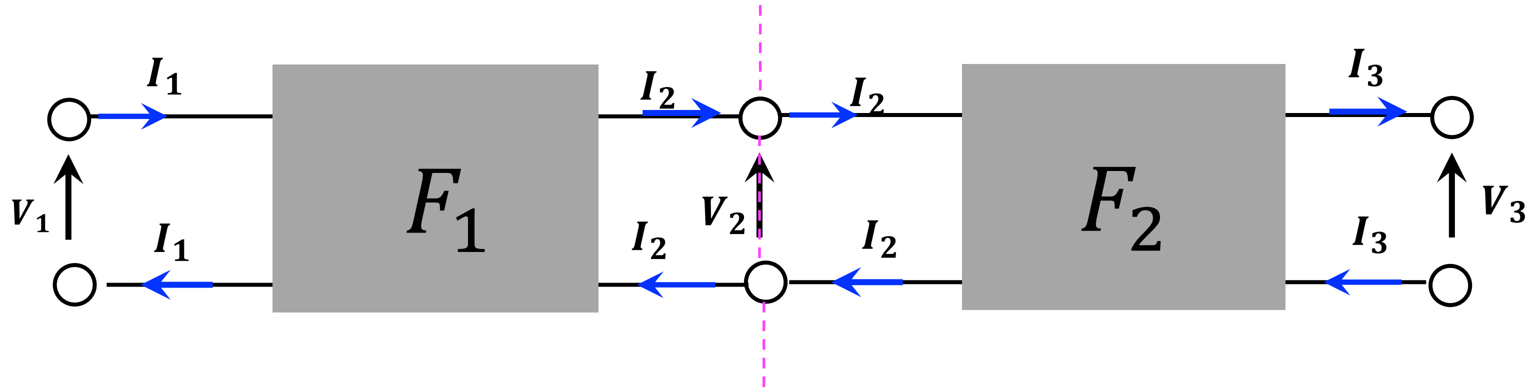




2端子対回路の縦続接続



2端子対回路の縦続接続



$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [F_1] \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = [F_2] \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [F_1][F_2] \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

2端子対回路の縦続接続

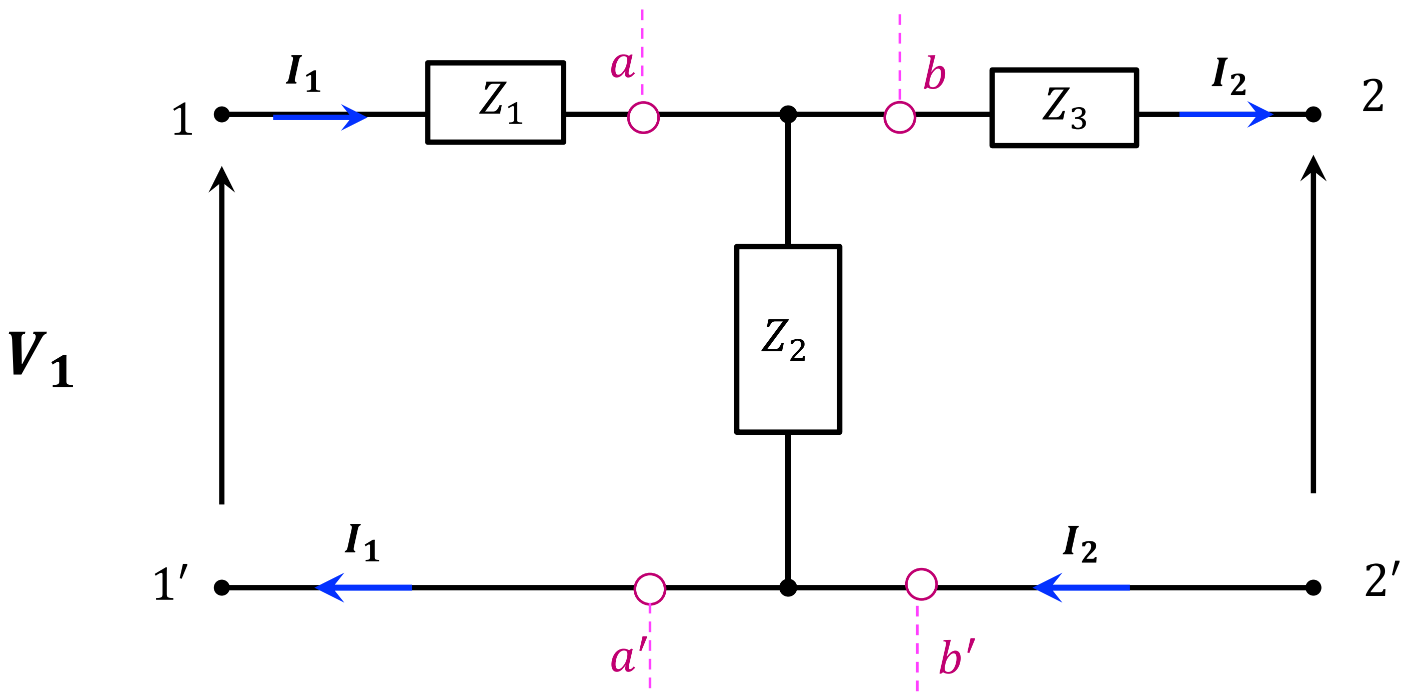
2つの2端子対回路を縦続接続した回路網全体のF行列はそれぞれの2端子対回路F行列の積で与えられる。

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [F_1][F_2]\begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [F_1][F_2][F_3]\cdots[F_n]\begin{bmatrix} V_n \\ I_n \end{bmatrix}$$

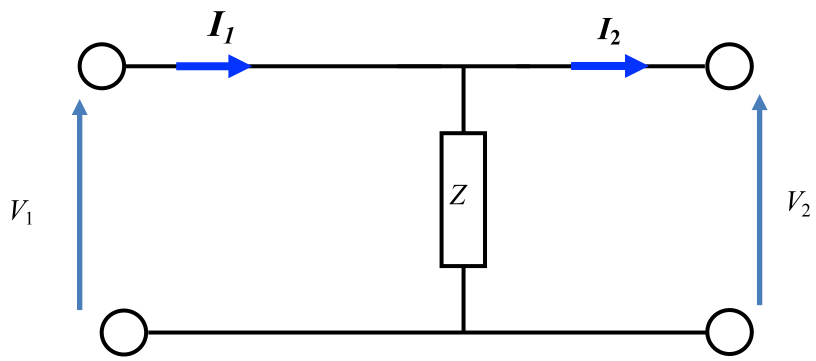
$$[F] = [F_1][F_2][F_3]\cdots[F_n]$$

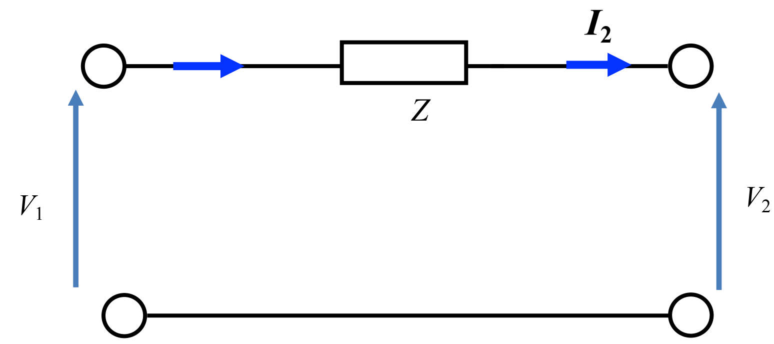
例題



上図の回路を端子$a-a'$より左側の部分、端子$a-a'$と端子$b-b'$で囲まれる真ん中の部分、および端子$b-b'$より右側の部分の、これらの3つの縦続接続出ると考える。各部分のF行列を求め、その回路全体のF行列を求めよ。

例題



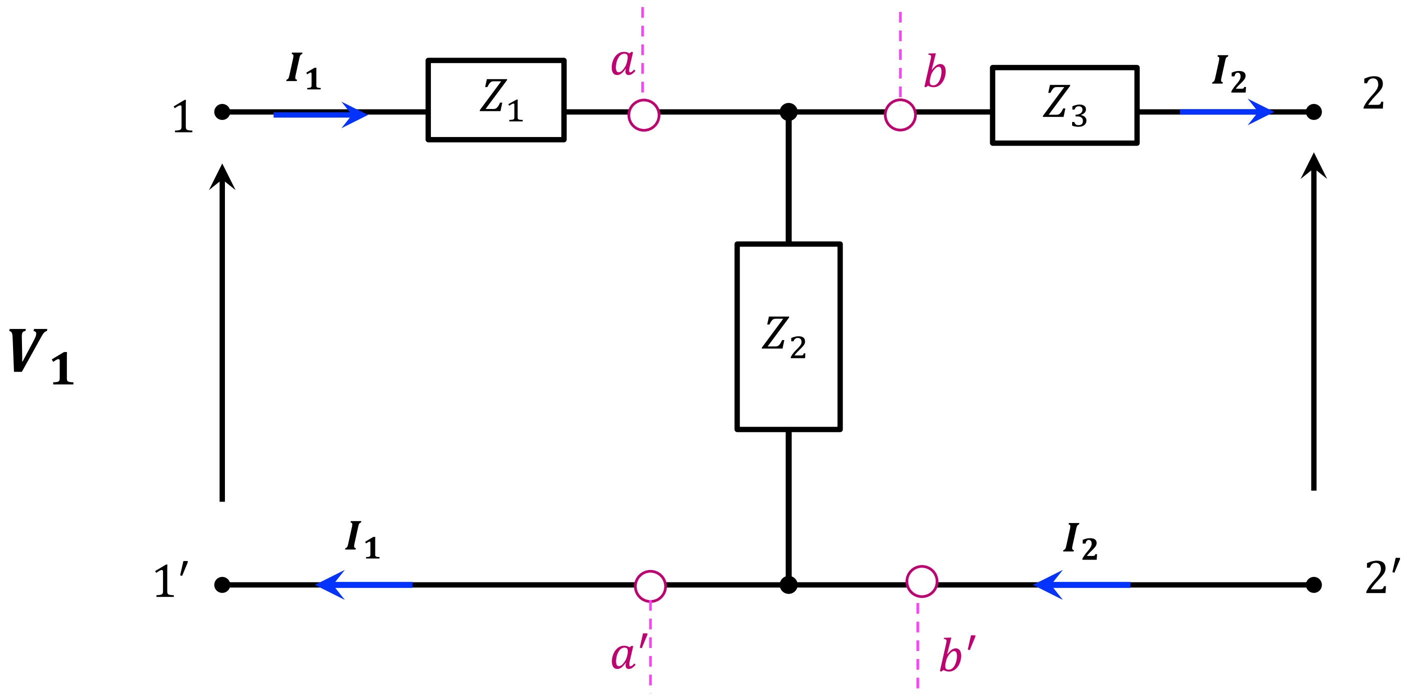


$A = 1 \quad B = 0 \quad C = \frac{1}{Z} \quad D = 1$

$A = 1 \quad B = Z \quad C = 0 \quad D = 1$

$$[F] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/z & 1 \end{bmatrix}$$

$$[F] = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$[F_1] = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [F_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_2 & 1 \end{bmatrix} \quad [F_3] = \begin{bmatrix} 1 & Z_3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

回路全体のF行列:

$$[F]$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

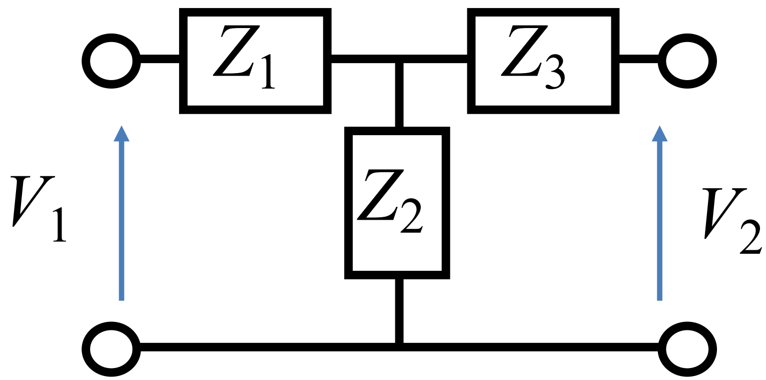
$$= \begin{bmatrix} 1 + Z_1/Z_2 & Z_1 \\ 1/Z_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 + Z_1/Z_2 & Z_3 + Z_1(Z_3/Z_2 + 1) \\ 1/Z_2 & Z_3/Z_2 + 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{Z_2}\begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_2Z_3 + Z_1Z_3 + Z_1Z_2 \\ 1 & Z_2 + Z_3 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{Z_2}\begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & (Z_1 + Z_2)(Z_2 + Z_3) - Z_2Z_2 \\ 1 & Z_2 + Z_3 \end{bmatrix}$$

Z行列の導出



$$\mathrm{Z}=\begin{bmatrix} Z_1+Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & Z_2+Z_3 \end{bmatrix}$$

$$Z_{21}=Z_2 \qquad Z_{11}=Z_1+Z_2$$

$$Z_{12}=Z_2 \qquad Z_{22}=Z_2+Z_3$$

$$=\frac{1}{Z_2}\begin{bmatrix} Z_1+Z_2 & Z_2Z_3+Z_1Z_3+Z_1Z_2 \\ 1 & Z_2+Z_3 \end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{Z_2}\begin{bmatrix} Z_1+Z_2 & (Z_1+Z_2)(Z_2+Z_3)-Z_2Z_2 \\ 1 & Z_2+Z_3 \end{bmatrix}$$

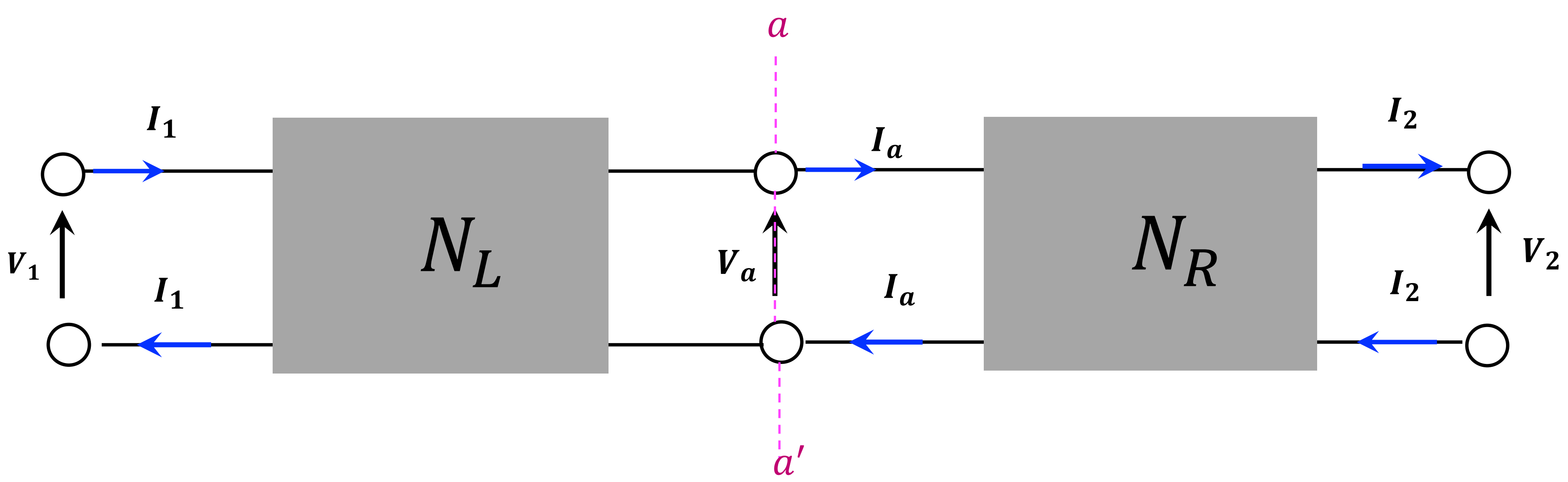
$$=\frac{1}{Z_{21}}\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{11}Z_{22}-Z_{21}Z_{12} \\ 1 & Z_{22} \end{bmatrix}$$

Z行列 → F行列の変換

$$[F] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

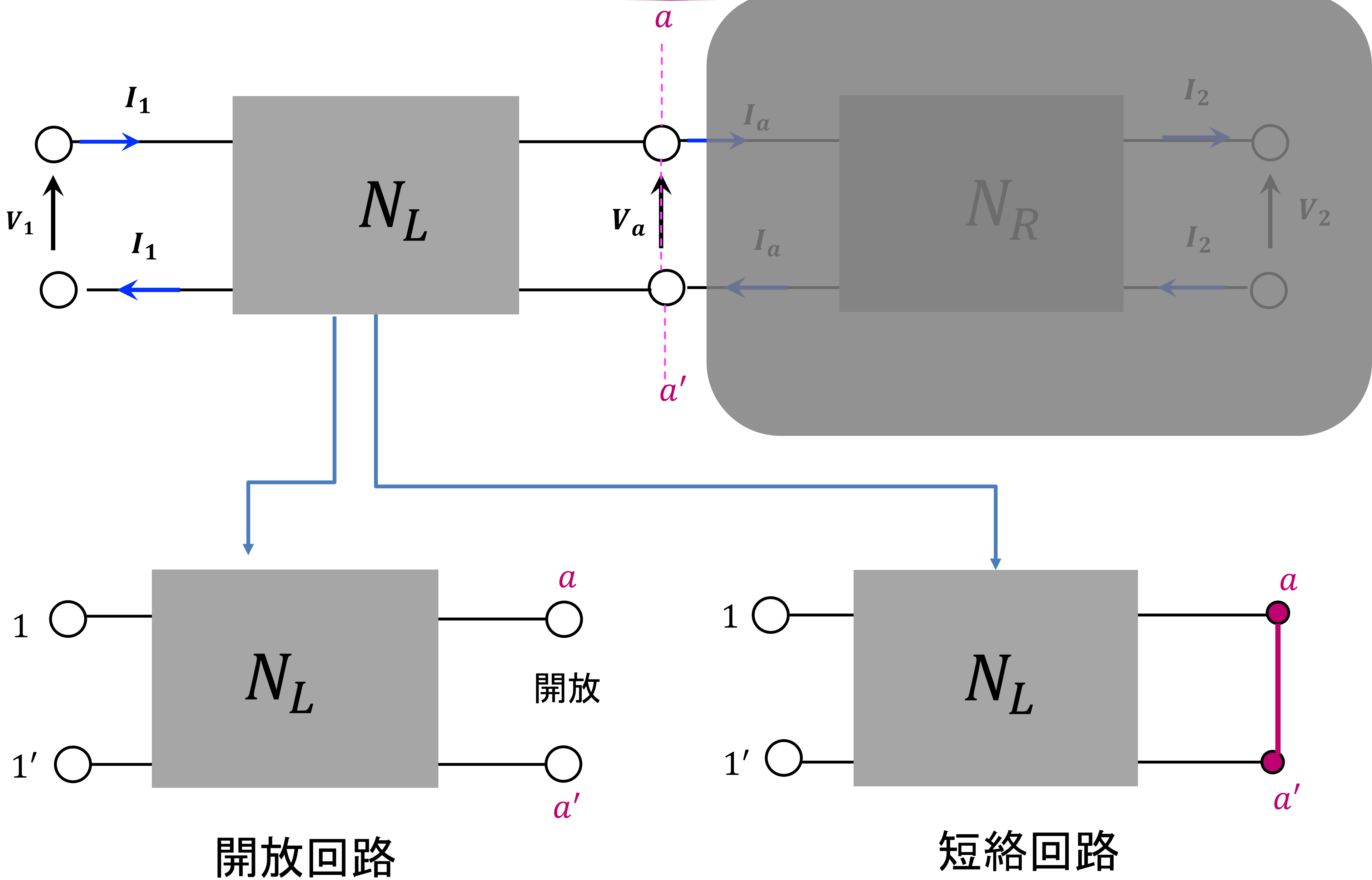
$$[F] = \frac{1}{Z_{21}} \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{22}Z_{11} - Z_{21}Z_{12} \\ 1 & Z_{22} \end{bmatrix}$$

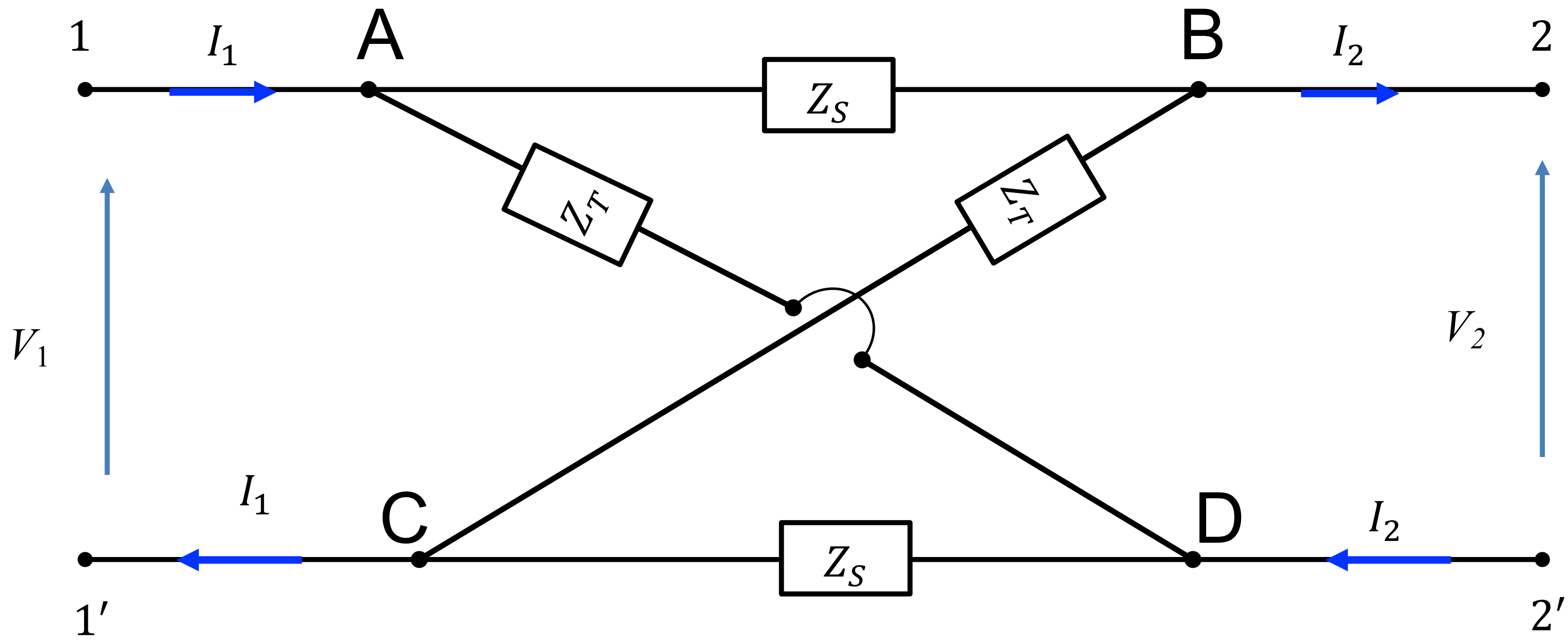
二等分定理



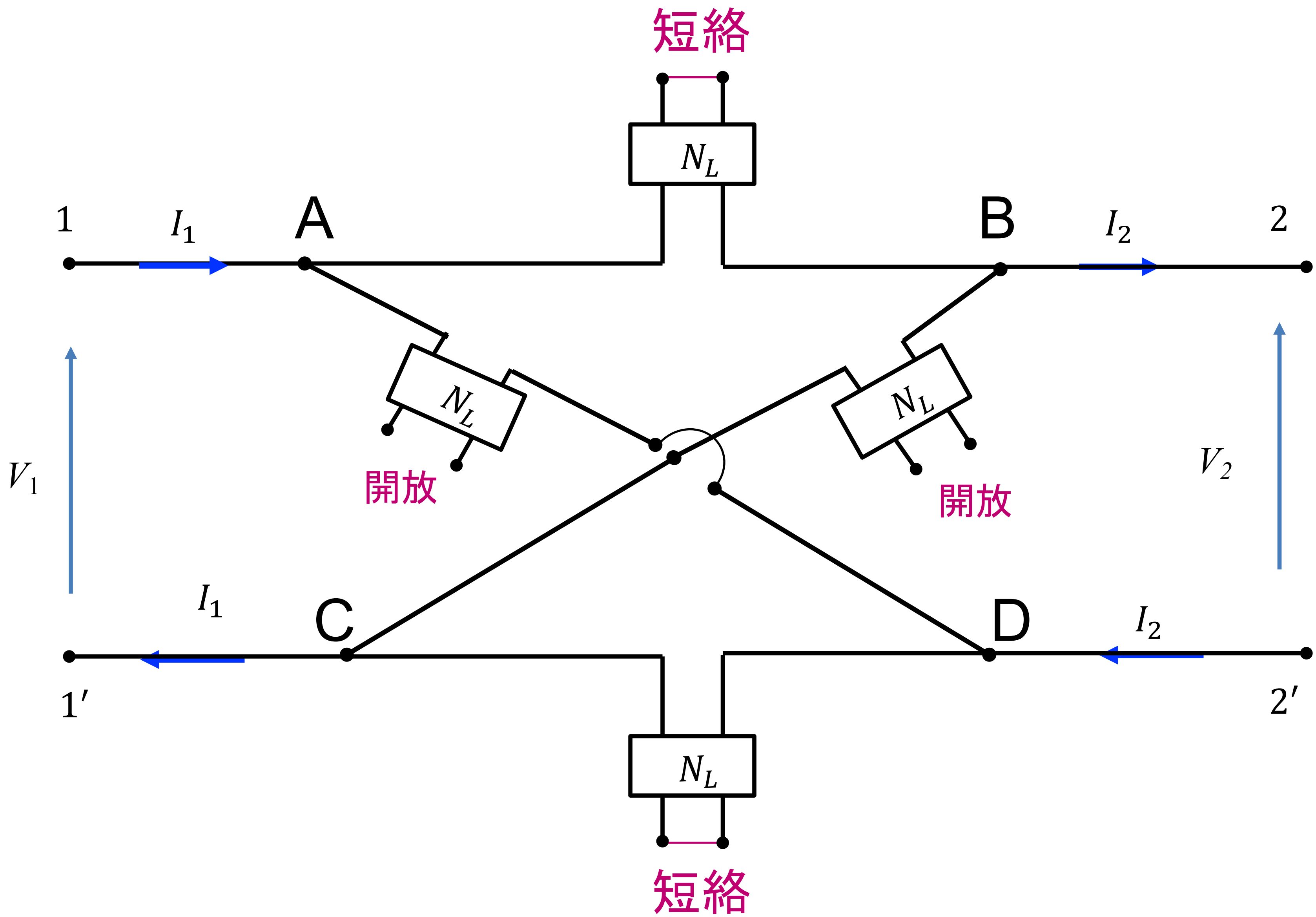
軸対称2端子対回路

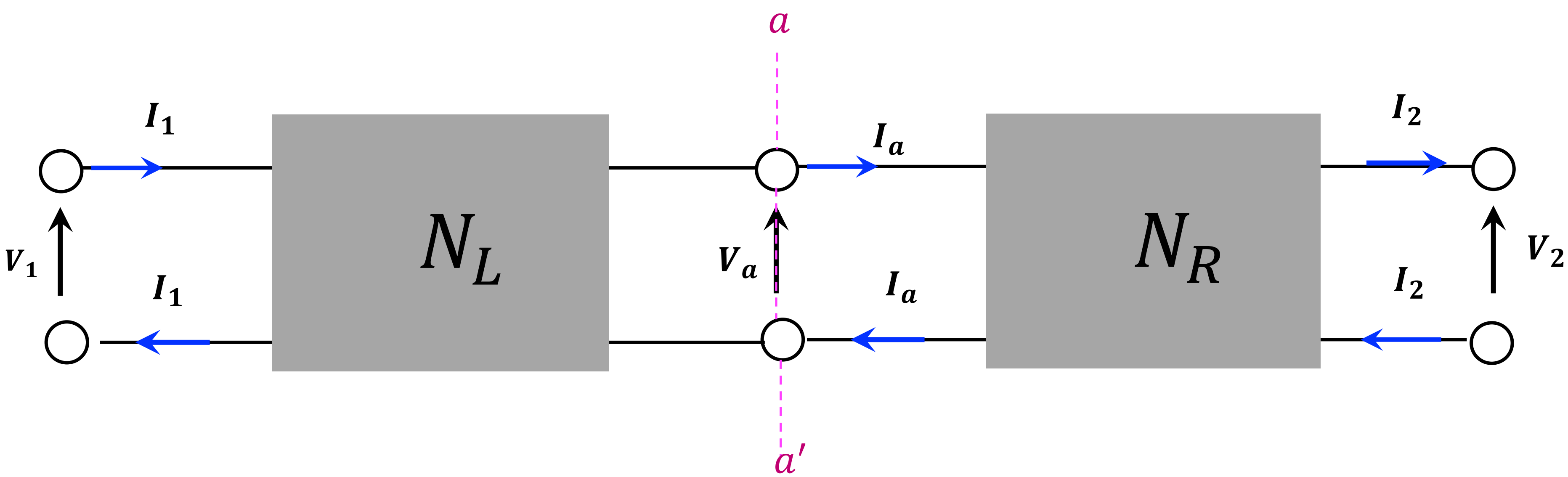
二等分定理





$$F = \begin{bmatrix} \dfrac{Z_T + Z_S}{Z_S - Z_T} & \dfrac{2Z_S Z_T}{Z_T - Z_s} \\ \dfrac{2}{Z_T - Z_S} & \dfrac{Z_T + Z_S}{Z_S - Z_T} \end{bmatrix}$$


短絡
N_L
1
I_1
A
B
I_2
2
N_L
N_L
開放
開放
V_1
V_2
I_1
C
D
I_2
1′
2′
N_L
短絡



$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_L & B_L \\ C_L & D_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ I_a \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_L & B_L \\ C_L & D_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ -I_a \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_L & B_L \\ C_L & D_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ -I_a \end{bmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ -I_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_L & B_L \\ C_L & D_L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ -I_a \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} D_L & B_L \\ -C_L & A_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

$\Delta = 1$を用いると

$$V_a = D_L V_2 + B_L I_2$$

$$I_a = C_L V_2 + A_L I_2$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ I_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_L & B_L \\ C_L & A_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_L & B_L \\ C_L & D_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ I_a \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} V_a \\ I_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_L & B_L \\ C_L & A_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_L & B_L \\ C_L & D_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_L & B_L \\ C_L & A_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

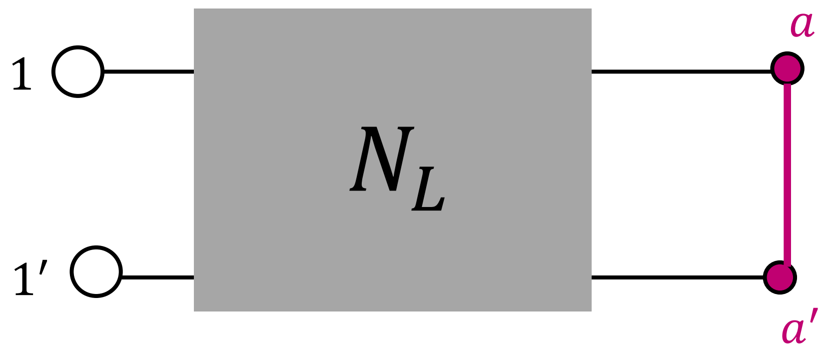
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_L D_L + B_L C_L & 2A_L B_L \\ 2C_L D_L & A_L D_L + B_L C_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

開放回路

$$I_a = 0$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_L & B_L \\ C_L & D_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$V_1 = A_L V_a \qquad I_1 = C_L V_a \qquad Z_{open} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{A_L}{C_L}$$



短絡回路

$$V_a = 0$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_L & B_L \\ C_L & D_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I_a \end{bmatrix}$$

$$V_1 = B_L I_a \qquad I_1 = D_L I_a \qquad Z_{short} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{B_L}{D_L}$$

$$\boldsymbol{Z_T} = Z_{open} = \frac{A_L}{C_L} \qquad \boldsymbol{Z_S} = Z_{short} = \frac{B_L}{D_L}$$

$$\boldsymbol{Z_T} + \boldsymbol{Z_S} = \frac{A_L}{C_L} + \frac{B_L}{D_L} = \frac{A_L D_L + B_L C_L}{C_L D_L}$$

$$\boldsymbol{Z_T} - \boldsymbol{Z_S} = \frac{A_L}{C_L} - \frac{B_L}{D_L} = \frac{A_L D_L - B_L C_L}{C_L D_L} = \frac{1}{C_L D_L}$$

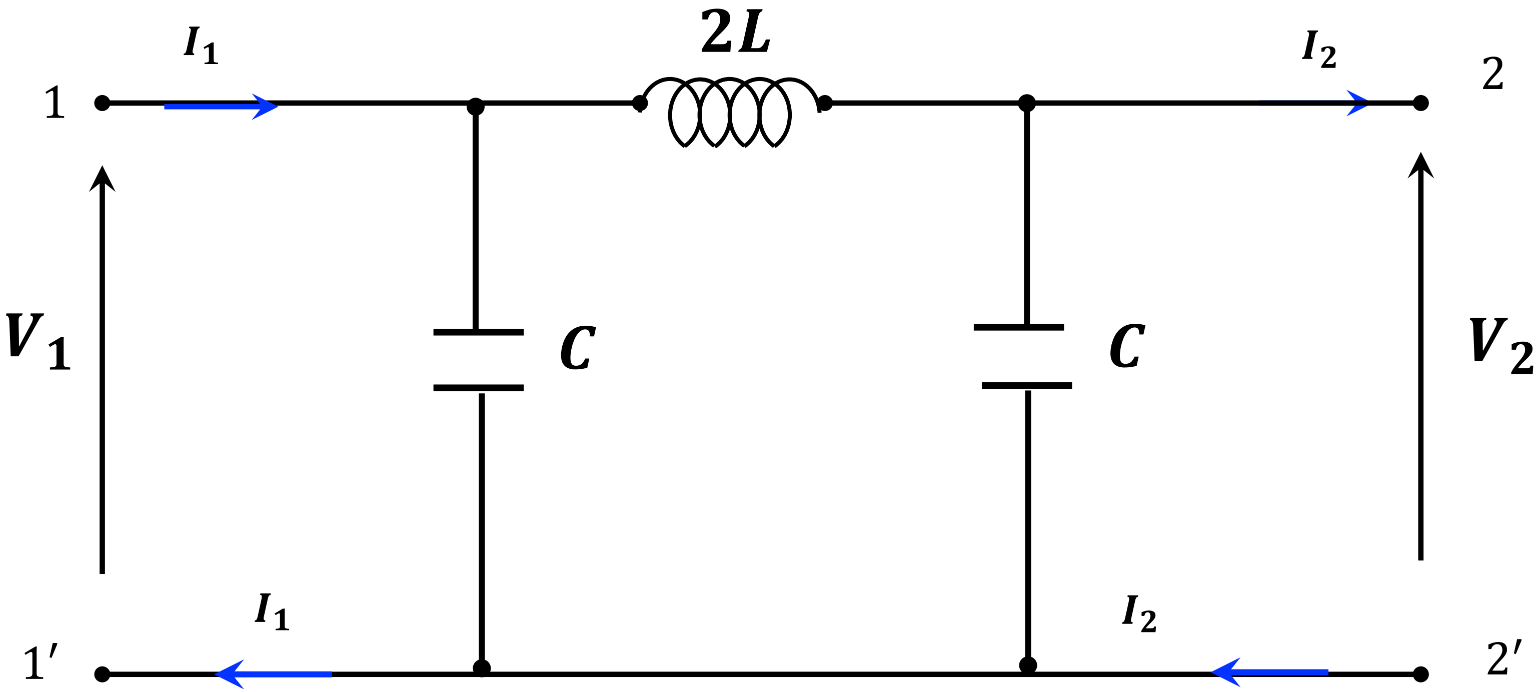
$$\boldsymbol{Z_T Z_S} = \frac{A_L B_L}{C_L D_L}$$

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} \dfrac{\boldsymbol{Z_T} + \boldsymbol{Z_S}}{\boldsymbol{Z_S} - \boldsymbol{Z_T}} & \dfrac{\boldsymbol{2Z_S Z_T}}{\boldsymbol{Z_T} - \boldsymbol{Z_s}} \\ \dfrac{\boldsymbol{2}}{\boldsymbol{Z_T} - \boldsymbol{Z_S}} & \dfrac{\boldsymbol{Z_T} + \boldsymbol{Z_S}}{\boldsymbol{Z_S} - \boldsymbol{Z_T}} \end{bmatrix}$$

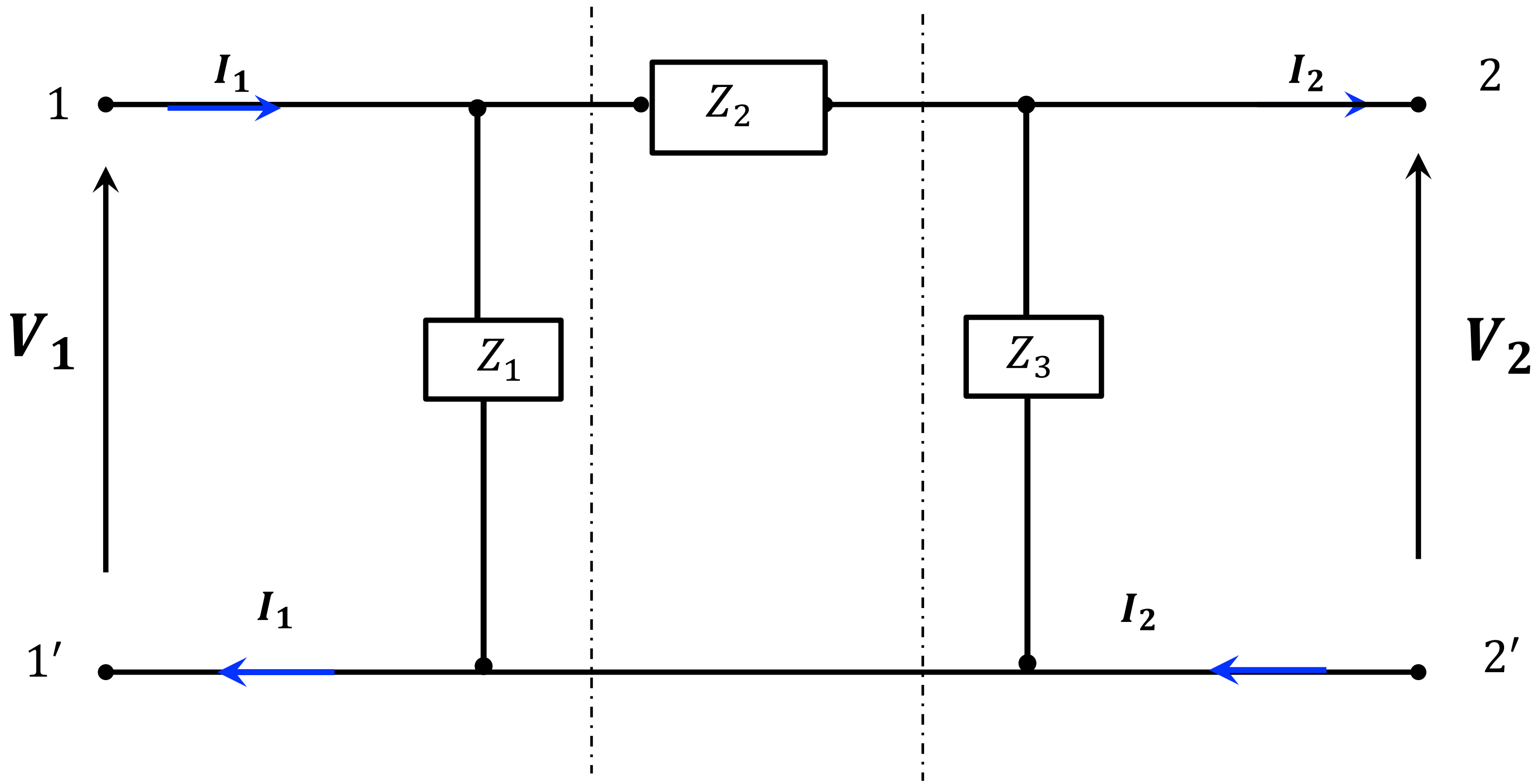
$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} A_L D_L + B_L C_L & \mathbf{2} A_L B_L \\ \mathbf{2} C_L D_L & A_L D_L + B_L C_L \end{bmatrix}$$

F行列の結果が一致することがわかる

例題

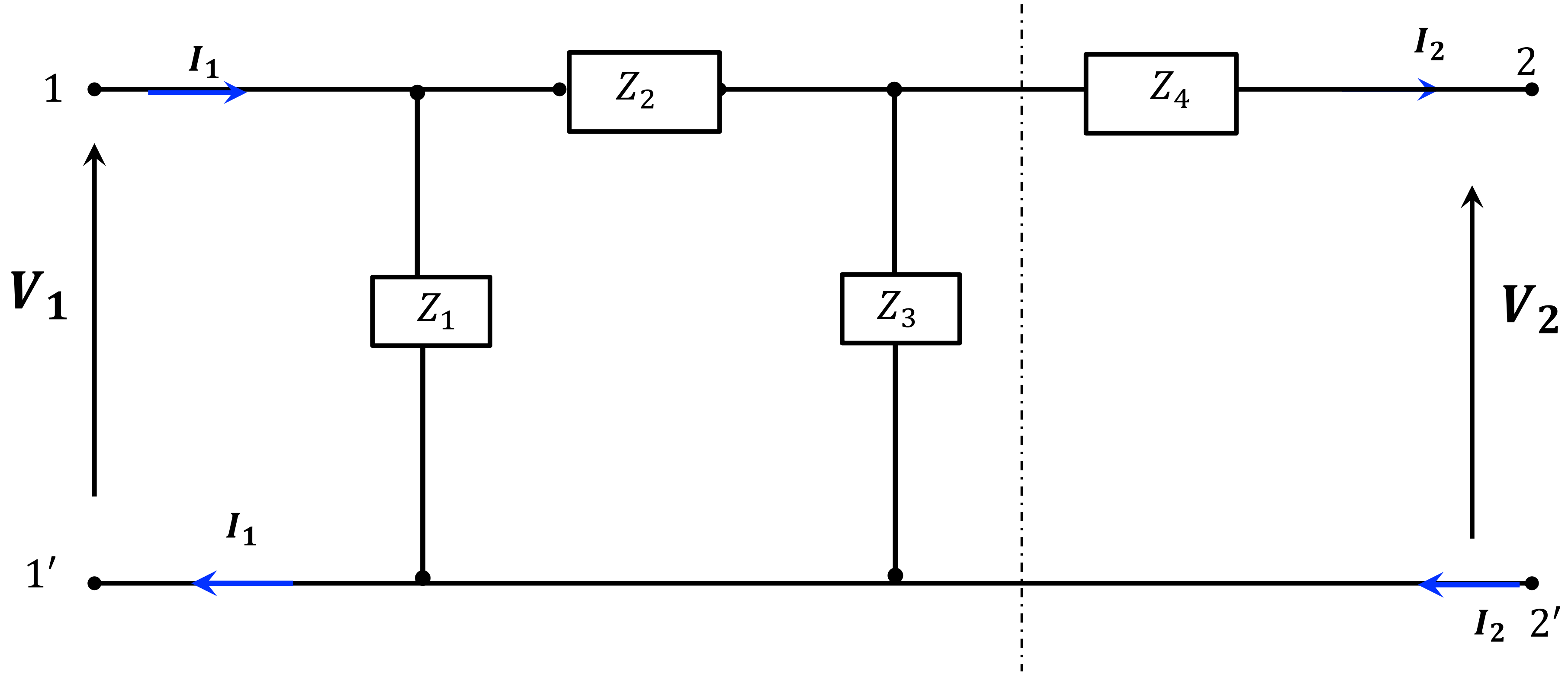


例題



図に示している回路を、点線のように分割し三つの縦続接続であると考える。各部分のF行列を求め、その後、回路全体のF行列を求めよ

例題



図に示している回路全体のF行列を求めよ

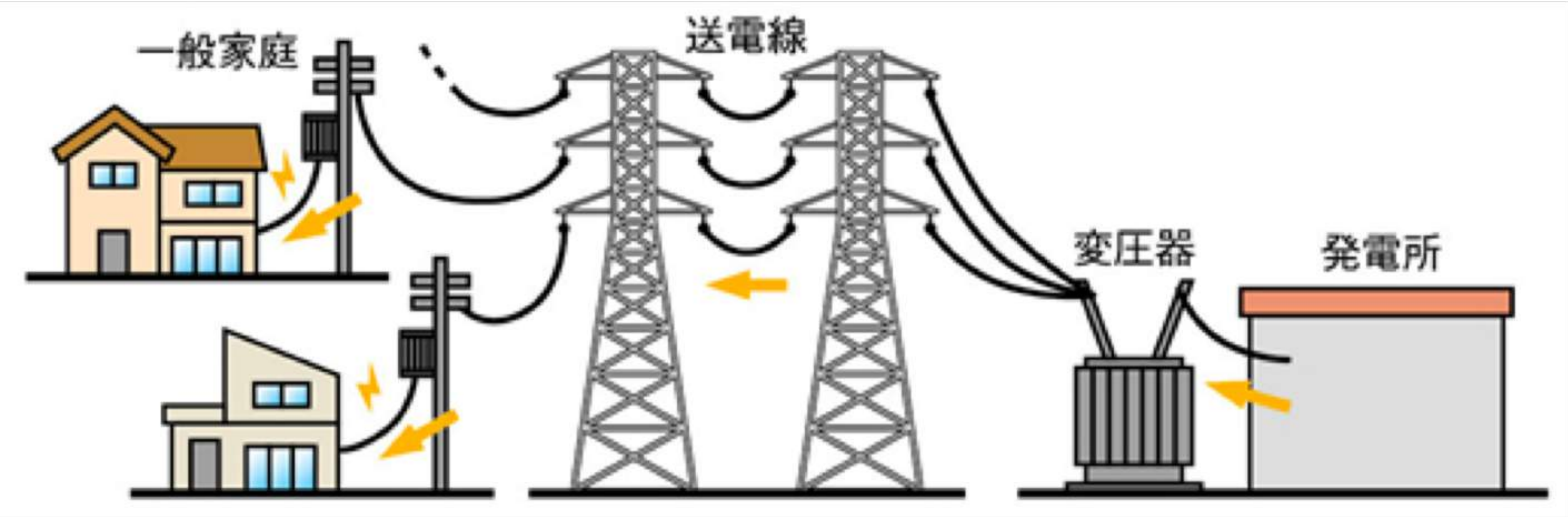
分布定数回路

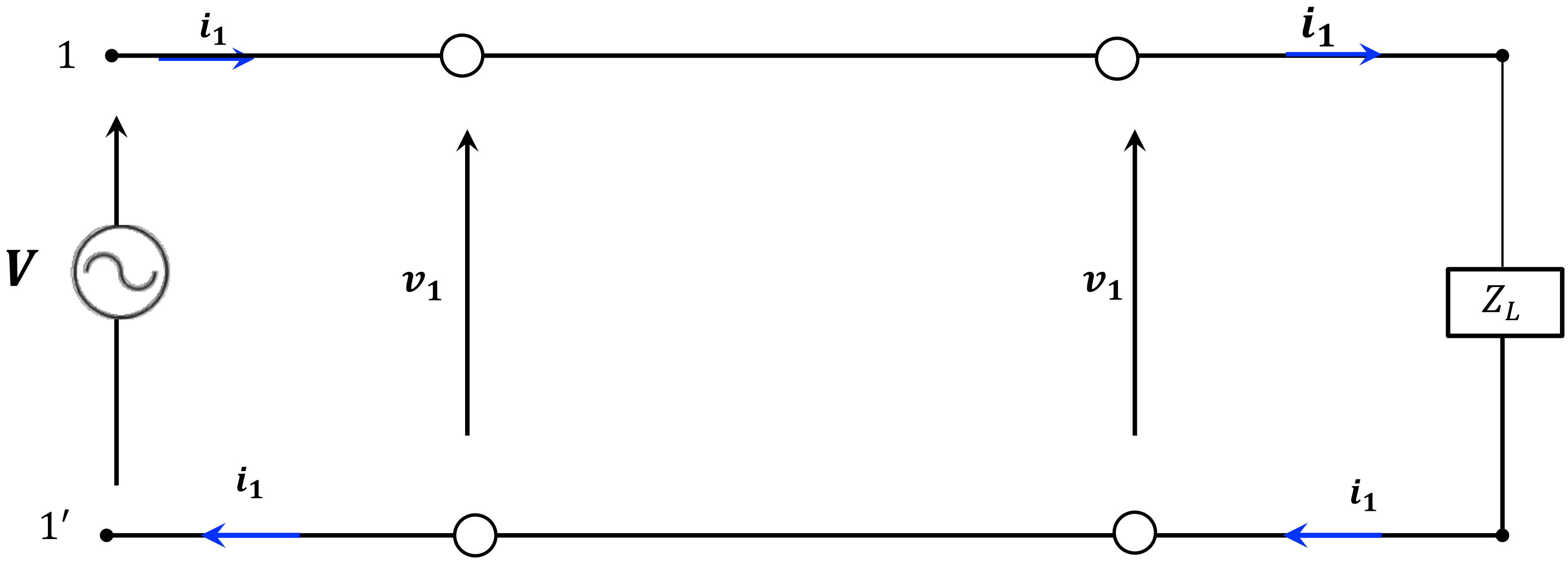
集中定数回路:

今まで扱ってき回路においては、
コイルやコンデンサなどの素子
の電気特性を考え、これらの素
子間を接続する導線の電気特
性は無視してきた。

分布定数回路:

電気信号や電力などを伝送する現実の線路においては、導線自体の持つ素子特性を無視できず、これらの特性が導線の全体に渡って分布して存在しているものとして扱う必要がある。このような考え方は分布定数回路

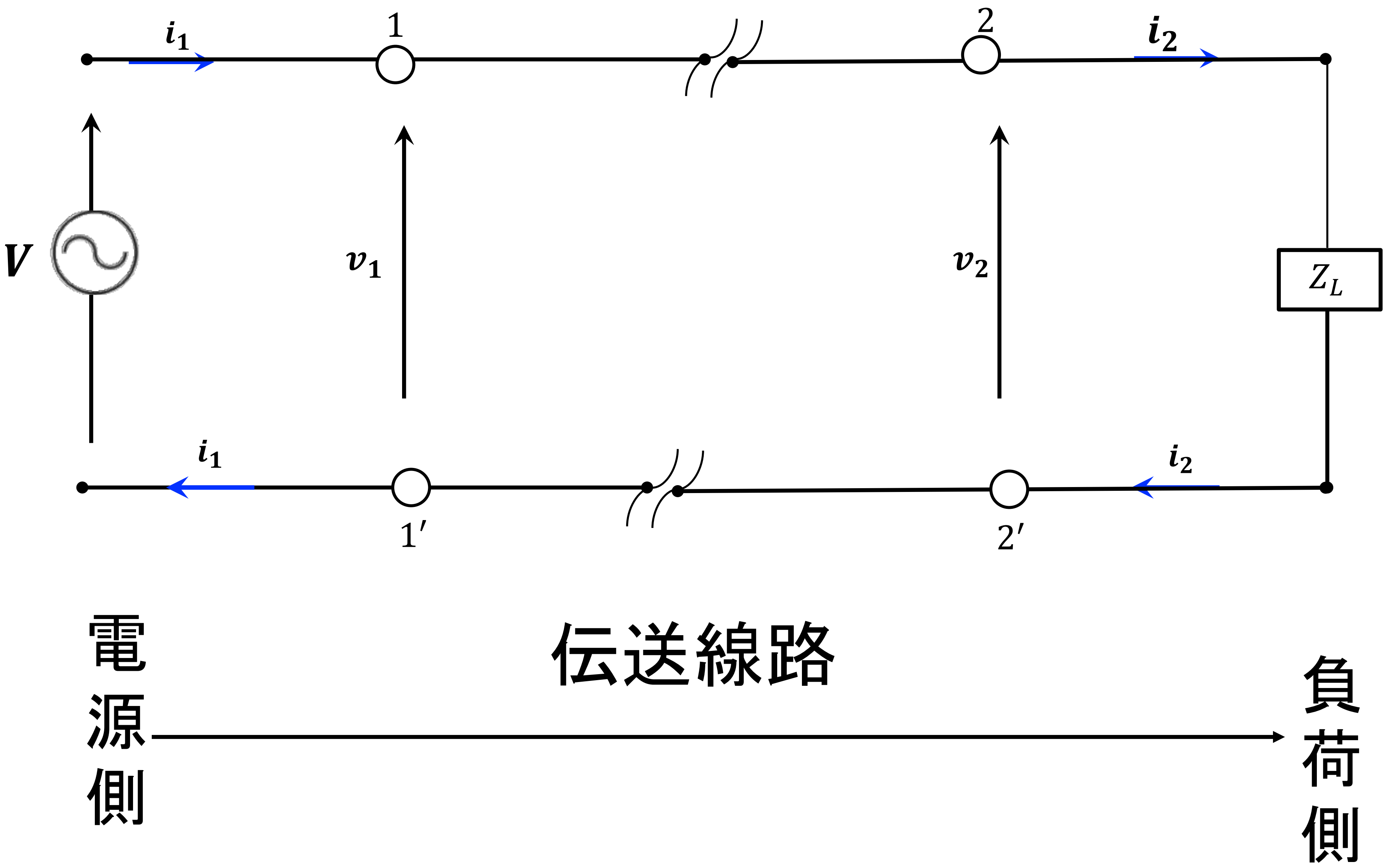

一般家庭
送電線
変圧器
発電所

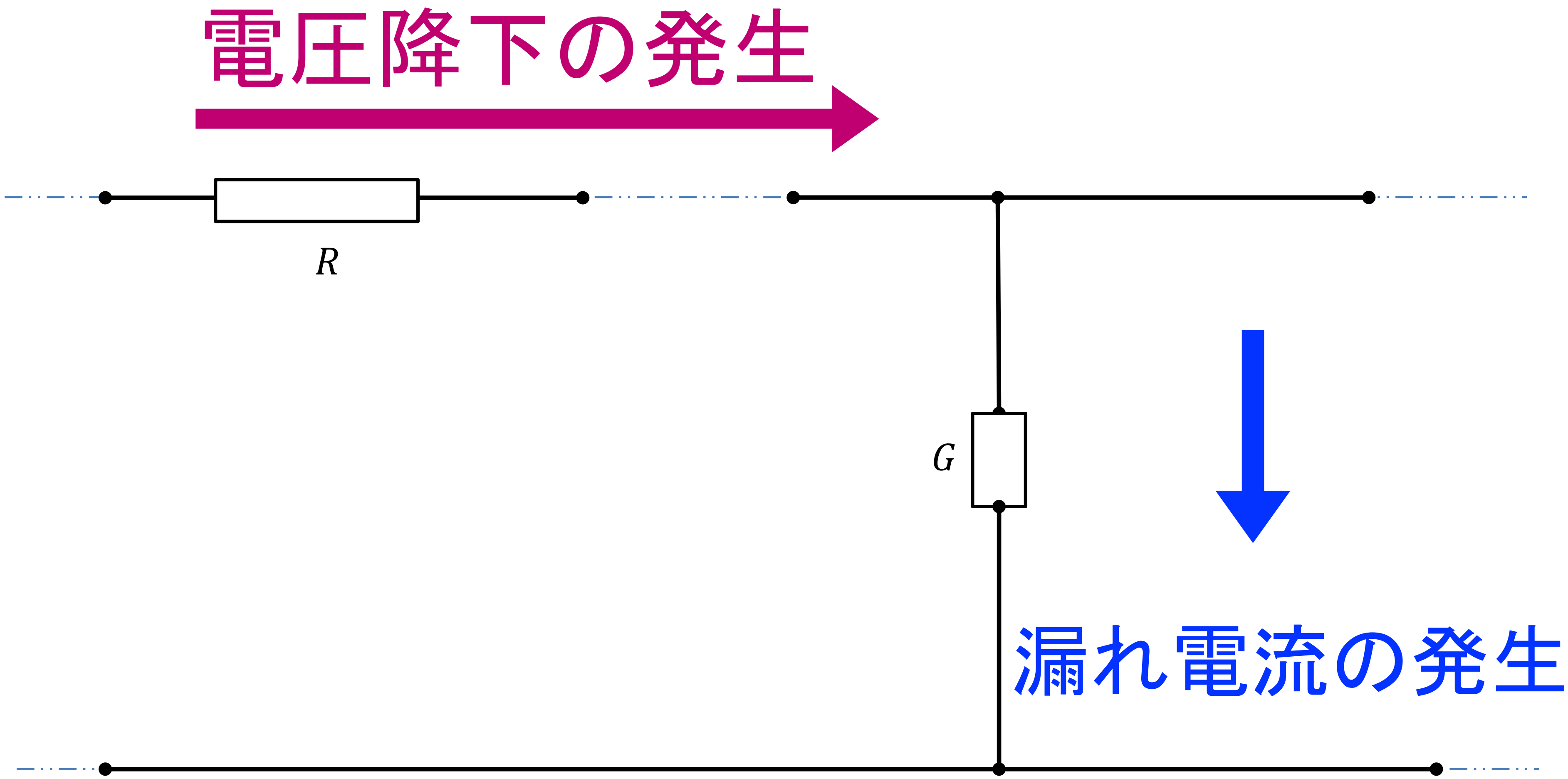


電源側

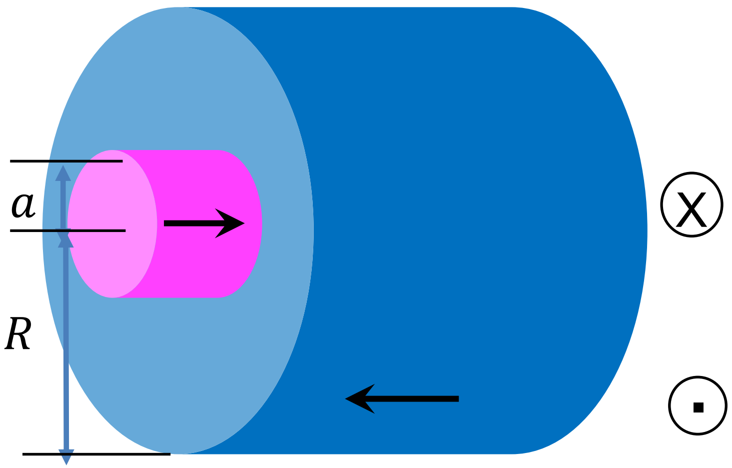
伝送線路

負荷側


i_1
1
2
i_2
V
v_1
v_2
Z_L
i_1
i_2
$1'$
$2'$
電源側
伝送線路
負荷側


電圧降下の発生
R
G
漏れ電流の発生

伝送線路インダクタンスの由来： 同軸線路



（高周波信号の伝送線路）

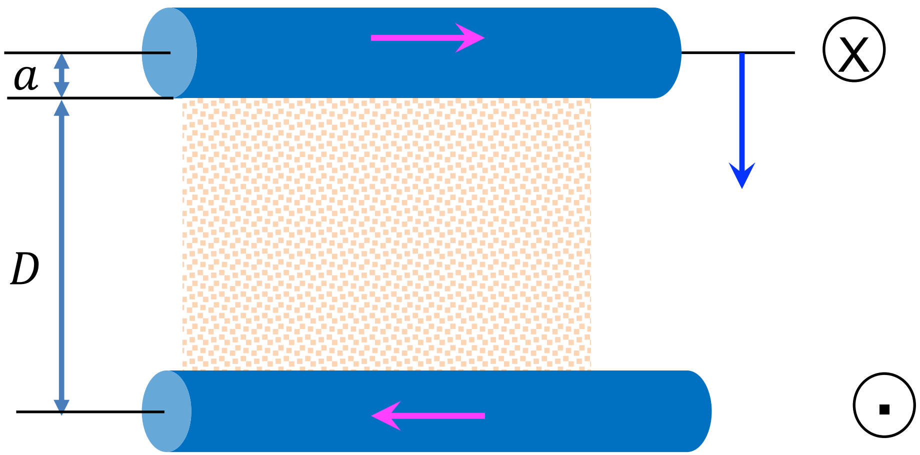
$$B = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

$$\Phi = \frac{\mu I}{2\pi}\int_a^R \frac{dr}{r}$$

$$\Phi = \frac{\mu I}{2\pi} log \frac{R}{a}$$

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu}{2\pi} log \frac{R}{a}$$

伝送線路インダクタンスの由来：平行線路



（電力の伝送線路）

$$B = \frac{\mu I}{2\pi x} - \frac{\mu I}{2\pi(D-x)}$$

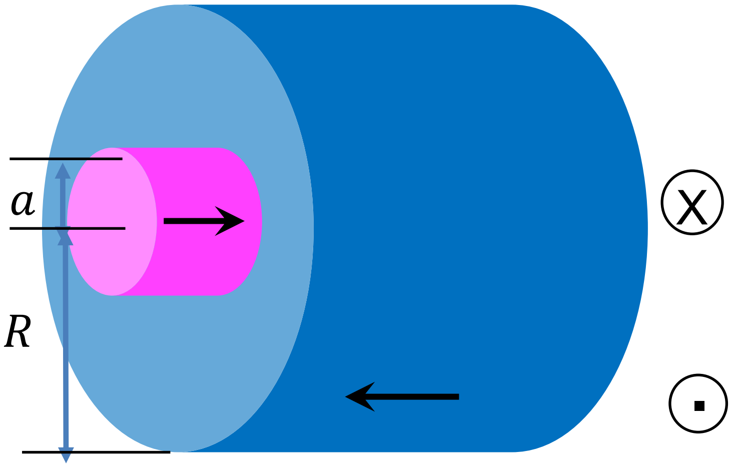
$$\Phi = \frac{\mu I}{2\pi}\int_a^{D-a}\frac{dx}{x} - \frac{\mu I}{2\pi}\int_a^{D-a}\frac{dx}{D-x}$$

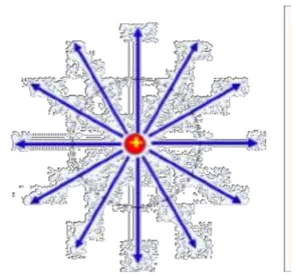
$$\Phi = \frac{\mu I}{2\pi} log \frac{D-a}{a} - \frac{\mu I}{2\pi} log \frac{a}{D-a} = \frac{\mu I}{\pi} log \frac{a}{D-a}$$

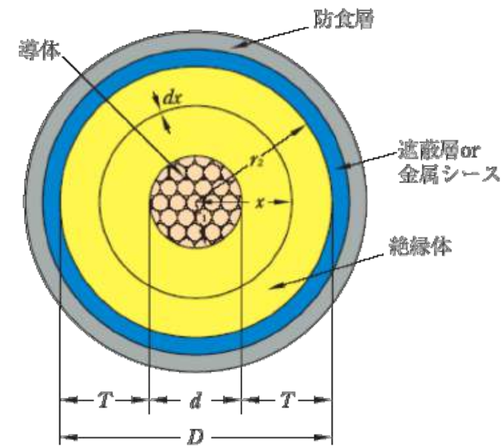
$$L = \frac{\Phi}{I}$$

$$L = \frac{\mu}{\pi} log \frac{a}{D-a}$$

伝送線路キャパシタンスの由来： 電力ケーブル







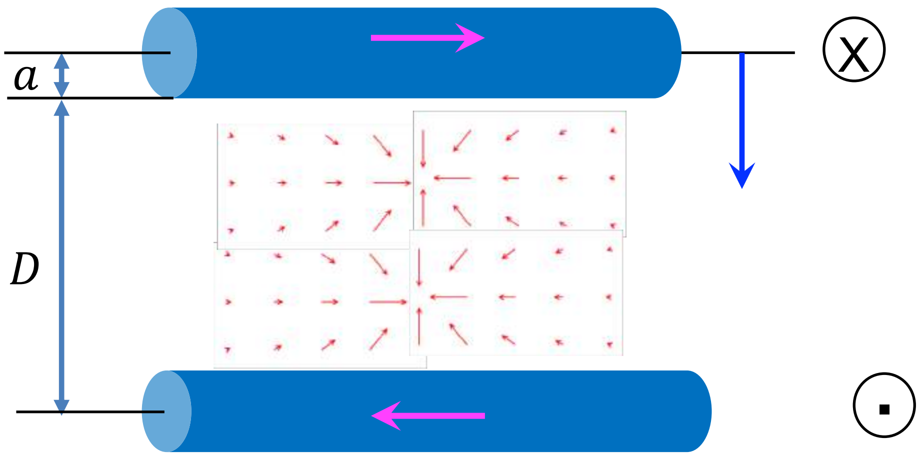
$$V = \int_a^R E dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon}\int_a^R \frac{dr}{r}$$

$$= \frac{Q}{2\pi\epsilon} log\frac{R}{a}$$

$$E = \frac{Q}{2\pi r\epsilon}$$

$$C = \frac{Q}{V} = 2\pi\epsilon log\frac{a}{R}$$

伝送線路インダクタンスの由来：平行線路



$$E = \frac{Q}{2\pi x\epsilon} - \frac{Q}{2\pi(D-x)\epsilon}$$

$$C = \frac{Q}{V}$$

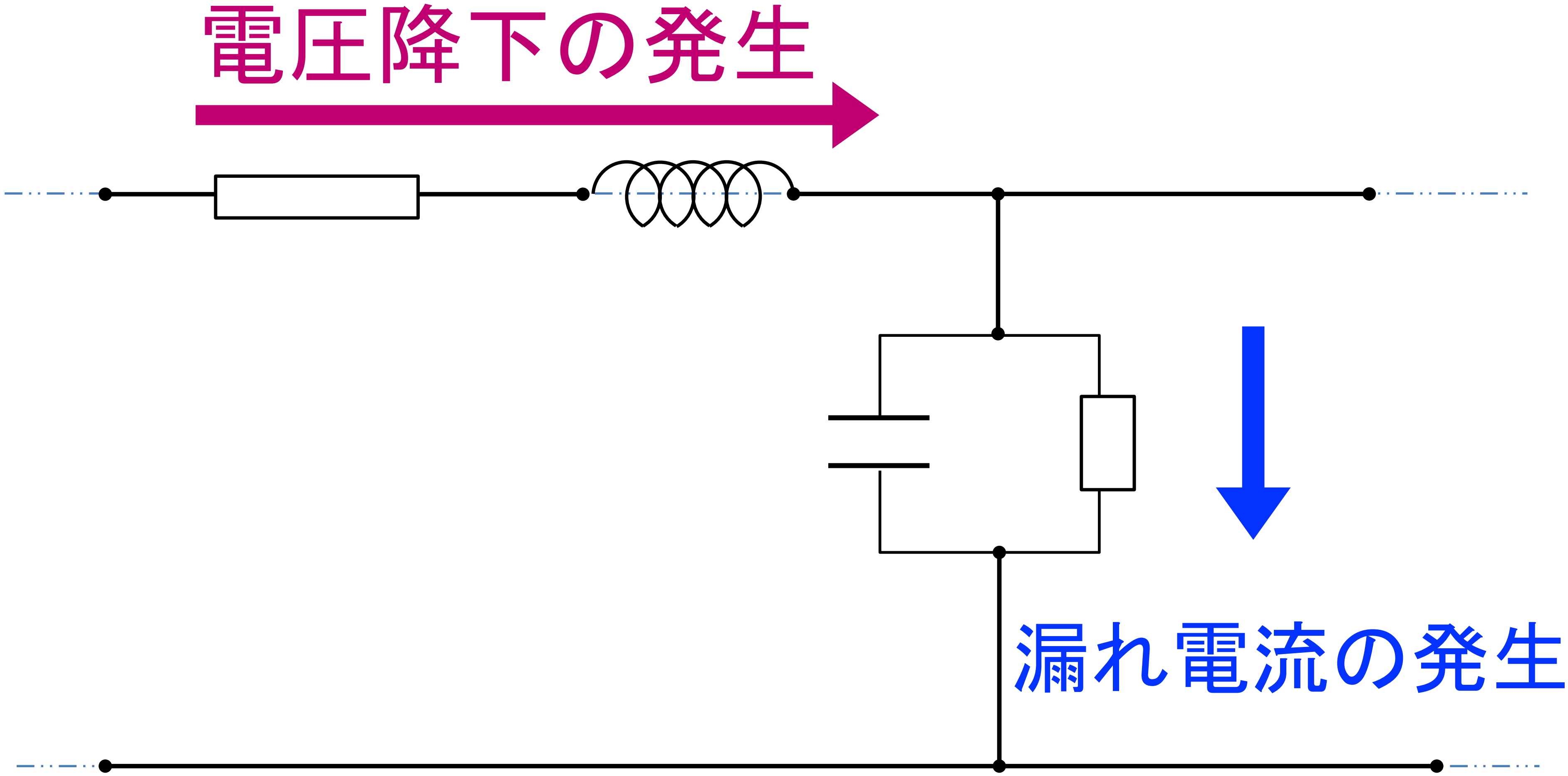
$$V = \frac{Q}{2\pi\epsilon}\int_a^{D-a}\frac{dx}{x} - \frac{Q}{2\pi\epsilon}\int_a^{D-a}\frac{dx}{D-x}$$

$$V = \frac{Q}{2\pi\epsilon} log\frac{D-a}{a} - \frac{Q}{2\pi\epsilon} log\frac{a}{D-a}$$

$$= \frac{Q}{\pi\epsilon} log\frac{a}{D-a}$$

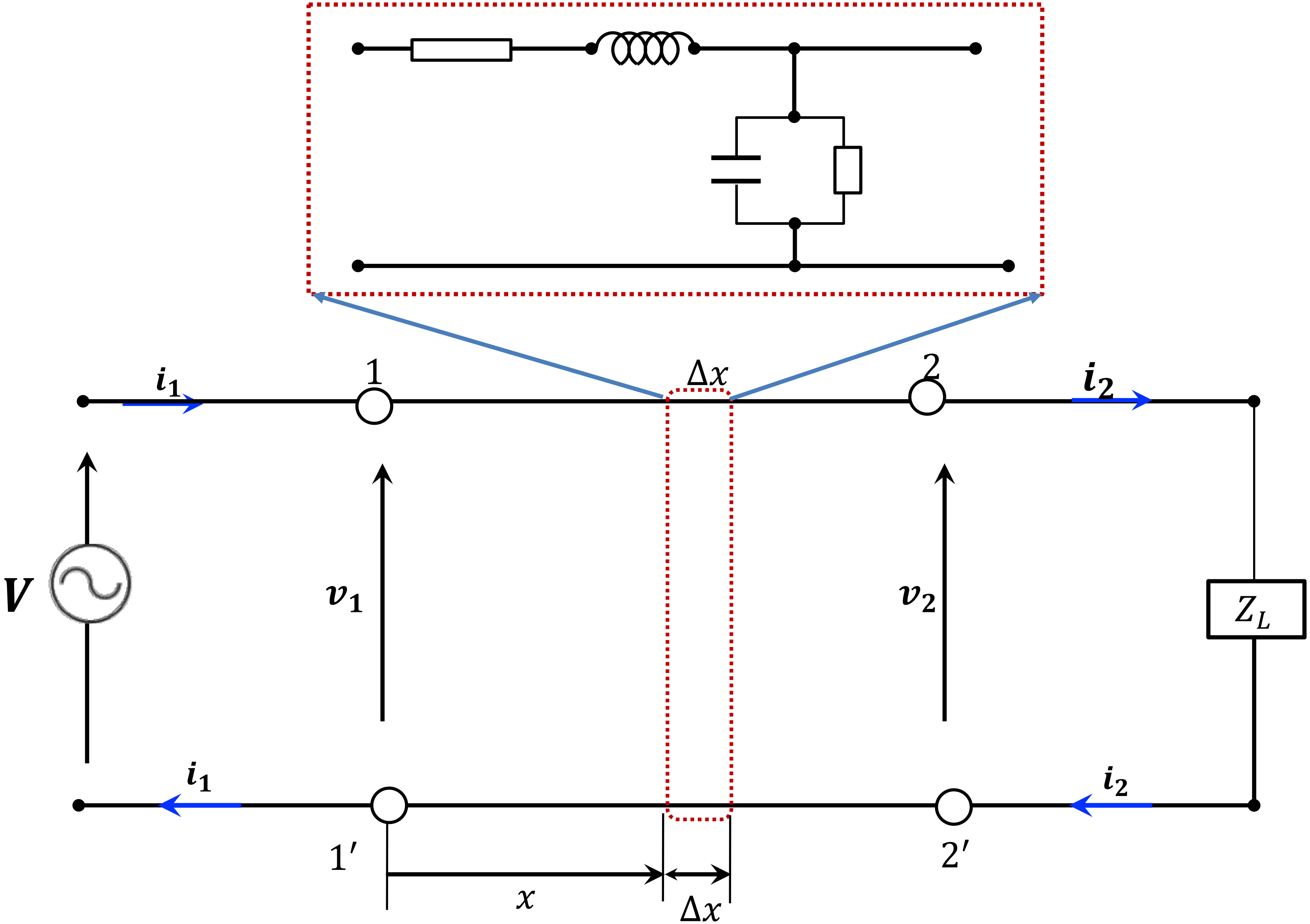
$$C = \pi\epsilon log\frac{D-a}{a}$$

分布定数回路の基礎方程式の導出



微小距離部分の素子要素

分布定数回路の基礎方程式の導出



分布定数回路における素子値の定義

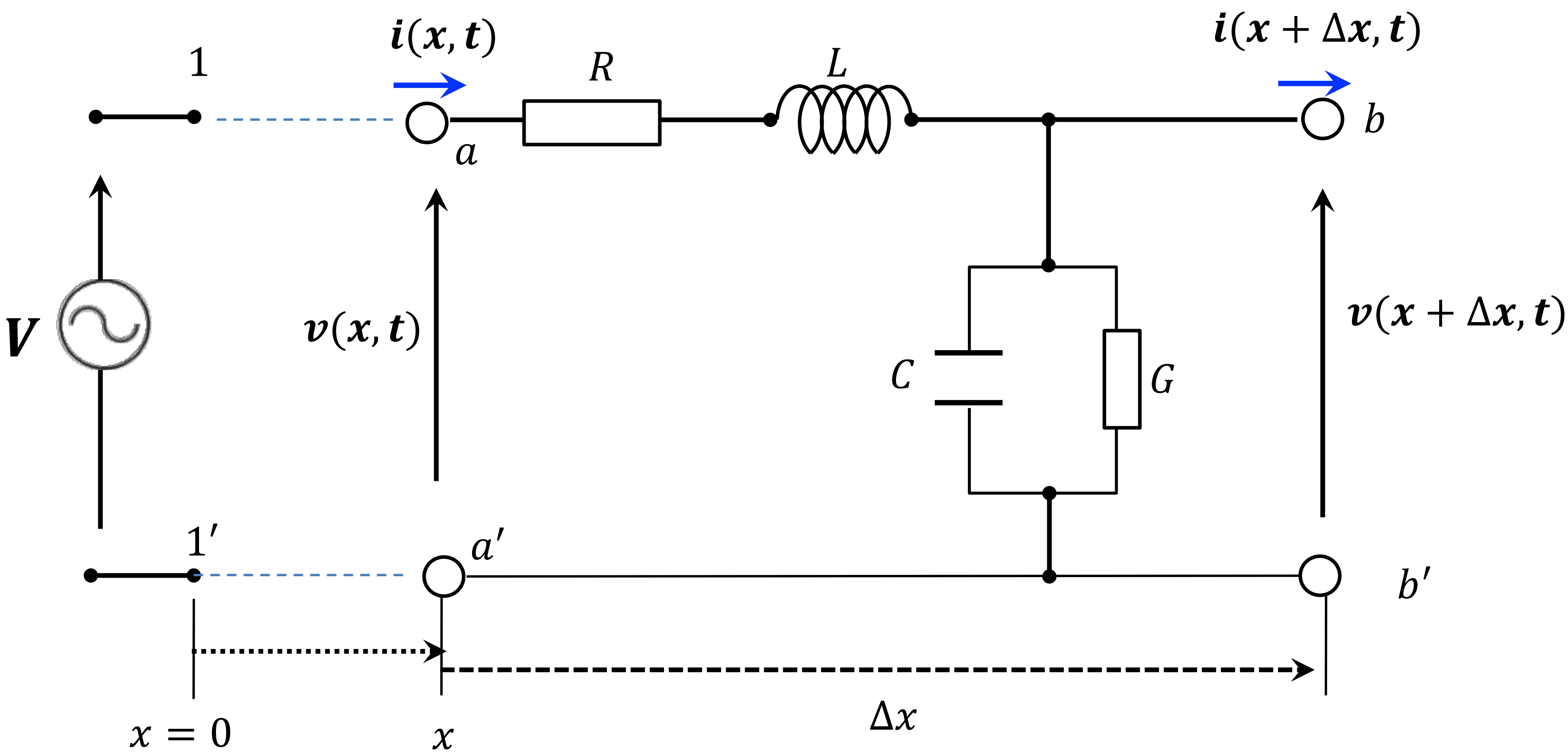
$R\ [\Omega/m]$: 単位長さあたりの線路の抵抗

$L\ [H/m]$: 単位長さあたりの線路のインダクタンス

$G\ [S/m]$: 単位長さあたりの線路間の漏れコンダクタンス

$C\ [F/m]$: 単位長さあたりの線路間のキャパシタンス

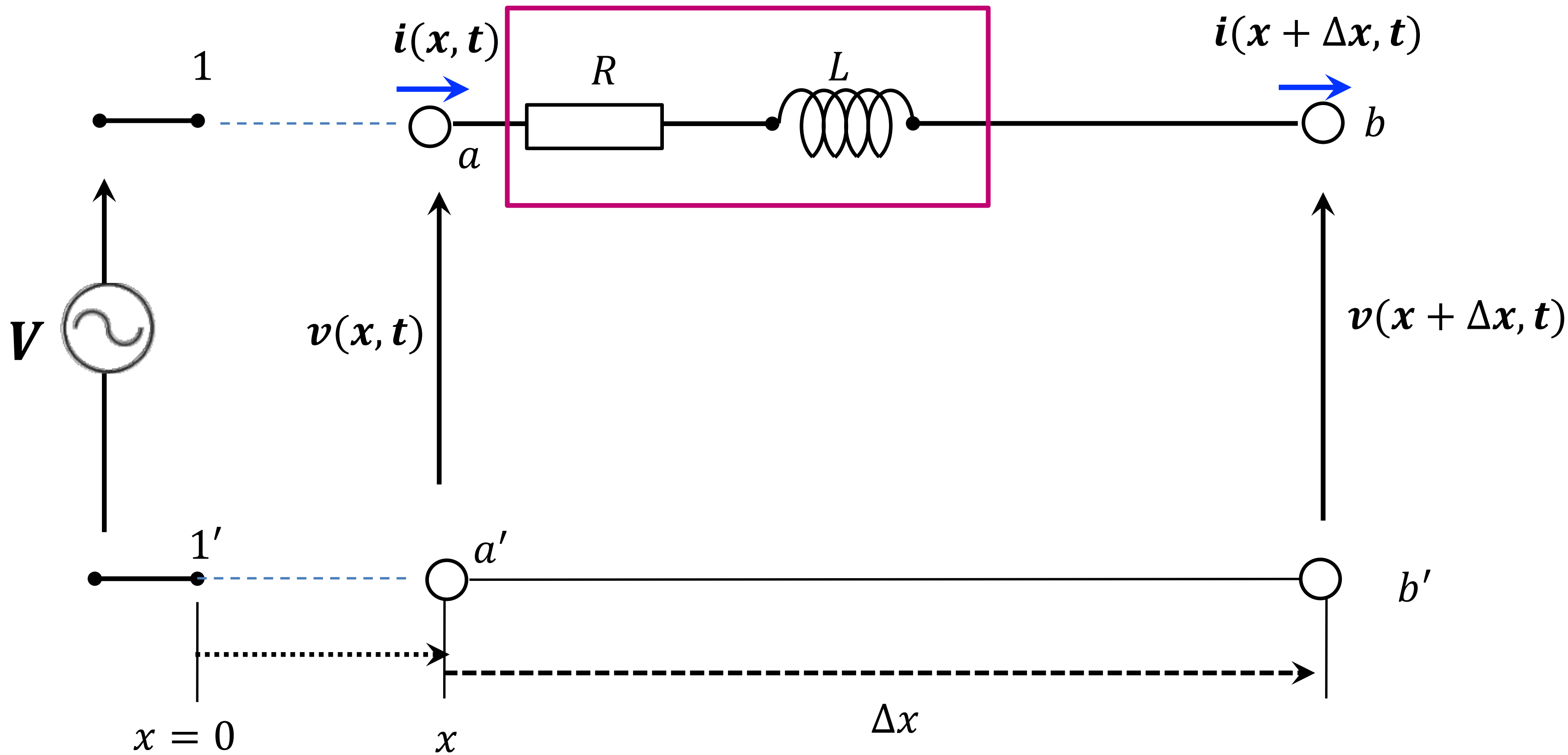
分布定数回路の基礎方程式の導出



各素子のインピーダンス:

$$R\Delta x \qquad L\Delta x \qquad G\Delta x \qquad C\Delta x$$

分布定数回路の基礎方程式の導出：　電圧降下



電圧降下の計算

$$v(x,t) - v(x+\Delta x,t) = (R\Delta x)\cdot i(x,t) + (L\Delta x)\cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t}$$

分布定数回路における電圧を支配する方程式:

$\boldsymbol{v(x+\Delta x, t)}$ をΔxについてテイラー展開し、その一次項までを取ると

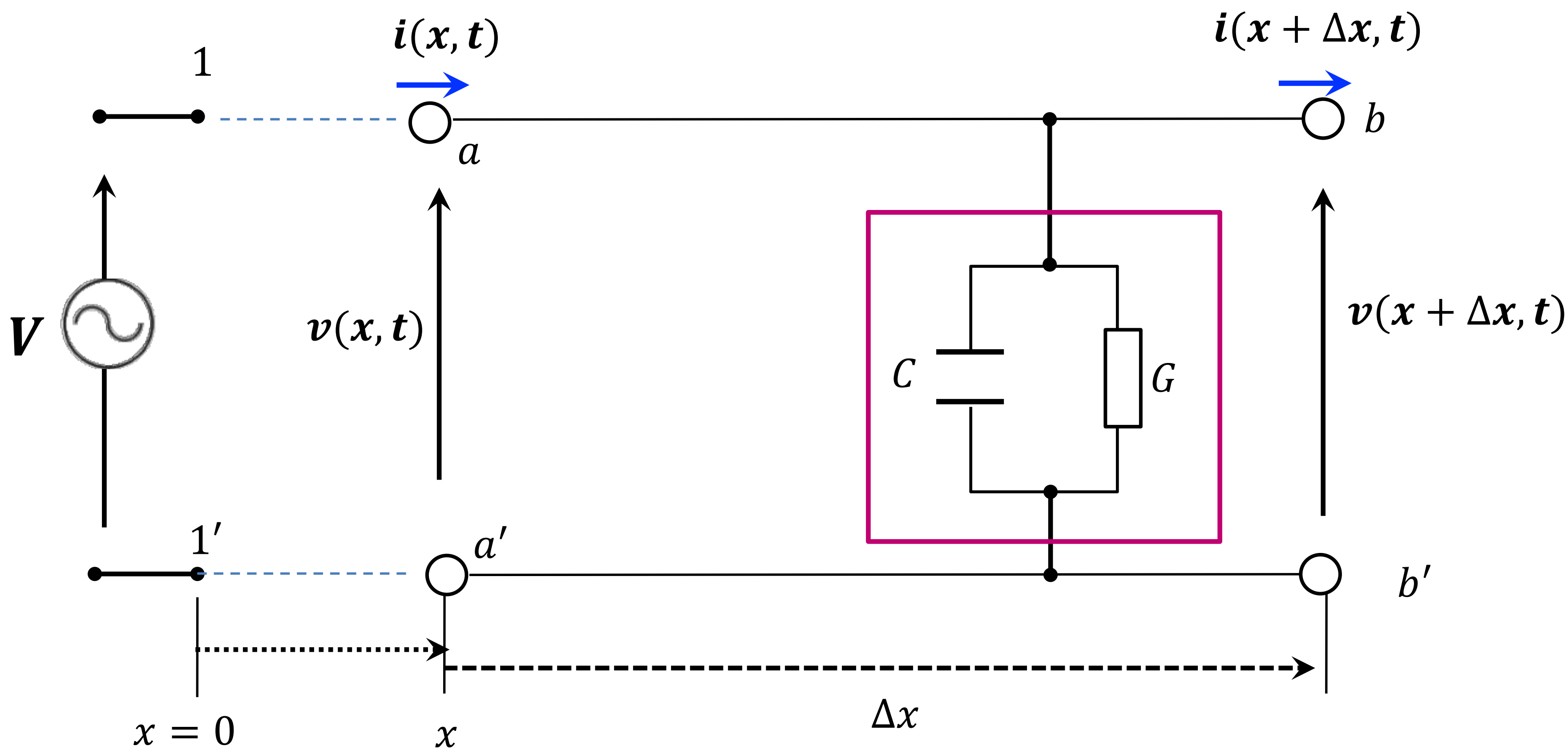
$$v(x+\Delta x, t) = v(x,t) + \Delta x \frac{\boldsymbol{\partial v(x,t)}}{\boldsymbol{\partial x}}$$

$$\boldsymbol{v(x,t) - v(x+\Delta x, t)} = (\boldsymbol{R\Delta x}) \cdot i(x,t) + (L\boldsymbol{\Delta x}) \cdot \frac{\boldsymbol{\partial i(x,t)}}{\boldsymbol{\partial t}}$$

$$-\Delta x \frac{\boldsymbol{\partial v(x,t)}}{\boldsymbol{\partial x}} = (\boldsymbol{R\Delta x}) \cdot i(x,t) + (L\boldsymbol{\Delta x}) \cdot \frac{\boldsymbol{\partial i(x,t)}}{\boldsymbol{\partial t}}$$

$$-\frac{\boldsymbol{\partial v(x,t)}}{\boldsymbol{\partial x}} = R \cdot i(x,t) + \boldsymbol{L} \cdot \frac{\boldsymbol{\partial i(x,t)}}{\boldsymbol{\partial t}}$$

分布定数回路の基礎方程式の導出：　漏れ電流



漏れ電流の計算

$$\boldsymbol{i(x,t)-i(x+\Delta x,t)=(G\Delta x)}\cdot v(x,t)+\boldsymbol{(C\Delta x)}\cdot\frac{\boldsymbol{\partial v(x,t)}}{\boldsymbol{\partial t}}$$

分布定数回路における電流を支配する方程式:

$\boldsymbol{i(x+\Delta x, t)}$ をΔxについてテイラー展開し、その一次項までを取ると

$$i(x+\Delta x, t) = i(x,t) + \Delta x \frac{\boldsymbol{\partial i(x,t)}}{\boldsymbol{\partial x}}$$

$$\boldsymbol{i(x,t) - i(x+\Delta x, t)} = (\boldsymbol{G\Delta x}) \cdot v(x,t) + (\boldsymbol{C\Delta x}) \cdot \frac{\boldsymbol{\partial v(x,t)}}{\boldsymbol{\partial t}}$$

$$-\Delta x \frac{\boldsymbol{\partial i(x,t)}}{\boldsymbol{\partial x}} = (\boldsymbol{G\Delta x}) \cdot v(x,t) + (\boldsymbol{C\Delta x}) \cdot \frac{\boldsymbol{\partial v(x,t)}}{\boldsymbol{\partial t}}$$

$$-\frac{\boldsymbol{\partial i(x,t)}}{\boldsymbol{\partial x}} = G \cdot i(x,t) + \boldsymbol{C} \cdot \frac{\boldsymbol{\partial i(x,t)}}{\boldsymbol{\partial t}}$$

分布定数回路の基礎方程式

$$-\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = R \cdot i(x,t) + L \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -Ri - L\frac{\partial i}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = G \cdot v(x,t) + C \cdot \frac{\partial v(x,t)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -Gv - C\frac{\partial v}{\partial t}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -Ri - L\frac{\partial i}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -R\frac{\partial i}{\partial x} - L\frac{\partial \partial i}{\partial t \partial x}$$

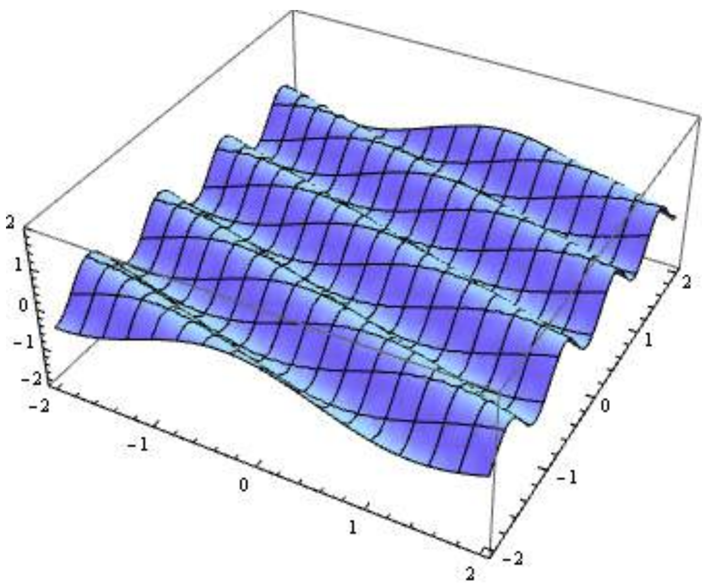
$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -R(-Gv - C\frac{\partial v}{\partial t}) - L\frac{\partial}{\partial t}(-Gv - C\frac{\partial v}{\partial t})$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = LC\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + (GL + RC)\frac{\partial v}{\partial t} + RGv$$

電信方程式

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = LC\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + (GL + RC)\frac{\partial v}{\partial t} + RGv$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = LC\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + (GL + RC)\frac{\partial i}{\partial t} + RGi$$



- 1次元の波動方程式

$$\frac{1}{s^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

基礎方程式の複素数表示

$$v(x,t) = V(x)e^{j(wt+\theta)} \quad i(x,t) = I(x)e^{j(wt+\phi)}$$

$V(x)$:電圧の実効値　　$I(x)$:電流の実効値

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -Ri - L\frac{\partial i}{\partial t} \qquad \frac{\partial i}{\partial x} = -Gv - C\frac{\partial v}{\partial t}$$

$$-Ri - L\frac{\partial i}{\partial t} = -RI(x)e^{j(wt+\phi)} - LjwI(x)e^{j(wt+\phi)}$$

$$= -(R + jwL)I(x)e^{j(wt+\phi)}$$

$$v(x,t) = V(x)e^{j(wt+\theta)}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial V(x)}{\partial x}e^{j(wt+\theta)}$$

$$-Ri - L\frac{\partial i}{\partial t} = -(R + jwL)I(x)e^{j(wt+\phi)}$$

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x}\cancel{e^{j(wt+\theta)}} = -(R + jwL)I(x)\cancel{e^{j(wt+\phi)}}$$

$$\frac{dV(x)}{dx} = -(R + jwL)I(x)$$

$$-Gv - C\frac{\partial v}{\partial t} = -GV(x)e^{j(wt+\theta)} - CjwV(x)e^{j(wt+\theta)}$$

$$= -(G + jwC)V(x)e^{j(wt+\theta)}$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = \frac{\partial I(x)}{\partial x}e^{j(wt+\phi)}$$

$$\frac{\partial I(x)}{\partial x}\cancel{e^{j(wt+\phi)}} = -(G + jwC)V(x)\cancel{e^{j(wt+\theta)}}$$

$$\frac{dI(x)}{dx} = -(G + jwC)V(x)$$

伝送線路方程式:

$$Z = R + \boldsymbol{jwL} \qquad Y = G + \boldsymbol{jwC}$$

$$\frac{\boldsymbol{dV(x)}}{\boldsymbol{dx}} = -Z\boldsymbol{I(x)}$$

$$\frac{\boldsymbol{dI(x)}}{\boldsymbol{dx}} = -\boldsymbol{YV(x)}$$