F行列の導出

$$\boldsymbol{V_1} = V(0) = \boldsymbol{V_2}\cosh(\boldsymbol{\gamma} l) + Z_0\, \boldsymbol{I_2}\sinh(\boldsymbol{\gamma l})$$

$$\boldsymbol{I_1} = I(0) = \boldsymbol{I_2}\cosh(\boldsymbol{\gamma} l) + \frac{\boldsymbol{V_2}}{Z_0}\sinh(\boldsymbol{\gamma l})$$

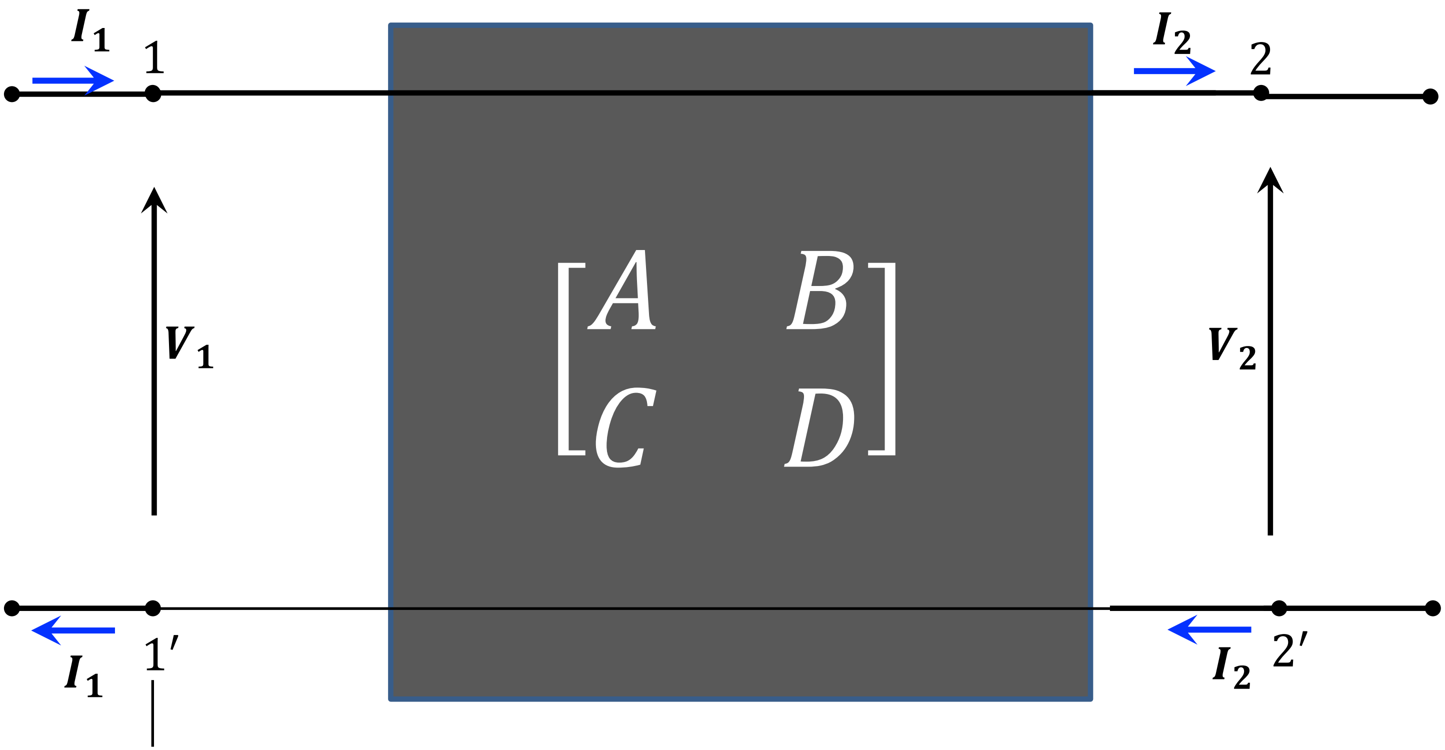
$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_1 \\ \boldsymbol{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\boldsymbol{\gamma} l) & Z_0\sinh(\boldsymbol{\gamma l}) \\ \frac{\boldsymbol{1}}{Z_0}\sinh(\boldsymbol{\gamma l}) & \cosh(\boldsymbol{\gamma} l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_2 \\ \boldsymbol{I}_2 \end{bmatrix}$$

F行列

$$\begin{bmatrix} A & B \\ \boldsymbol{C} & D \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \cosh(\boldsymbol{\gamma} l) & Z_0 \sinh(\boldsymbol{\gamma l}) \\ \frac{\mathbf{1}}{Z_0} \sinh(\boldsymbol{\gamma l}) & \cosh(\boldsymbol{\gamma} l) \end{bmatrix}$$

例 : 図に示す長さ$l = 2[m]$の伝送線路がある。特性インピーダンスが$Z_0 = 200[\Omega]$, 減衰定数が$\alpha = 0[Np/m]$,位相定数が$\beta = \pi/3[\mathrm{rad/m}]$であるとき、この有限線路のFパラメータをもとめよ



$$\text{伝達係数}:\boldsymbol{\gamma} = \alpha + j\beta = j\frac{\pi}{3}$$

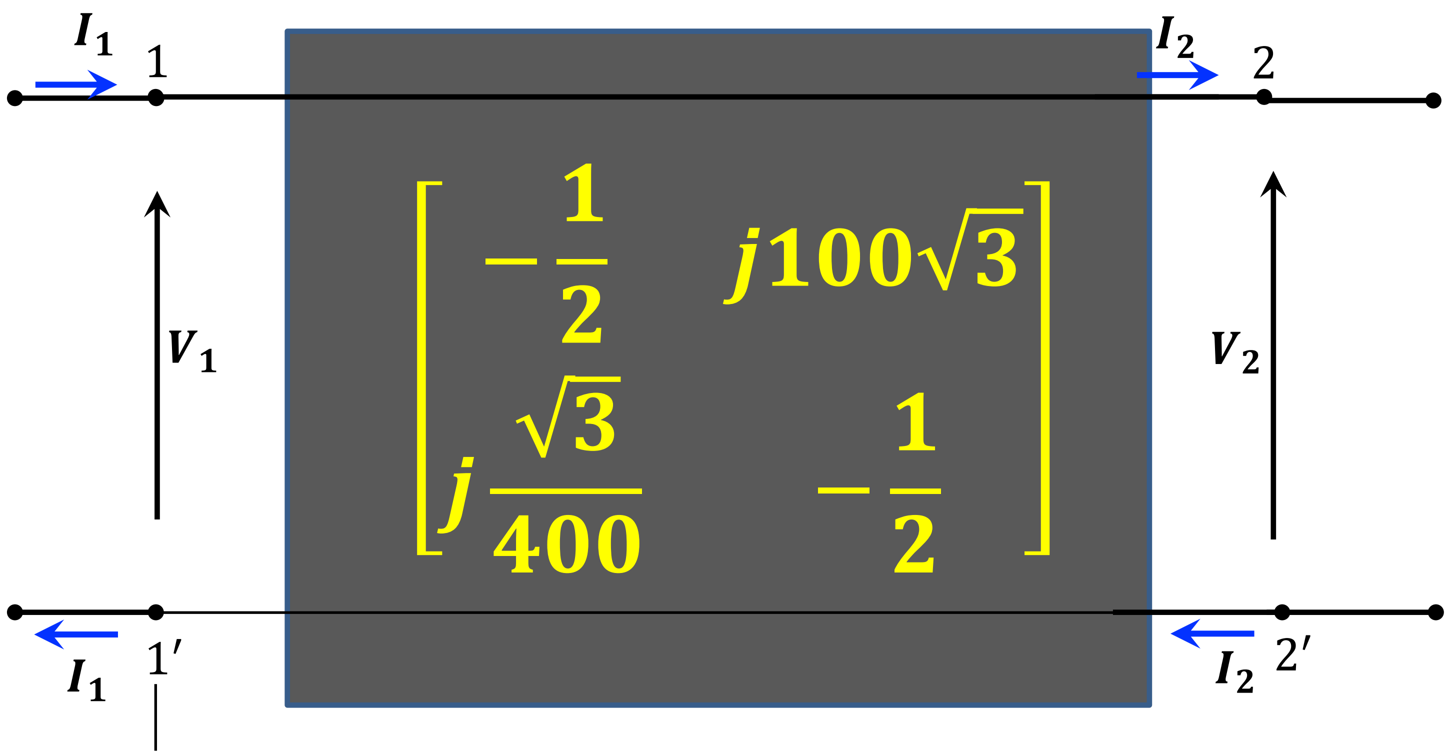
$$\boldsymbol{\gamma l} = j\frac{\pi}{3} * 2 = j\frac{2\pi}{3}$$

$$\mathrm{A} = \mathrm{D} = \cosh(\boldsymbol{\gamma} l) = \cosh\left(j\frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$$

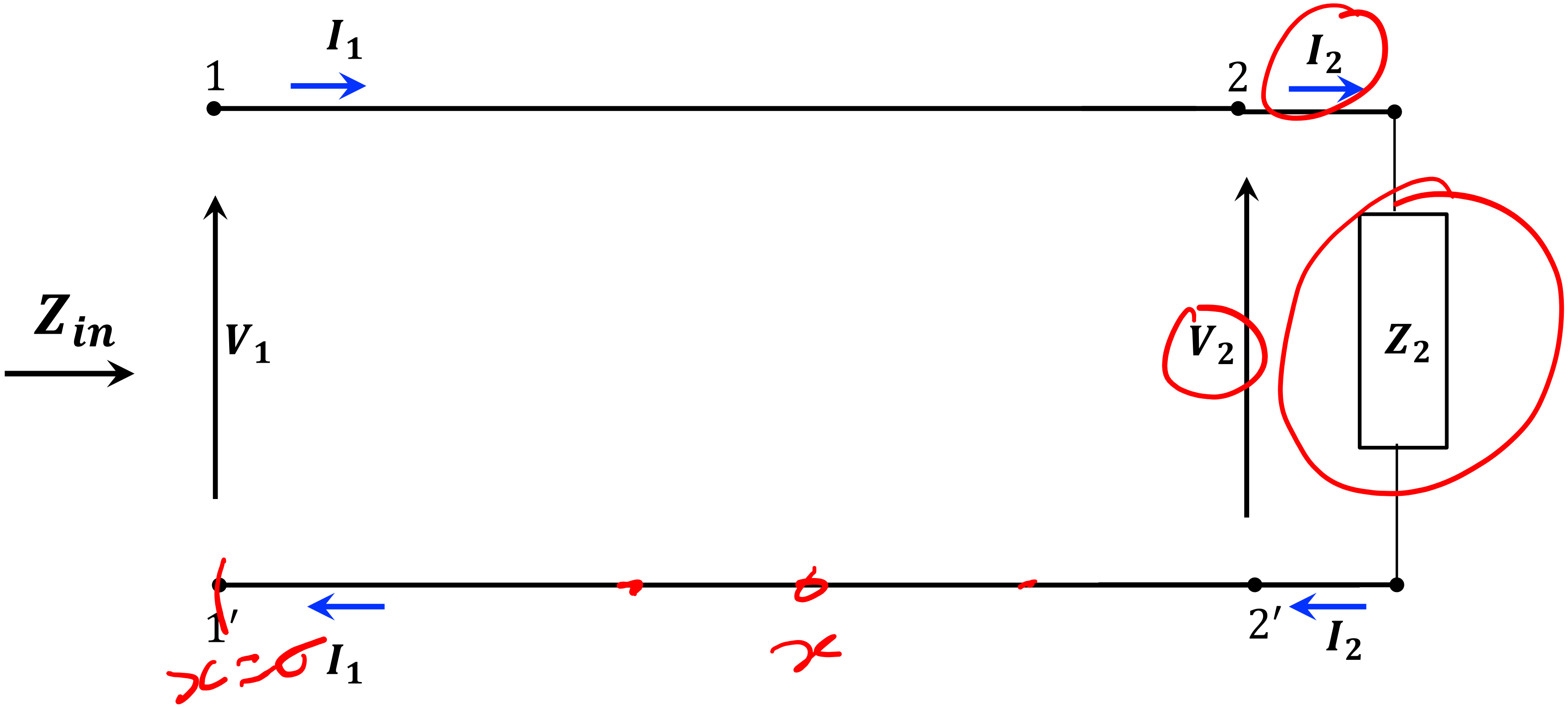
$$\mathrm{B} = Z_0 \sinh(\boldsymbol{\gamma l}) = 200\sinh\left(j\frac{2\pi}{3}\right) = j20\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \boldsymbol{j100\sqrt{3}}[\Omega]$$

$$\mathrm{C} = \frac{\mathbf{1}}{Z_0}\sinh(\boldsymbol{\gamma l}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{200}}\sinh\left(j\frac{2\pi}{3}\right) = j20\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \boldsymbol{j}\frac{\sqrt{\mathbf{3}}}{\mathbf{400}}[s]$$

F行列


I_1
1
I_2
2
V_1
V_2
$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & j100\sqrt{3} \\ j\frac{\sqrt{3}}{400} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$
I_1
$1'$
I_2
$2'$

有限長線路のインピーダンス



受電端をインピーダンスZ_2で終端させた有限長線路である、
この場合において、送電端からみた線路のインピーダンス
Z_{in}を表す式を導いてみよう。

$$V(x) = \boldsymbol{V_2}\cosh\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x}) + Z_0\boldsymbol{I_2}\sinh\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x})$$

$$I(x) = \boldsymbol{I_2}\cosh\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x}) + \frac{\boldsymbol{V_2}}{Z_0}\sinh\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x})$$

$$Z(x) = \frac{V(x)}{I(x)} = \frac{\boldsymbol{V_2}\cosh\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x}) + Z_0\boldsymbol{I_2}\sinh\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x})}{\boldsymbol{I_2}\cosh\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x}) + \frac{\boldsymbol{V_2}}{Z_0}\sinh\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x})}$$

$$Z_{in} = \frac{V(0)}{I(0)} = \frac{\boldsymbol{V_2}\cosh\boldsymbol{\gamma l} + Z_0\boldsymbol{I_2}\sinh\boldsymbol{\gamma l}}{\boldsymbol{I_2}\cosh\boldsymbol{\gamma l} + \frac{\boldsymbol{V_2}}{Z_0}\sinh\boldsymbol{\gamma l}}$$

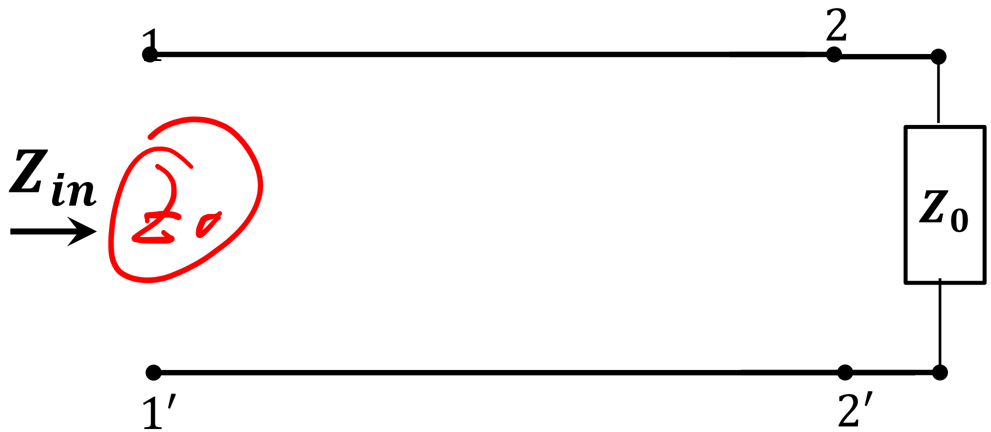
また受電端において

$$Z_2 = \frac{\boldsymbol{V_2}}{\boldsymbol{I_2}} \qquad Z_{in} = \frac{V(0)}{I(0)} = \frac{\boldsymbol{V_2}\cosh\boldsymbol{\gamma l} + Z_0\boldsymbol{I_2}\sinh\boldsymbol{\gamma l}}{\boldsymbol{I_2}\cosh\boldsymbol{\gamma l} + \frac{\boldsymbol{V_2}}{Z_0}\sinh\boldsymbol{\gamma l}}$$

$$Z_{in} = \frac{V(0)}{I(0)} = \frac{\frac{\boldsymbol{V_2}}{\boldsymbol{I_2}}\cosh\boldsymbol{\gamma l} + Z_0\sinh\boldsymbol{\gamma l}}{\cosh\boldsymbol{\gamma l} + \frac{\boldsymbol{V_2}}{\boldsymbol{I_2}}\frac{\boldsymbol{1}}{Z_0}\sinh\boldsymbol{\gamma l}}$$

$$Z_{in} = \frac{V(0)}{I(0)} = \frac{\overset{=Z_0}{Z_2}\cosh\boldsymbol{\gamma l} + Z_0\sinh\boldsymbol{\gamma l}}{\underline{\cosh\boldsymbol{\gamma l}} + \frac{\cancel{Z_2}^{\,Z_0}}{Z_0}\underline{\sinh\boldsymbol{\gamma l}}}$$

(a)受電端が特性インピーダンスZ_0で終端されている場合（$Z_2 = Z_0$）



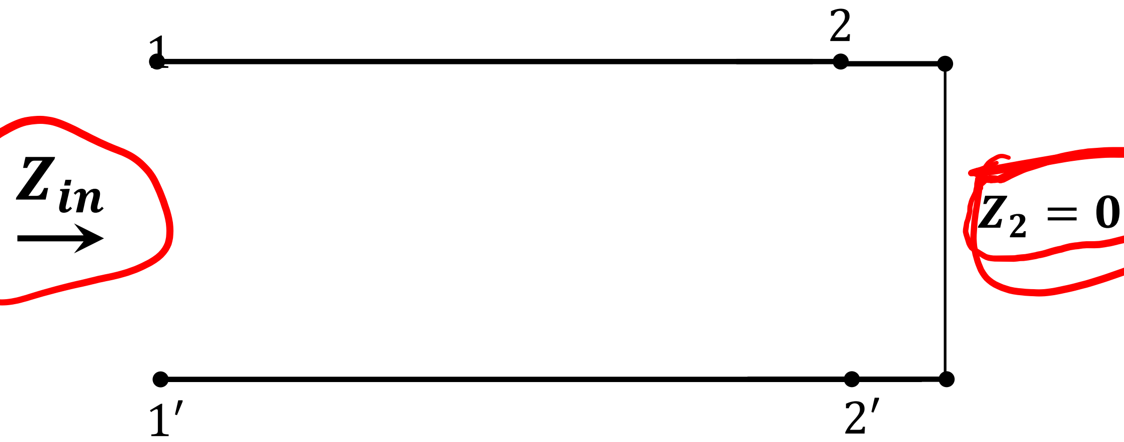
$Z_2 = Z_0$

$$Z_{in} = \frac{Z_0 \cosh \gamma \boldsymbol{l} + Z_0 \sinh \gamma \boldsymbol{l}}{\cosh \gamma \boldsymbol{l} + \sinh \gamma \boldsymbol{l}} = Z_0$$

$$Z_{in} = Z_0$$

Z_{in}が伝送線路の長さ$\boldsymbol{l}$に依存せず。また、その値が特性インピーダンスZ_0と常に一致している

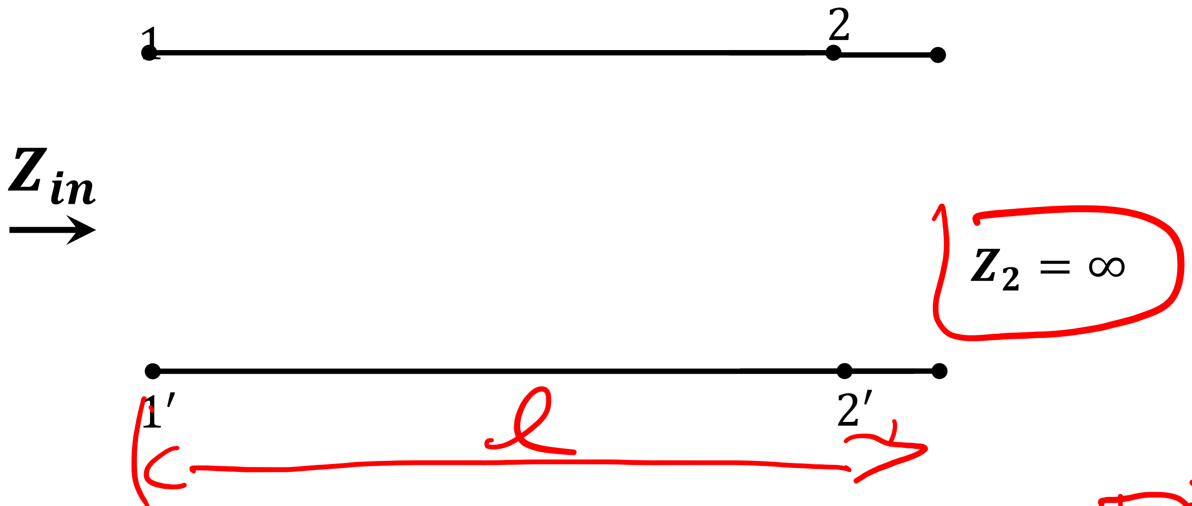
(b)受電端が短絡されている場合 : $Z_2 = 0$



$$Z_{in} = \frac{\overset{0}{Z_2}\cosh \boldsymbol{\gamma l} + Z_0 \sinh \boldsymbol{\gamma l}}{\cosh \boldsymbol{\gamma l} + \frac{\cancel{Z_2}^{\,0}}{Z_0}\sinh \boldsymbol{\gamma l}}$$

$$Z_{in} = \frac{Z_0 \sinh \boldsymbol{\gamma l}}{\cosh \boldsymbol{\gamma l}} = Z_0 \tanh \boldsymbol{\gamma l}$$

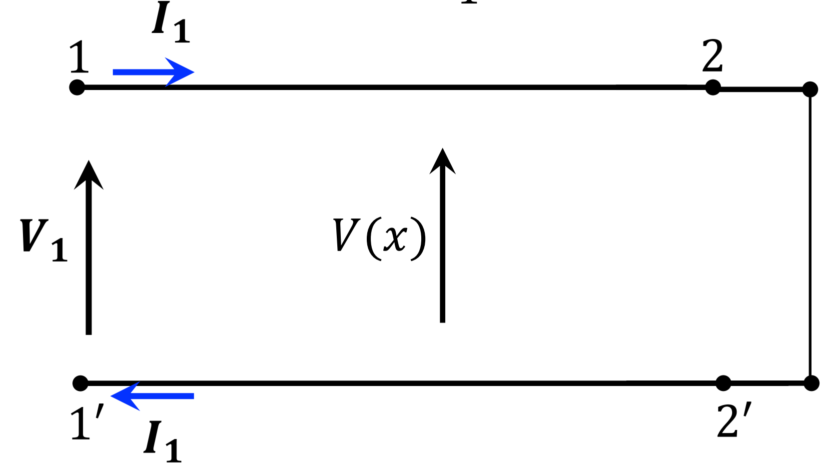
(c)受電端が開放されている場合：$Z_2 = \infty$



$$Z_{in} = \frac{Z_2 \cosh \boldsymbol{\gamma l} + Z_0 \sinh \boldsymbol{\gamma l}}{\cosh \boldsymbol{\gamma l} + \frac{Z_2}{Z_0} \sinh \boldsymbol{\gamma l}} \qquad Z_{in} = \frac{\cosh \boldsymbol{\gamma l} + \overset{=0}{\frac{Z_0}{Z_2}} \sinh \boldsymbol{\gamma l}}{\underset{0}{\frac{1}{Z_2}} \cosh \boldsymbol{\gamma l} + \frac{1}{Z_0} \sinh \boldsymbol{\gamma l}}$$

$$Z_{in} = \frac{\cosh \boldsymbol{\gamma l}}{\frac{1}{Z_0} \sinh \boldsymbol{\gamma l}} = Z_0 \coth \boldsymbol{\gamma l}$$

例：長さ$\boldsymbol{l}$の伝送線路において、受電端を短絡した場合の、送電端からの距離xにおける電圧V(x)を求めよ。ただし、送電端の電圧をV_1とする。



送電端の電圧が既知であるので

$$V(x) = \boldsymbol{V_1} \cosh(\boldsymbol{\gamma x}) - Z_0 \boldsymbol{I_1} \sinh(\boldsymbol{\gamma x})$$

受電端$x = l$を短絡しているので、 $V(l) = 0$

$$\boldsymbol{V_1} \cosh(\boldsymbol{\gamma l}) - Z_0 \boldsymbol{I_1} \sinh(\boldsymbol{\gamma l}) = \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{I_1} = \frac{\boldsymbol{V_1} \cosh(\boldsymbol{\gamma l})}{Z_0 \sinh(\boldsymbol{\gamma l})}$$

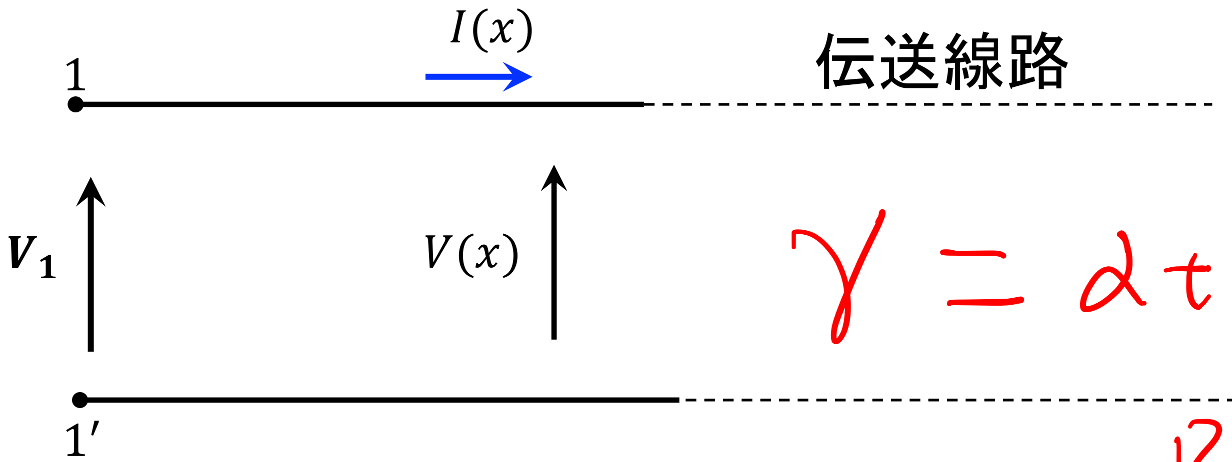
$$V(x) = \boldsymbol{V_1} \cosh(\boldsymbol{\gamma x}) - Z_0 \boldsymbol{I_1} \sinh(\boldsymbol{\gamma x})$$

$$V(x) = \boldsymbol{V_1} \cosh(\boldsymbol{\gamma x}) - Z_0 \frac{\boldsymbol{V_1} \cosh(\boldsymbol{\gamma l})}{Z_0 \sinh(\boldsymbol{\gamma l})} \sinh(\boldsymbol{\gamma x})$$

$$V(x) = \frac{\boldsymbol{V_1}}{\sinh(\boldsymbol{\gamma l})} \{\cosh(\boldsymbol{\gamma x}) \sinh(\boldsymbol{\gamma l}) - \cosh(\boldsymbol{\gamma l}) \sinh(\boldsymbol{\gamma x})\}$$

$$V(x) = \frac{\boldsymbol{V_1} \sinh \boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{l} - \boldsymbol{x})}{\sinh\ (\boldsymbol{\gamma l})}$$

半無限長線路



$\gamma = \alpha + j\beta$

$B = 0$

$$
\left\{
\begin{aligned}
V(x) &= \underline{Ae^{-\gamma x}} + \underline{Be^{\gamma x}} \\
I(x) &= \boxed{\frac{1}{Z_0}}\left(\underline{A}e^{-\gamma x} - \underline{B}e^{\gamma x}\right)
\end{aligned}
\right.
$$

波の進行はxの正の方向に取っているが、このとき、$x \to \infty$ で与えられる無限遠点を考える。

$$V(x) = \underbrace{Ae^{-\alpha x}\ e^{-j\beta x}}_{\text{入射波}} + \underbrace{Be^{\alpha x}\ e^{j\beta x}}_{\text{反射波}}$$

$x \to \infty$

$Ae^{-\alpha x}\ e^{-j\beta x}$の振幅：$Ae^{-\alpha x} \to 0$

$x \to \infty$

$Be^{\alpha x}\ e^{j\beta x}$の振幅：$Be^{\alpha x} \to \infty$

$B = 0$にならないとだめ！！

反射波は生じない

半無限長線路の波動方程式

$$B = 0$$

$$V(x) = \cancel{\boldsymbol{Ae}}^{-\gamma x} \qquad I(x) = \frac{1}{Z_0}\cancel{\boldsymbol{Ae}}^{-\gamma x}$$

$$\boldsymbol{Z(x) = \frac{V(x)}{I(x)} = Z_0}$$

線路上の任意の点xにおいて、電圧と電流の比はつねに特性インピーダンスZ_0と一致する。

(a)受電端が特性インピーダンスZ_0で終端されている場合($Z_2 = Z_0$)

有限長

$$Z_{in} = Z_0$$

Z_{in}が伝送線路の長さ$\boldsymbol{l}$に依存せず。また、その値が特性インピーダンスZ_0と常に一致している

半無限長線路と整合との関係

半無限長線路は有限長線路の受電端を特性インピーダンスZ_0で終端した場合と等価である。Z_0で終端することを、整合をとる（マッチング）という。この時、反射波が生じない

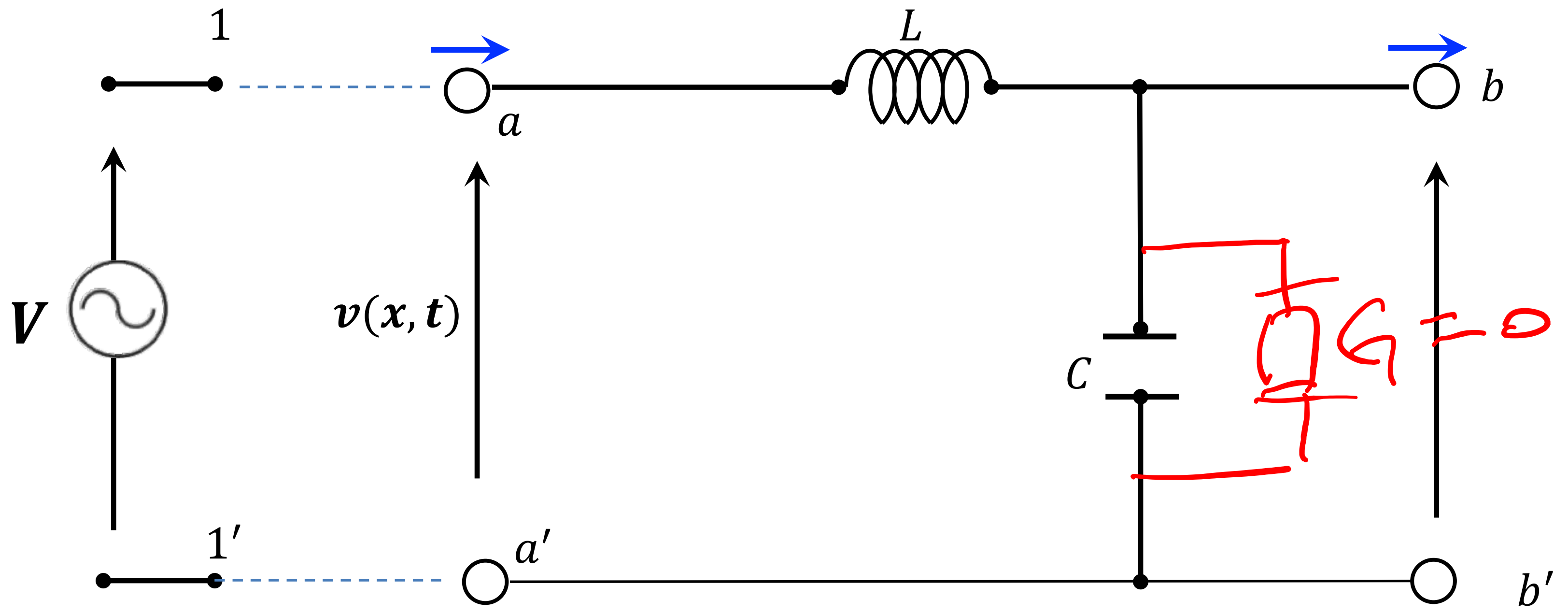
A → B

反射波が生じると、伝送線路上で信号波が乱れたり、あるいは、**定在波が発生して**、伝送線路上の位置によって信号の大きさの大小が現れたりする。これを避けるために、一般に伝送線路においては、受電端を特性インピーダンスZ_0で終端し、反射波は発生しないようにして用いる。これにより、**入射した波のエネルギーはインピーダンスZ_0で吸収され、また、受電端に電力が効率的に供給される。**

無損失回路

$R=0, G=0$を満たす回路は無損失回路という。

ジュール損失は存在しない



無損失回路における伝搬係数

$$R=0, G=0$$

$$\alpha=\sqrt{\frac{(RG-w^2LC)+\sqrt{(RG-w^2LC)^2+(wLG+wCR)^2}}{2}}$$

$$\alpha=0$$

$$\beta=\sqrt{\frac{\sqrt{(RG-w^2LC)^2+(wLG+wCR)^2}-(RG-w^2LC)}{2}}$$

$$\beta=w\sqrt{LC}$$

無損失回路における位相速度

$$\boxed{\beta = w\sqrt{LC}}$$

R=0

G=0

L・C

位相速度：　$v = \boxed{\dfrac{w}{\beta}}$

$$v = \frac{w}{w\sqrt{LC}} = \boxed{\frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

位相速度は周波数wに依存しない一定値となる（無ひずみ伝送条件）

無損失回路とみひずみ伝送条件:

特性インピーダンスZ_0

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + jwL}{G + jwC}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

特性インピーダンスZ_0も周波数に依存せず一定値となる。

無損失回路は無ひずみ条件をみたし、減衰定数$\alpha = 0$
とした、無ひずみ線路の特別な場合である

無ひずみ伝送条件 $CR = LG$

無損失回路:$R = G = 0$:

特別な場合

無損失回路において送電端の境界条件が既知の場合：

$\alpha = 0$　　$\beta = w\sqrt{LC}$　　$\gamma = jw\sqrt{LC}$　　$\cosh j\theta = \cos\theta$　　$\sinh j\theta = j\sin\theta$

送電端の境界条件が既知の場合の電流と電圧の空間分布：

$$\cosh \gamma x = \cosh j\beta x = \cos\ \beta x$$

$$\sinh \gamma x = \sinh j\beta x = j\sin\ \beta x$$

$$V(x) = V_1 \cosh(\gamma x) - Z_0 I_1 \sinh(\gamma x)$$

$$I(x) = I_1 \cosh(\gamma x) - \frac{V_1}{Z_0} \sinh(\gamma x)$$

cos.　sin

$$\boxed{\begin{aligned} V(x) &= V_1 \cos\ \beta x - jZ_0 I_1 \sin\ \beta x \\ I(x) &= I_1 \cos\ \beta x - j\frac{V_1}{Z_0} \sin\ \beta x \end{aligned}}$$

無損失回路において受電端の境界条件が既知の場合：

$$V(x) = \boldsymbol{V_2}\cosh\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x}) + Z_0\boldsymbol{I_2}\sinh\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x})$$

$$I(x) = \boldsymbol{I_2}\cosh\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x}) + \frac{\boldsymbol{V_2}}{Z_0}\sinh\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x})$$

$$\cosh\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x}) = \cosh\boldsymbol{j\beta}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{cos}\ \ \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x})$$

$$sin\mathrm{h}\,\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x}) = \sinh\boldsymbol{j\beta}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{jsin}\ \ \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x})$$

受電端の境界条件が既知の場合の電流と電圧の空間分布：

$$\boxed{\begin{aligned} V(x) &= \boldsymbol{V_2}\cos(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{j}Z_0\boldsymbol{I_2}\boldsymbol{sin}\ \ \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x}) \\ I(x) &= \boldsymbol{I_2}\cos(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{j}\frac{\boldsymbol{V_2}}{Z_0}\boldsymbol{sin}\ \ \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x}) \end{aligned}}$$

無損失回路のF行列

$\alpha = 0$　$\beta = w\sqrt{LC}$　$\gamma = jw\sqrt{LC}$　$\cosh j\theta = \cos \theta$　$\sinh j\theta = \mathrm{j}\sin \theta$

$R \simeq 0$
$G \simeq \infty$

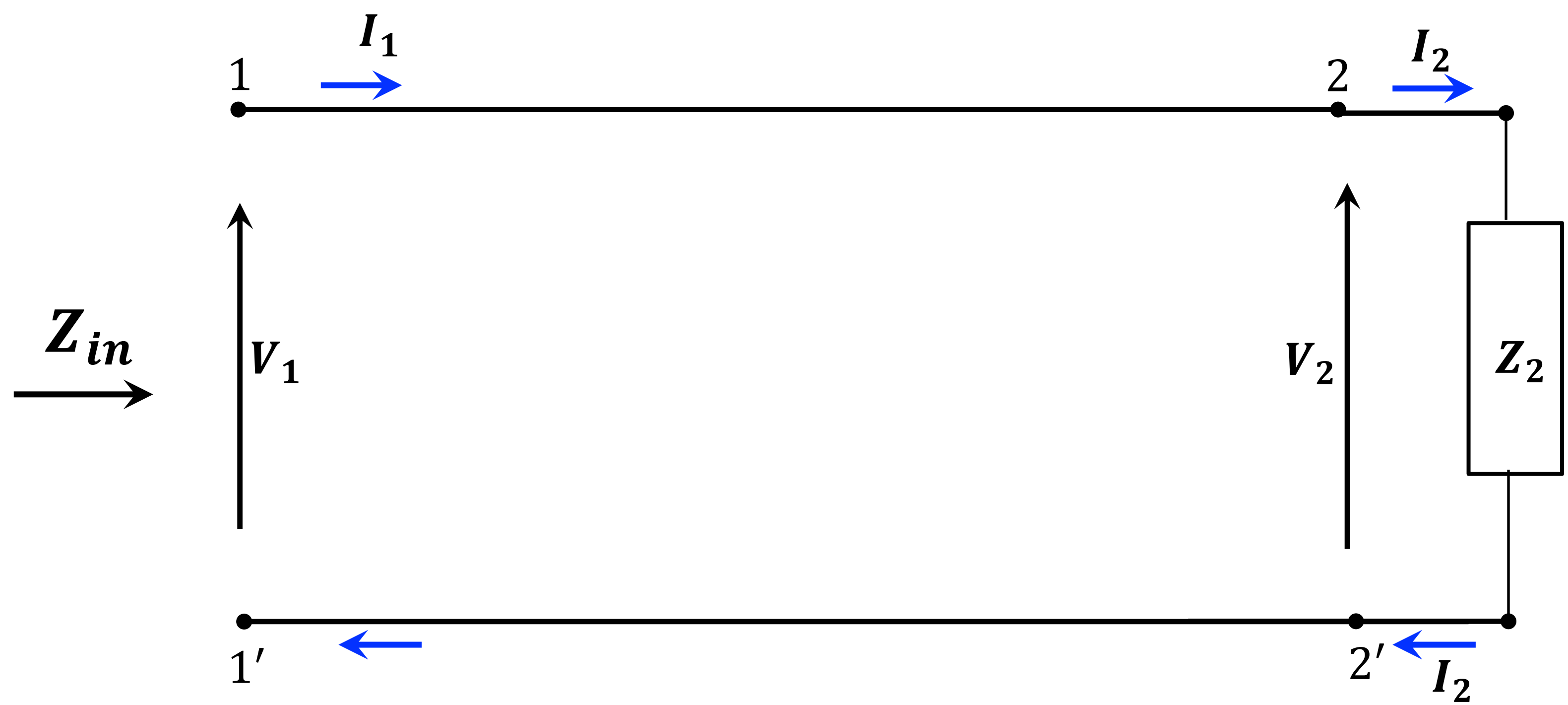
$$\cosh \gamma x = \cosh j\beta x = \cos \beta x$$

$$\sinh \gamma x = \sinh j\beta x = j\sin \beta x$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma l) & Z_0 \sinh(\gamma l) \\ \frac{1}{Z_0}\sinh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta l) & jZ_0 \sin(\beta l) \\ j\frac{1}{Z_0}\sin(\beta l) & \cos(\beta l) \end{bmatrix}$$

1）無損失有限長線路のインピーダンス



$Z_L = 0$

$$Z_{in} = \frac{V(0)}{I(0)} = \frac{\overset{0}{\cancel{Z_2}}\cos\boldsymbol{\beta} l + jZ_0\sin\boldsymbol{\beta l}}{\cos\boldsymbol{\beta l} + \boldsymbol{j}\frac{\overset{0}{\cancel{Z_2}}}{Z_0}\sin\boldsymbol{\beta l}}$$

2)無損失回路：受電端が短絡開放されている場合：$Z_2 = 0$

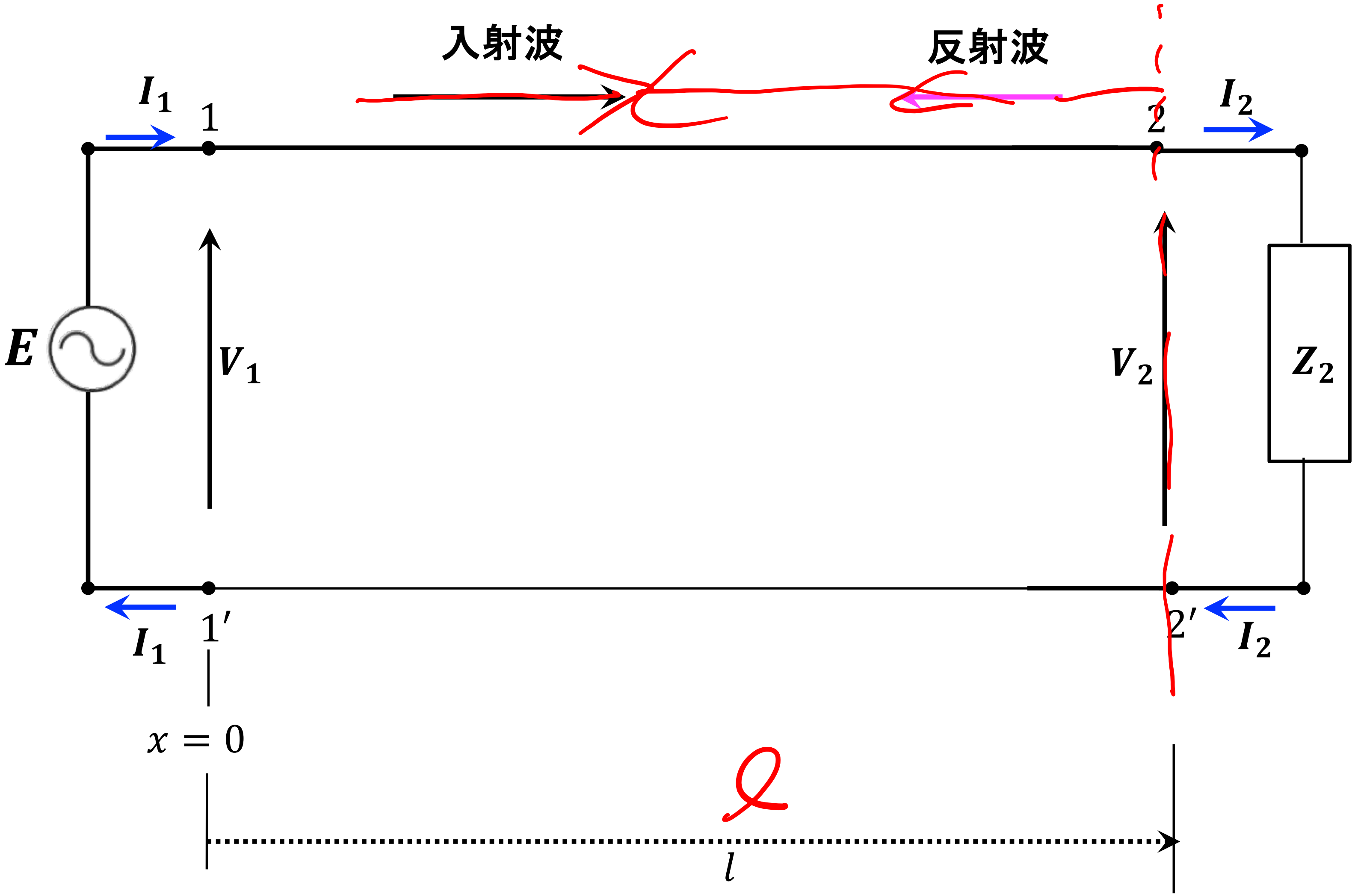
短絡　$Z_2 = 0$

$$Z_{in} = \frac{Z_0 \sin\cancel{h}\,\boldsymbol{\gamma l}}{\cos\cancel{h}\,\boldsymbol{\gamma l}} = Z_0 \tan \boldsymbol{\beta l}$$

開放　$Z_2 = \infty$

$$Z_{in} = \frac{\cos\cancel{h}\,\boldsymbol{\gamma l}}{\frac{1}{Z_0}\sin\cancel{h}\,\boldsymbol{\gamma l}} = Z_0 \cot \boldsymbol{\beta l}$$

伝送線路における反射



$$V(x) = \underbrace{\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}^{-\gamma x}}_{\text{入射波}} + \underbrace{\boldsymbol{B}\boldsymbol{e}^{\gamma x}}_{\text{反射波}}$$

$$I(x) = \frac{1}{Z_0}\left(\underbrace{\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}^{-\gamma x}}_{\text{入射波}} \underbrace{- \boldsymbol{B}\boldsymbol{e}^{\gamma x}}_{\text{反射波}}\right)$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}\boldsymbol{e}^{-\gamma x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{e}^{\gamma x} = V(x) \\ \boldsymbol{A}\boldsymbol{e}^{-\gamma x} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{e}^{\gamma x} = Z_0 I(x) \end{cases}$$

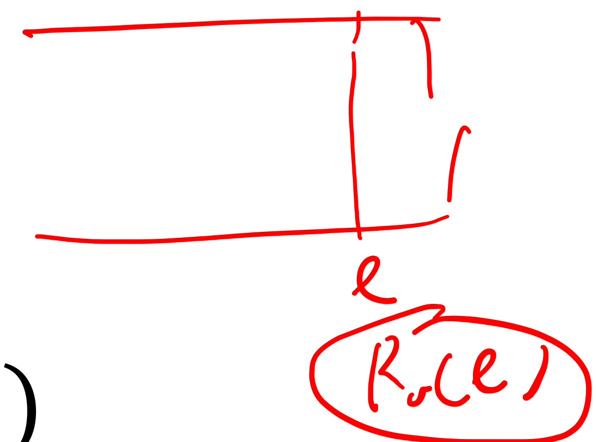
任意点における反射係数$R_V(x)$

$$R_V(x)=\frac{\boldsymbol{Be^{\gamma x}}}{\boldsymbol{Ae^{-\gamma x}}}=\frac{\boldsymbol{Be^{\gamma(l-l+x)}}}{\boldsymbol{Ae^{-\gamma(l-l+x)}}}=\frac{\boldsymbol{Be^{\{\gamma l-\gamma(l-x)\}}}}{\boldsymbol{Ae^{\{-\gamma l+\gamma(l-x)\}}}}$$

$$=\frac{\boldsymbol{Be^{\gamma l}}}{\boldsymbol{Ae^{-\gamma l}}}\frac{\boldsymbol{e^{-\gamma(l-x)}}}{\boldsymbol{e^{\gamma(l-x)}}}$$

$$=R_V(l)\ \boldsymbol{e^{-2\gamma(l-x)}}$$

$$=R_V\qquad \boldsymbol{e^{-2\gamma(l-x)}}$$



受電端における電圧の反射係数R_V

$$\boldsymbol{Ae^{-\gamma x}} = \frac{V(x) + Z_0 I(x)}{\mathbf{2}} \qquad \boldsymbol{Be^{\gamma x}} = \frac{V(x) - Z_0 I(x)}{\mathbf{2}}$$

$x = l$,すなわち受電端における電圧の反射係数

$$R_V = \frac{\boldsymbol{Be^{\gamma l}}}{\boldsymbol{Ae^{-\gamma l}}} = \frac{V(l) - Z_0 I(l)}{V(l) + Z_0 I(l)} = \frac{\overbrace{\frac{V(l)}{I(l)}}^{Z_L} - Z_0}{\underbrace{\frac{V(l)}{I(l)}}_{Z_L} + Z_0}$$

受電端のインピーダンスはZ_lであるから:

$$Z_l = \frac{V(l)}{I(l)}$$

受電端における電圧と電流の反射係数

$$R_V = \frac{\boldsymbol{Be^{\gamma l}}}{\boldsymbol{Ae^{-\gamma l}}} = \frac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0}$$

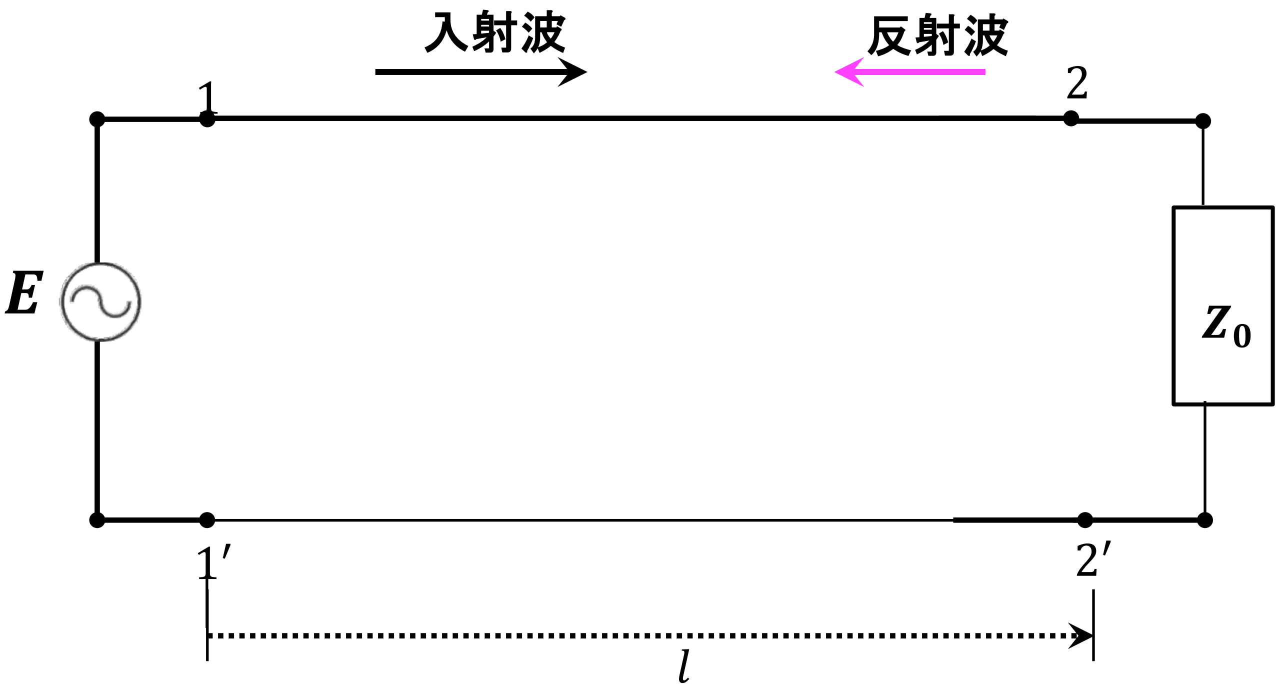
$x = l$

$R_V(x)$

$$R_I = \frac{\boldsymbol{-Be^{\gamma l}}}{\boldsymbol{Ae^{-\gamma l}}} = -\frac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0} = -R_V$$

電圧と電流の反射係数は受電端のインピーダンスと特性インピーダンスで決定される

(a)受電端が特性インピーダンスZ_0で終端されている場合($Z_2 = Z_0$)



$$Z_l = Z_0$$

$$R_V = \frac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0} = \mathbf{0} = R_I$$

反射が生じない

(b)受電端が開放した場合

$$Z_l = \infty$$

$$\frac{Z_0}{Z_l} \to 0$$

$$R_V = \frac{1 - \frac{Z_0}{Z_l}}{1 + \frac{Z_0}{Z_l}} = \mathbf{1}$$

$$\boldsymbol{R_I = -1}$$

(a)受電端が開放した場合

$$Z_l = \infty$$

$$\frac{Z_0}{Z_l} \to 0$$

$$R_V = \frac{1 - \frac{Z_0}{Z_l}}{1 + \frac{Z_0}{Z_l}} = \mathbf{1}$$

$$\boldsymbol{R_I = -1}$$

(b)受電端が短絡した場合

$Z_l = 0$

$$\frac{\cancel{Z_l}^{0} - Z_0}{\cancel{Z_l}^{0} - Z_0}$$

$Z_l = 0$

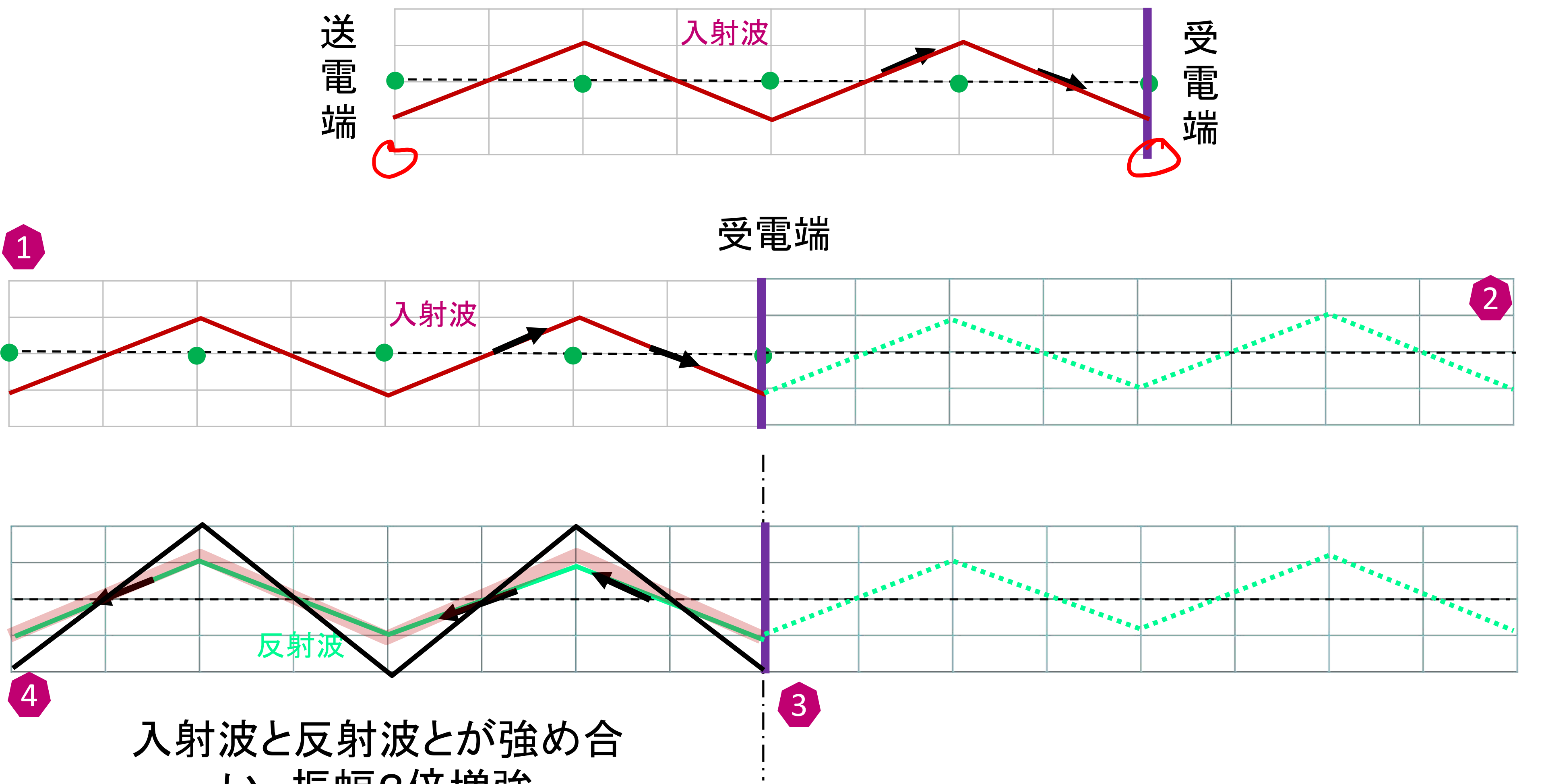
$\frac{Z_0}{Z_l} \rightarrow \infty$

$$R_V = \frac{1-\infty}{1+\infty} = -1$$

$$R_I = 1$$

受電端における電圧反射波の作り方

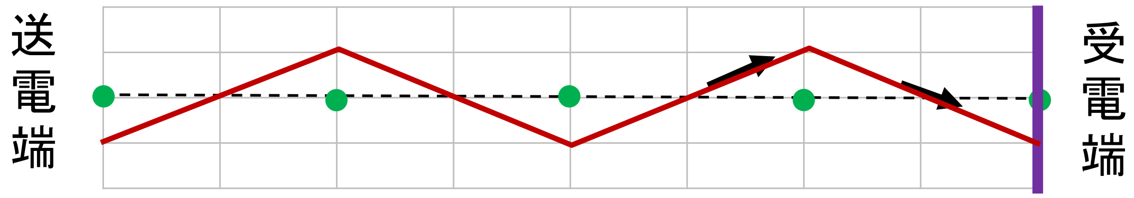
$$R_V = 1$$

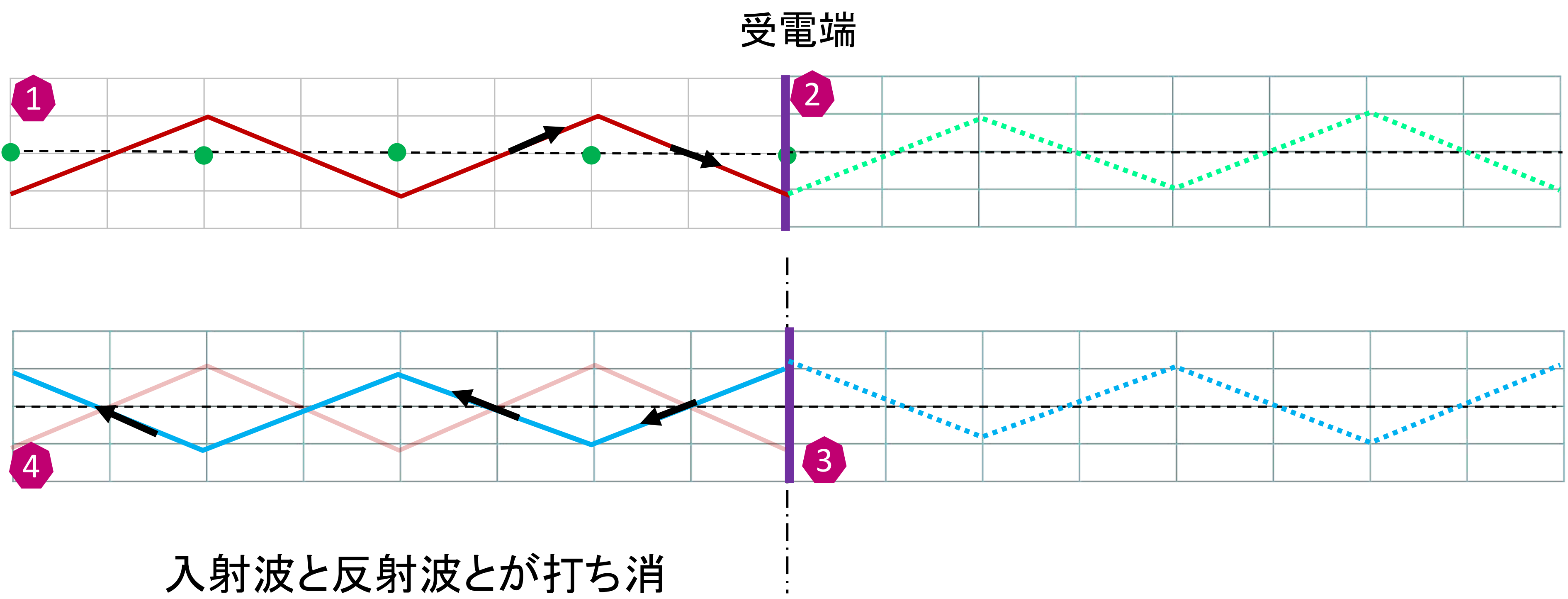


入射波と反射波とが強め合い、振幅2倍増強

受電端における電流反射波の作り方

$$R_I = -1$$

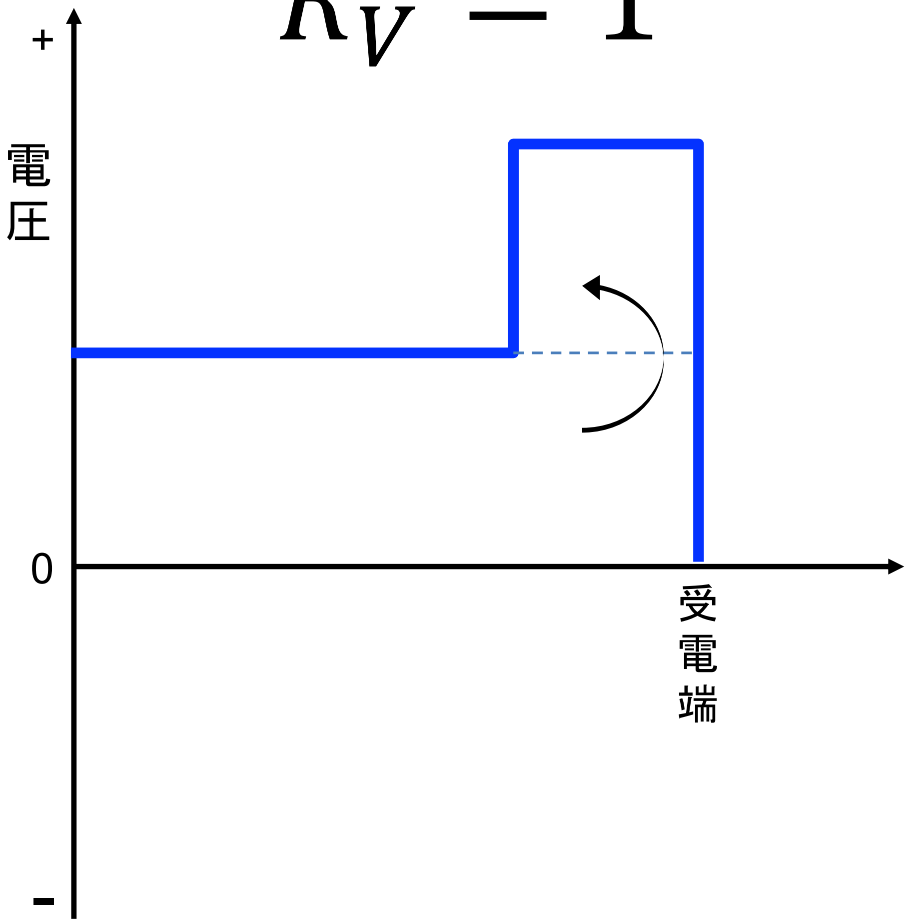




入射波と反射波とが打ち消し合い、振幅がゼロになる

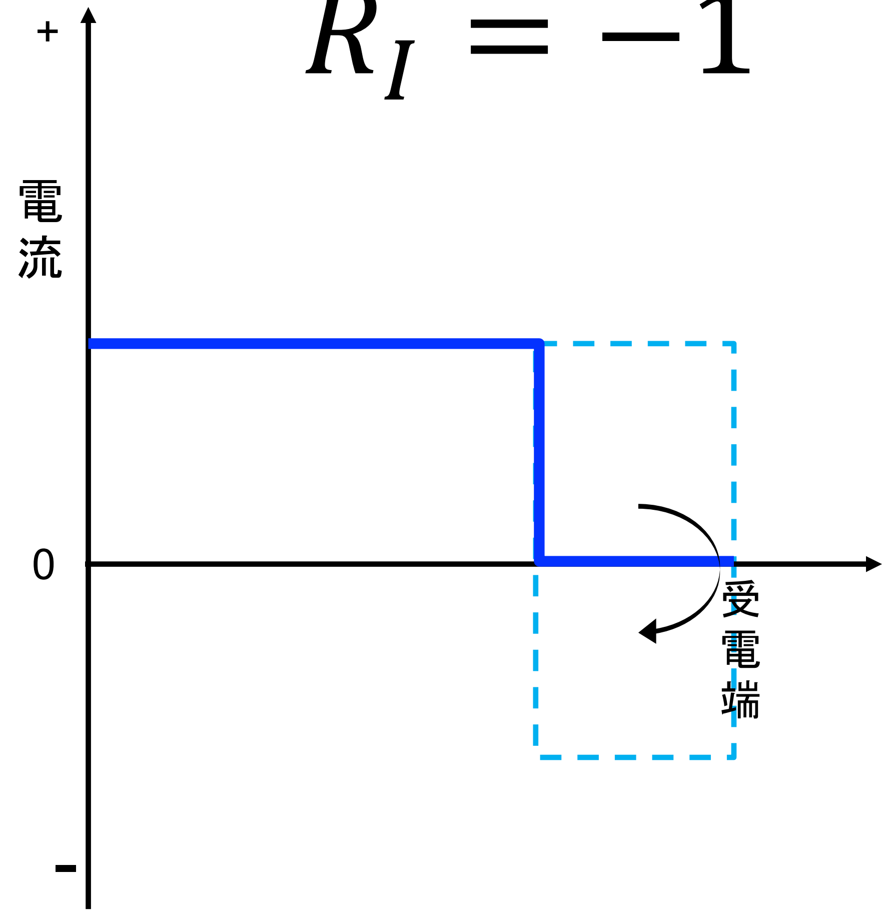
受電端が開放した場合

$$R_V = 1$$



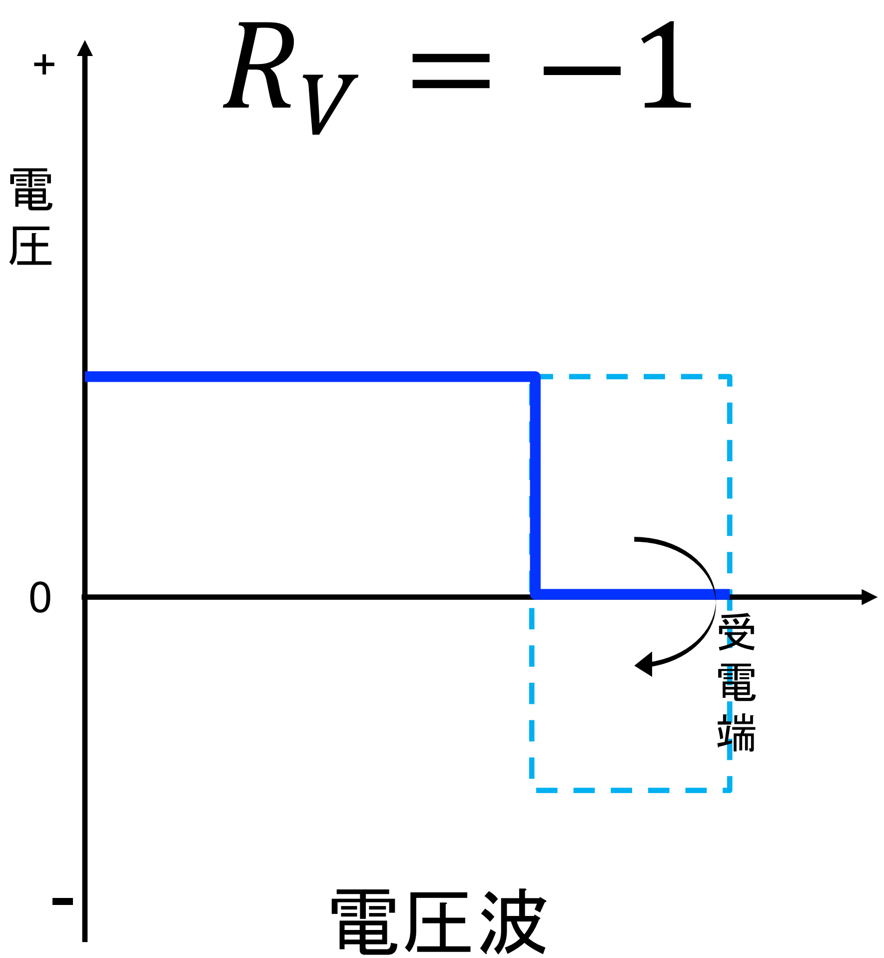
電圧波

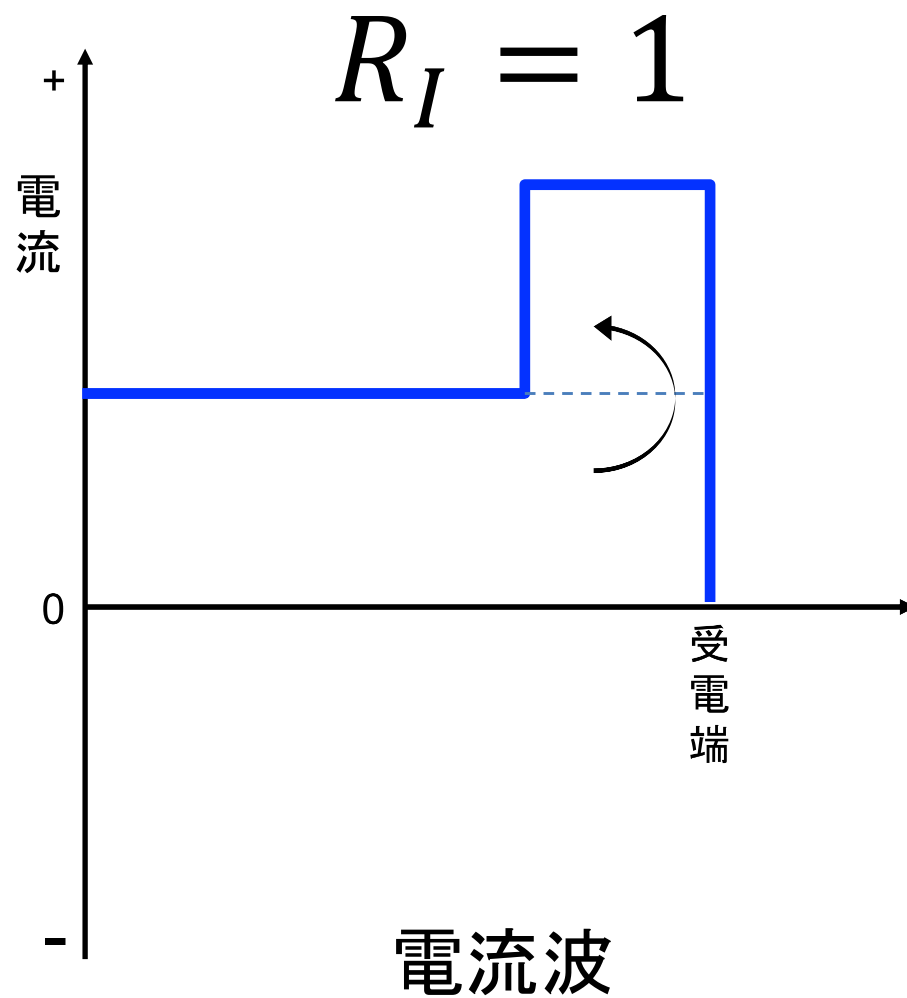
$$R_I = -1$$



電流波

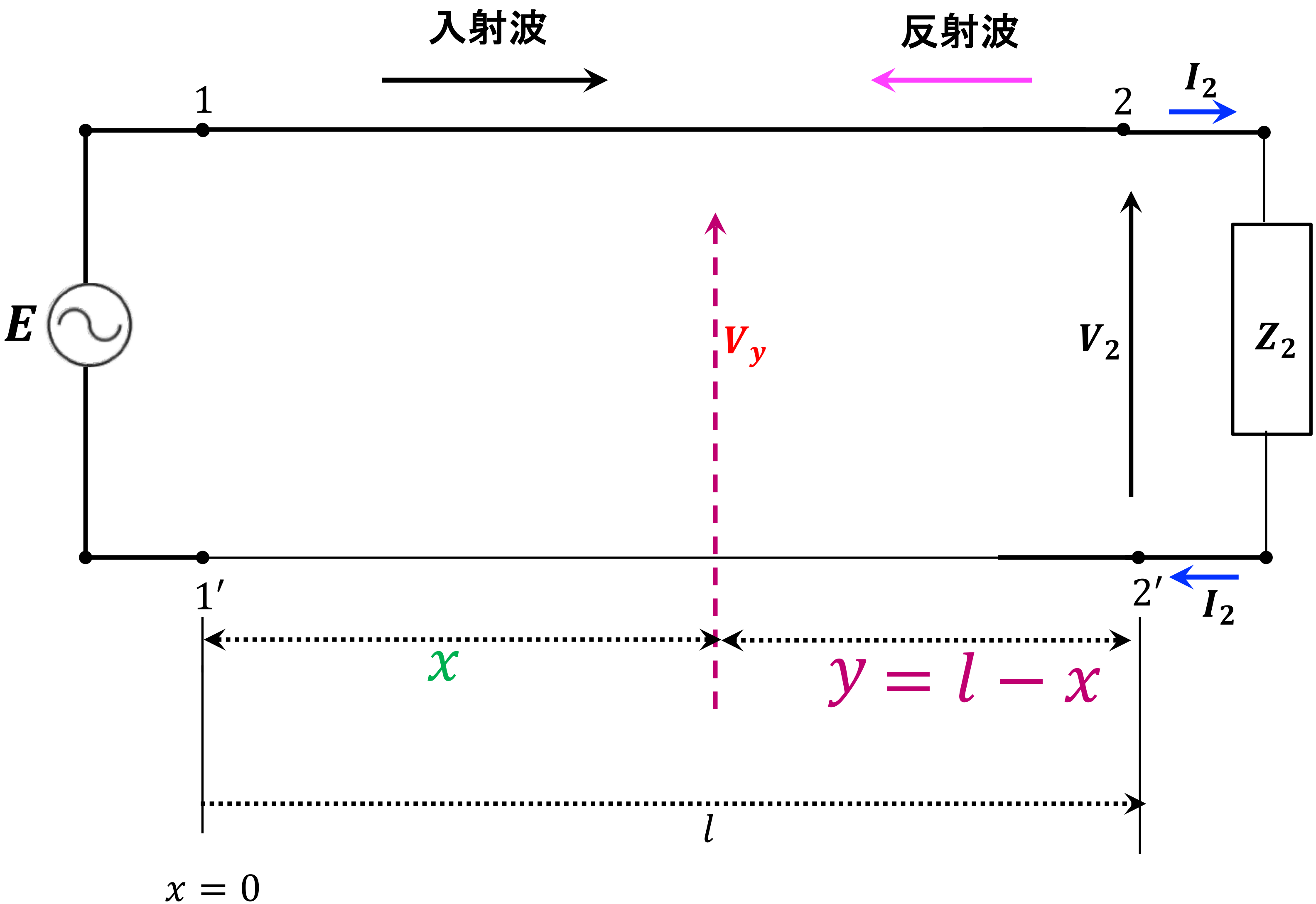
受電端が短絡した場合





無損失回路における一般化した定在波

定在波比:



無損失回路において受電端の境界条件が既知の場合:

受電端の境界条件が既知の場合の電流と電圧の空間分布:

$$\boxed{\begin{aligned} V(x) &= \boldsymbol{V_2}\cos\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{j}Z_0\boldsymbol{I_2}\boldsymbol{sin}\ \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x}) \\ I(x) &= \boldsymbol{I_2}\cos\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{j}\frac{\boldsymbol{V_2}}{Z_0}\boldsymbol{sin}\ \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{x}) \end{aligned}}$$

$$V(y) = \boldsymbol{V_2}\cos\boldsymbol{\beta y} + \boldsymbol{j}Z_0\boldsymbol{I_2}\boldsymbol{sin}\ \boldsymbol{\beta y}$$

$$I(y) = \boldsymbol{I_2}\cos\boldsymbol{\beta y} + \boldsymbol{j}\frac{\boldsymbol{V_2}}{Z_0}\boldsymbol{sin}\ \boldsymbol{\beta y}$$

$$\sin\ \beta y = \frac{e^{j\beta y} - e^{-j\beta y}}{2j} \qquad \cos\ \beta y = \frac{e^{j\beta y} + e^{-j\beta y}}{2}$$

$$V(y) = V_2 \frac{e^{j\beta y} + e^{-j\beta y}}{2} + jZ_0 I_2 \frac{e^{j\beta y} - e^{-j\beta y}}{2j}$$

$$V(y) = \frac{V_2 + Z_0 I_2}{2} e^{j\beta y} + \frac{V_2 - Z_0 I_2}{2} e^{-j\beta y}$$

$$V(y) = \frac{\boldsymbol{V_2} + Z_0\boldsymbol{I_2}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{e^{j\beta y}}(\mathbf{1} + \frac{\boldsymbol{V_2} - Z_0\boldsymbol{I_2}}{\boldsymbol{V_2} + Z_0\boldsymbol{I_2}}\boldsymbol{e}^{-j2\boldsymbol{\beta y}})$$

$$\boldsymbol{Z_L} = \frac{\boldsymbol{V_2}}{\boldsymbol{I_2}}$$

$$V(y) = \frac{\boldsymbol{V_2} + Z_0\boldsymbol{I_2}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{e^{j\beta y}}(\mathbf{1} + \frac{\boldsymbol{Z_L} - Z_0}{\boldsymbol{Z_L} - Z_0}\boldsymbol{e^{-j2\beta y}})$$

$$R_V = |R_V|e^{j\theta}$$

$$|R_V| = \frac{\boldsymbol{Z_L} - Z_0}{\boldsymbol{Z_L} - Z_0}$$

$$V(y) = \frac{\boldsymbol{V_2} + Z_0\boldsymbol{I_2}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{e^{j\beta y}}(\mathbf{1} + |R_V|e^{j\theta}\boldsymbol{e^{-j2\beta y}})$$

$$V(y) = \frac{\boldsymbol{V_2} + Z_0\boldsymbol{I_2}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{e^{j\beta y}}\{\mathbf{1} + |R_V|e^{j(\theta - \mathbf{2}\boldsymbol{\beta y})}\}$$

$$V(y) = \frac{\boldsymbol{V_2} + Z_0\boldsymbol{I_2}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{e^{j\beta y}}\{\mathbf{1} + |R_V|e^{j(\theta-\mathbf{2}\boldsymbol{\beta y})}\}$$

$$I(y) = \frac{\boldsymbol{V_2} + Z_0\boldsymbol{I_2}}{\mathbf{2}Z_0}\boldsymbol{e^{j\beta y}}\{\mathbf{1} - |R_V|e^{j(\theta-\mathbf{2}\boldsymbol{\beta y})}\}$$

$$V(y) = \frac{\boldsymbol{V}_2 + Z_0\boldsymbol{I}_2}{\boldsymbol{2}}\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{j\beta y}}\{\boldsymbol{1} + |R_V|e^{j(\theta - \boldsymbol{2\beta y})}\}$$

$$|V(y)| \propto |\boldsymbol{1} + |R_V|e^{j(\theta - \boldsymbol{2\beta y})}|$$

$$|I(y)| \propto |\boldsymbol{1} - |R_V|e^{j(\theta - \boldsymbol{2\beta y})}|$$

電圧最大値をとるy

$$\theta - 2\beta y = n\pi$$

$$n = 0, \pm 2, \pm 4, \pm 6 \dots$$

$$y = \frac{1}{2\beta}(\theta - n\pi)$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \theta = 0 \qquad n = -2$$

$$y = \frac{1}{2\beta}(2\pi) = \frac{\lambda}{2}$$

電圧最最小値をとるy

$$\theta - 2\beta y = n\pi$$

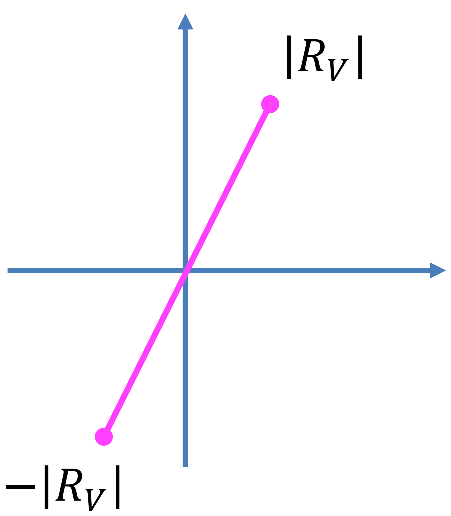
$$y = \frac{1}{2\beta}(\theta - n\pi)$$

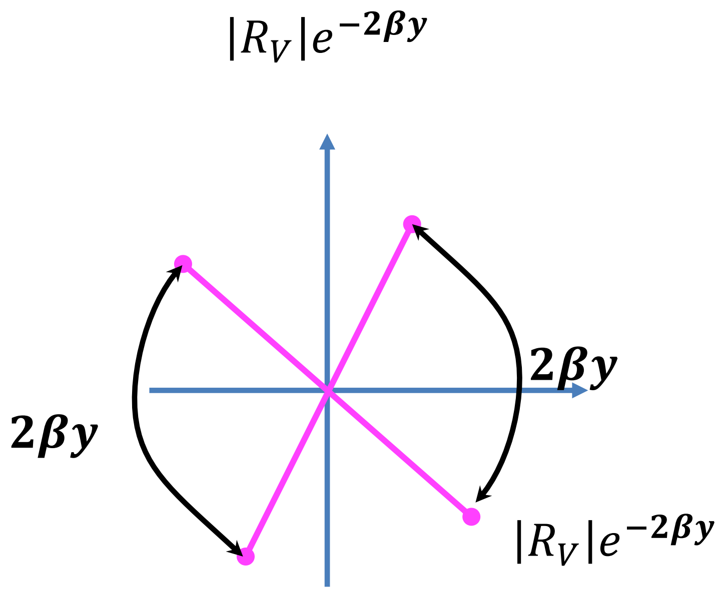
$$n = \pm 1, \pm 3, \pm 5 \ldots$$

$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ $\theta = 0$ $n = -1$

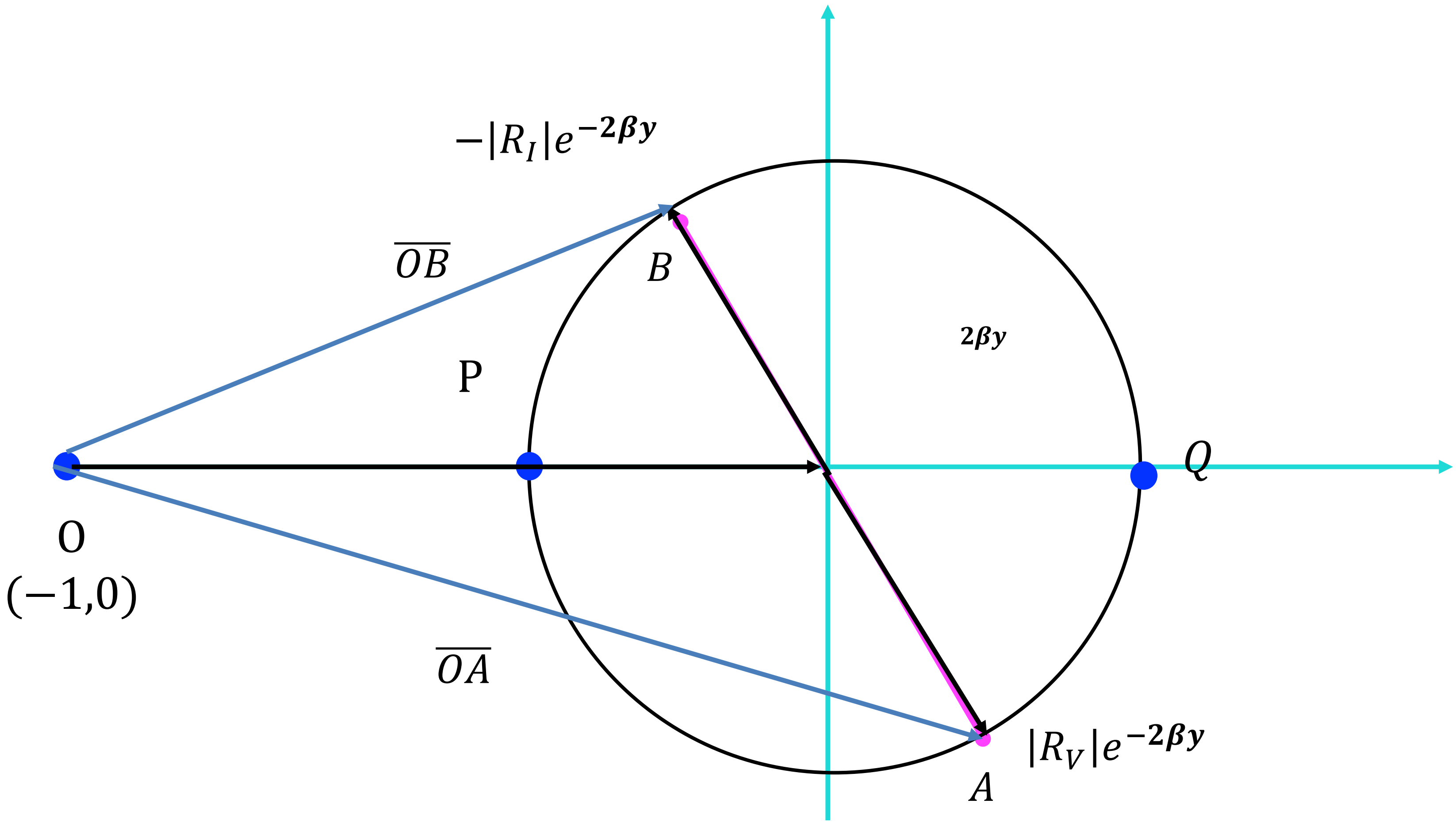
$$y = \frac{1}{2\beta}(\pi) = \frac{\lambda}{4}$$

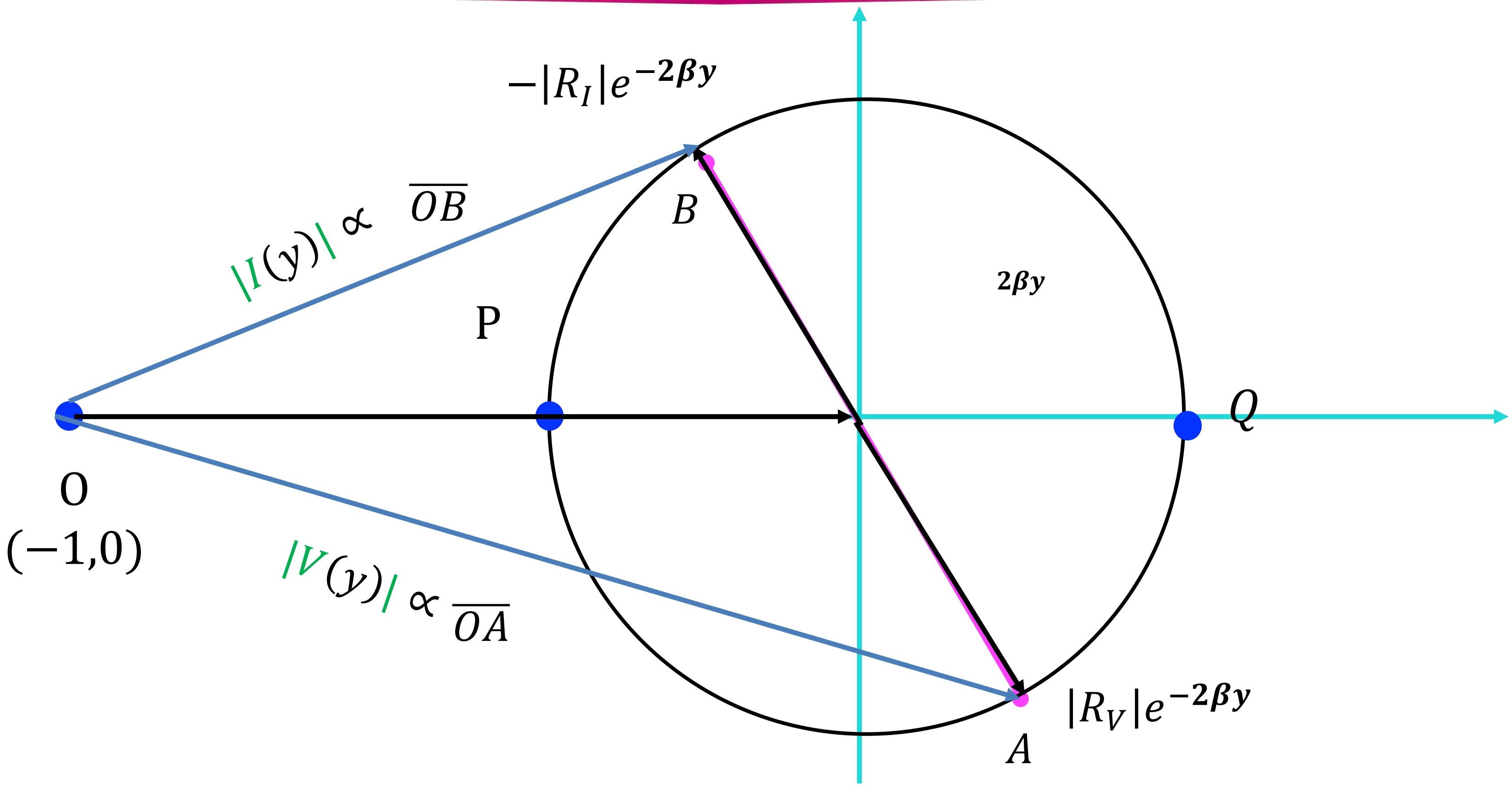
$$|V(y)| \propto |\mathbf{1} + |R_V| e^{j(\theta - \boldsymbol{2\beta y})}|$$ 例：$\theta = 0$





$$|V(y)| \propto \left|\mathbf{1} + |R_V| e^{j(\theta - 2\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{y})}\right|$$



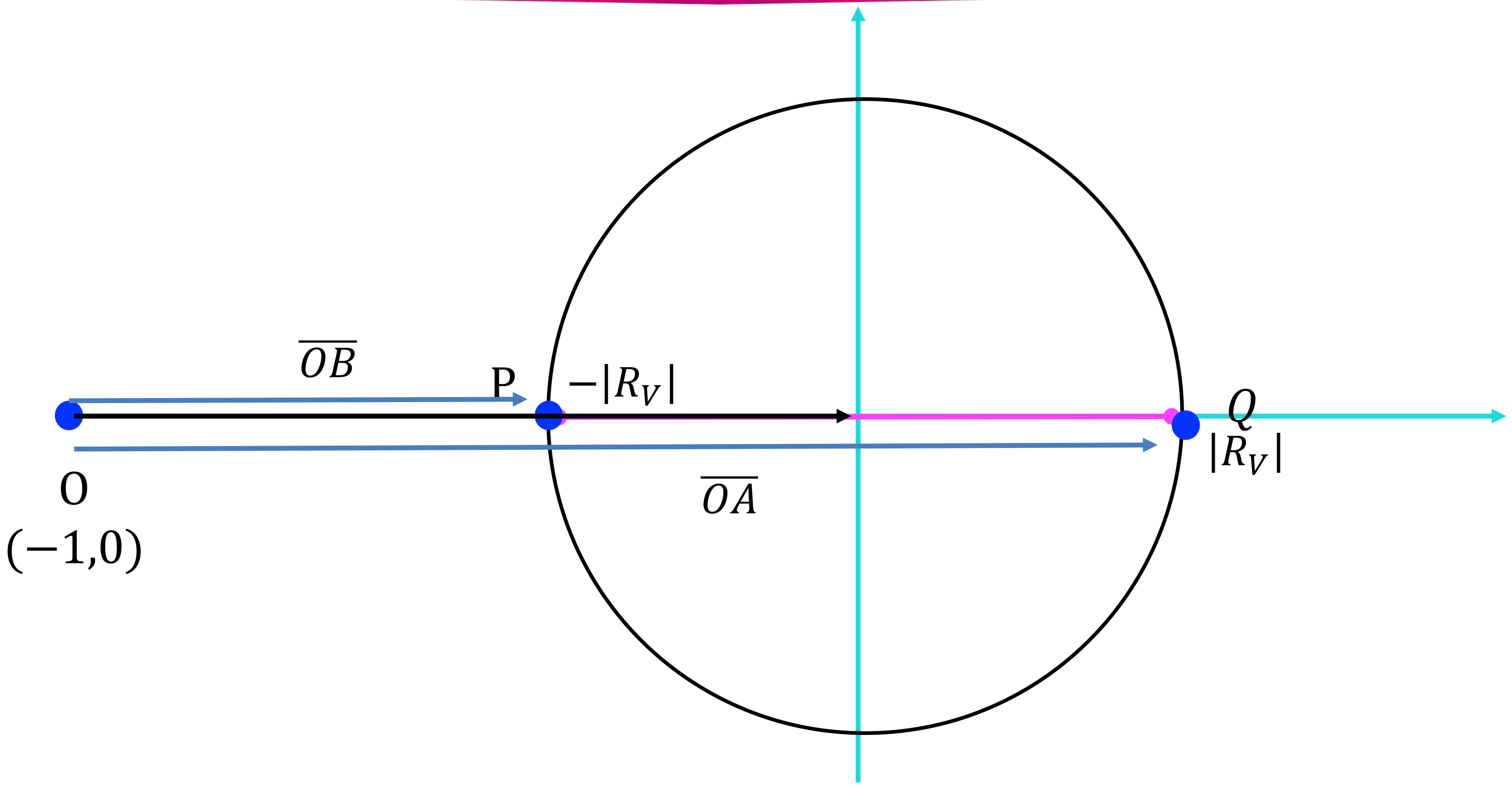


$|V(y)| \propto$

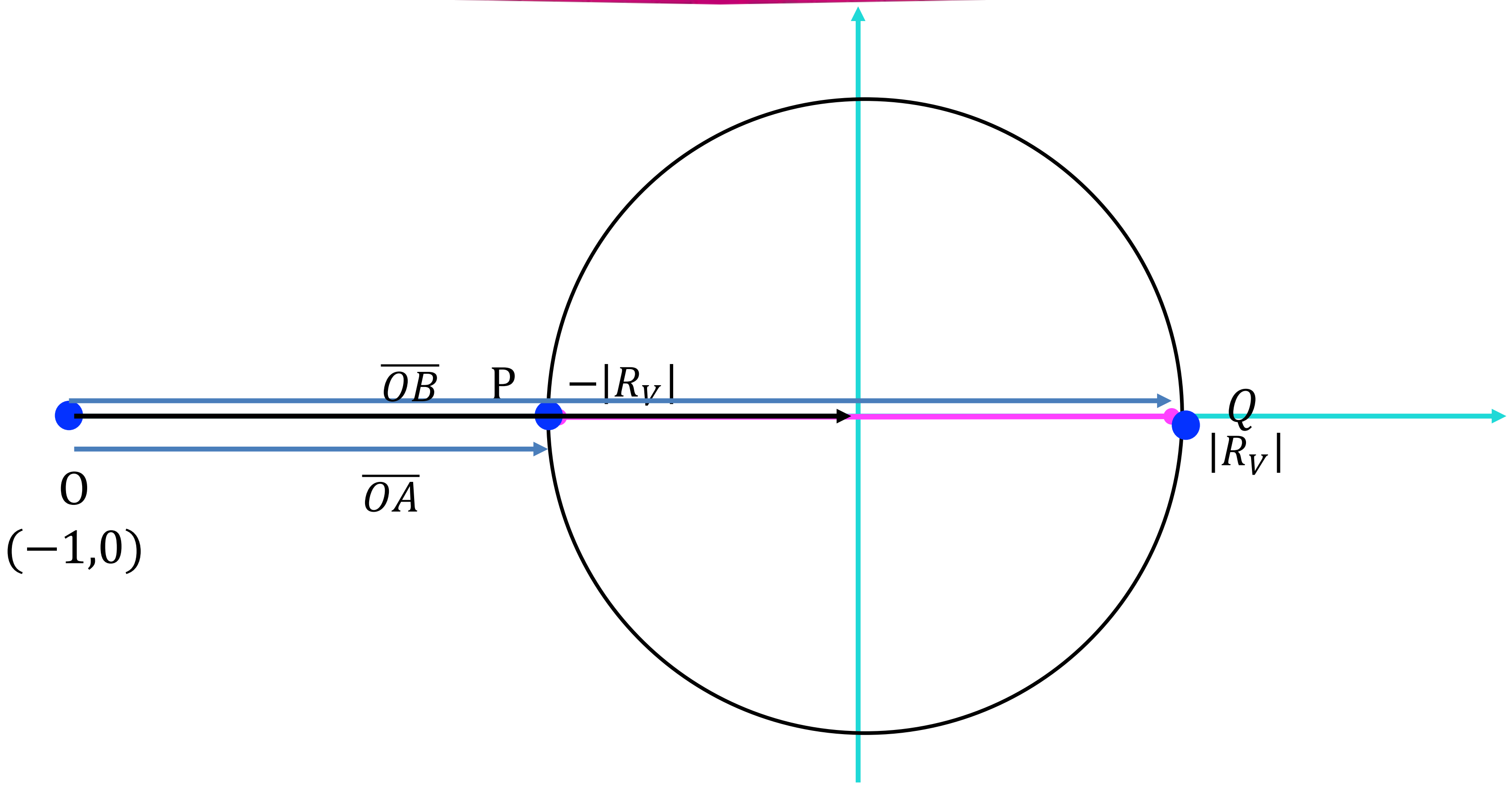
$$\overline{OA} = \mathbf{1} + |R_V|e^{j(\theta - 2\boldsymbol{\beta} \boldsymbol{y})}$$

$|I(y)| \propto$

$$\overline{OB} = \mathbf{1} - |R_I|e^{j(\theta - 2\boldsymbol{\beta} \boldsymbol{y})}$$



$$|V(y)|_{\mathrm{max}} = \overline{OQ} = \mathbf{1} + |R_V| \qquad |I(y)|_{\mathrm{min}} = \overline{OP} = \mathbf{1} - |R_I|$$



$$|I(y)|_{\max} = \overline{OQ} = \mathbf{1} + |R_I| \qquad |V(y)|_{\min} = \overline{OP} = \mathbf{1} - |R_V|$$

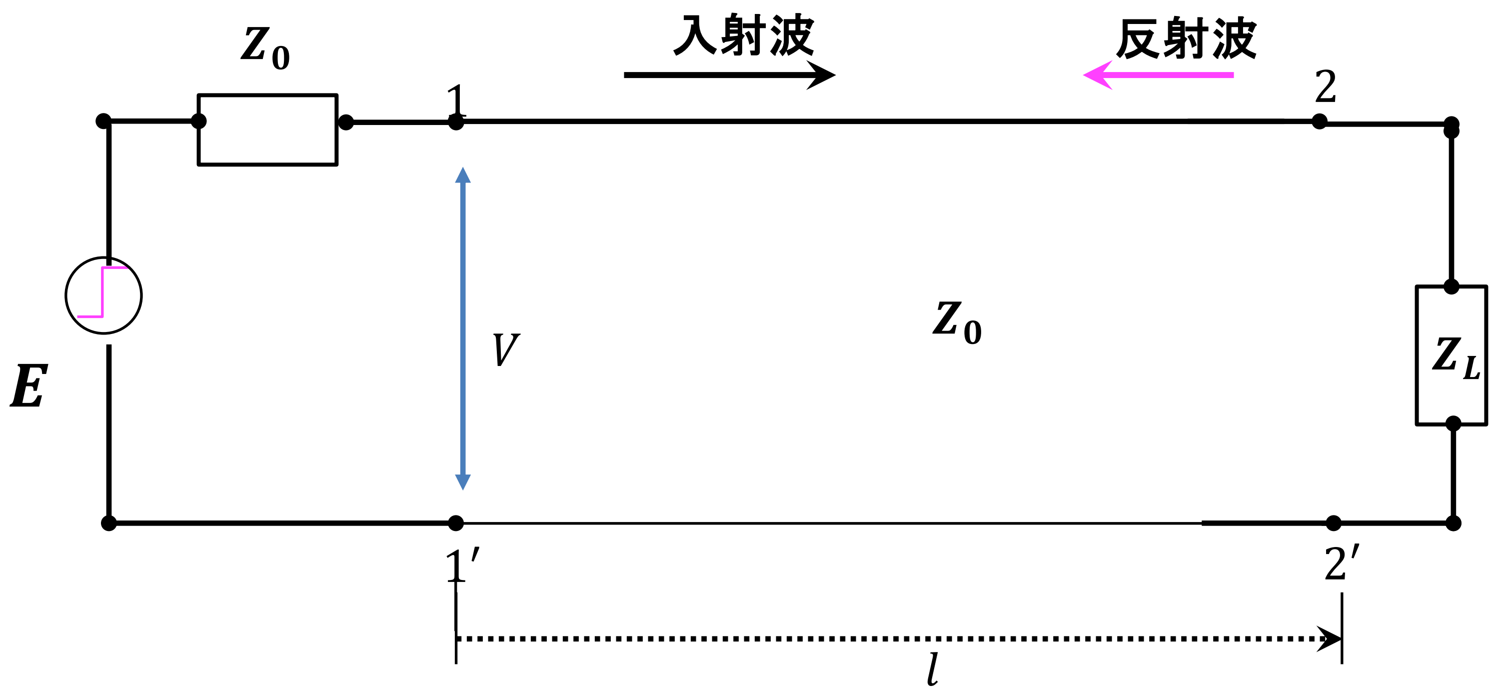
定在波比

$$\rho = \frac{\mathbf{1} + |R_V|}{\mathbf{1} - |R_V|} = \frac{\mathbf{1} + |R_I|}{\mathbf{1} - |R_I|}$$

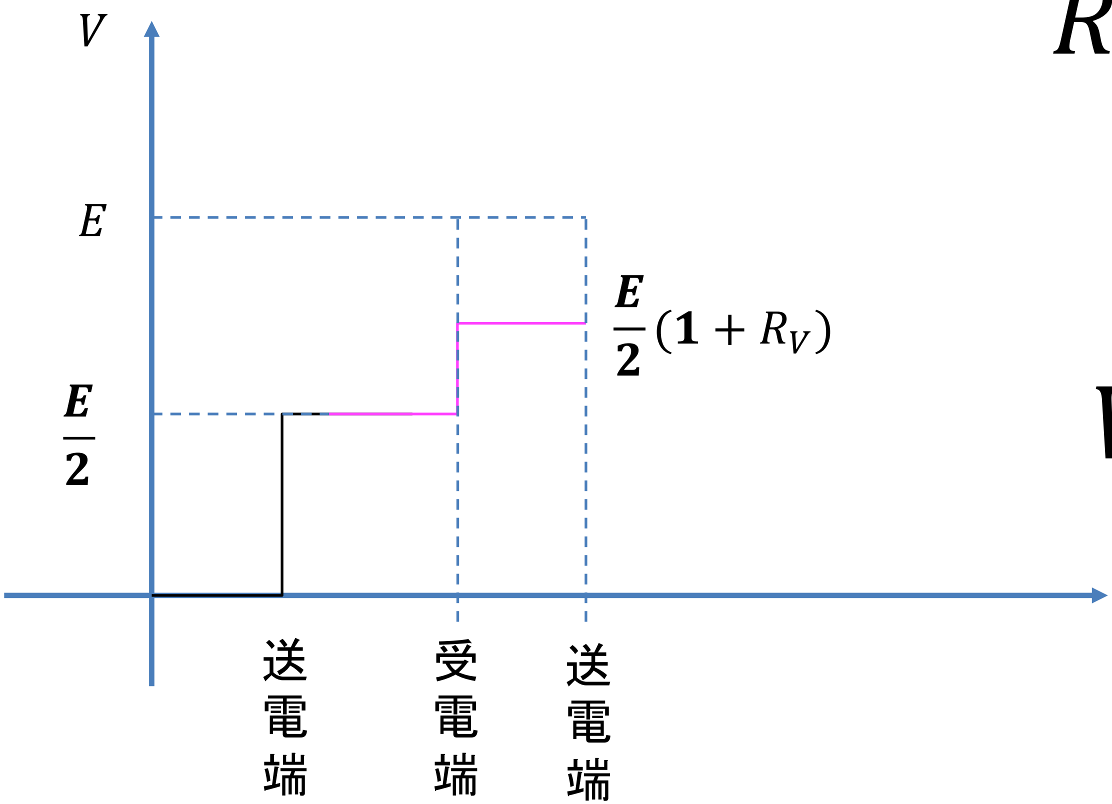
$$|R_V| = |R_I| = \frac{\rho - \mathbf{1}}{\rho + 1}$$

無損失分布定数回路における過渡現象

充電端負荷： Z_L



電圧の過渡応答



$$R_V = \frac{\boldsymbol{Z_L} - Z_0}{\boldsymbol{Z_L} + Z_0}$$

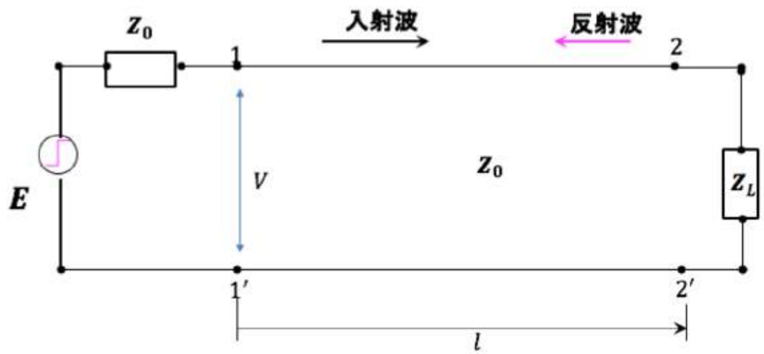
$$V = V_i + V_R$$

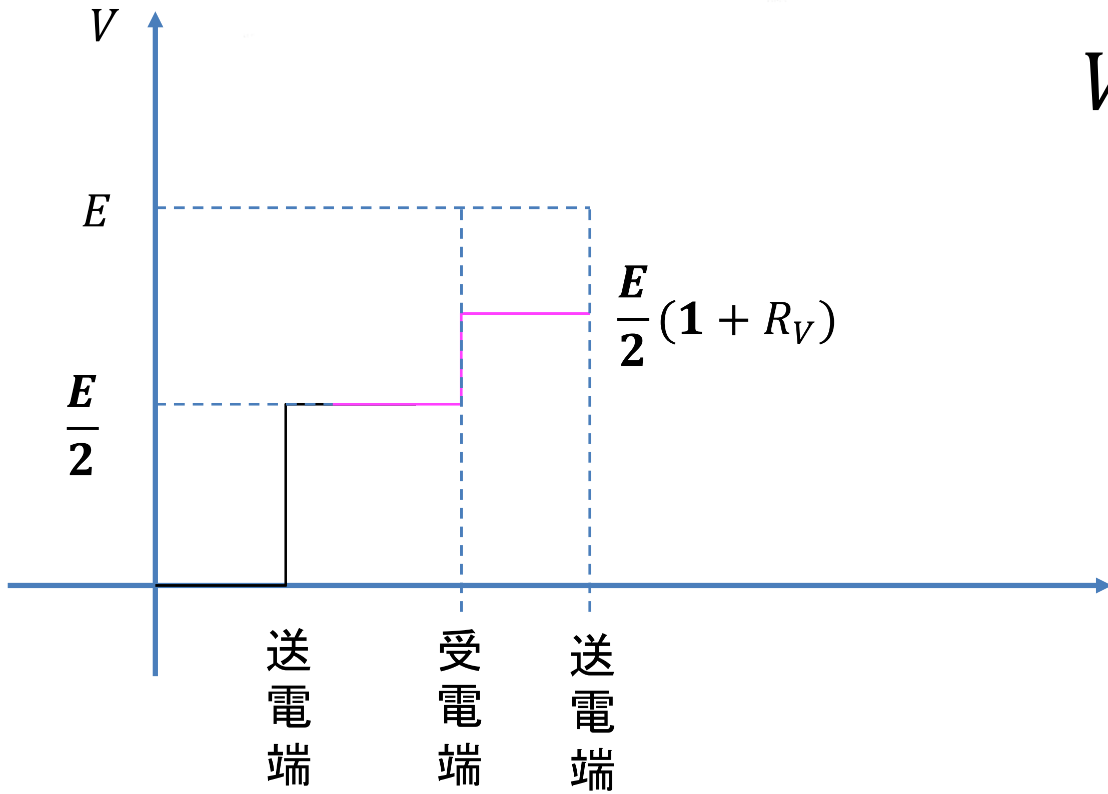
$$V_i = \frac{E}{2}$$

$$V = V_i + V_R$$

$$V = \frac{\boldsymbol{E}}{\boldsymbol{2}}(\boldsymbol{1} + R_V)$$

電圧の過渡応答

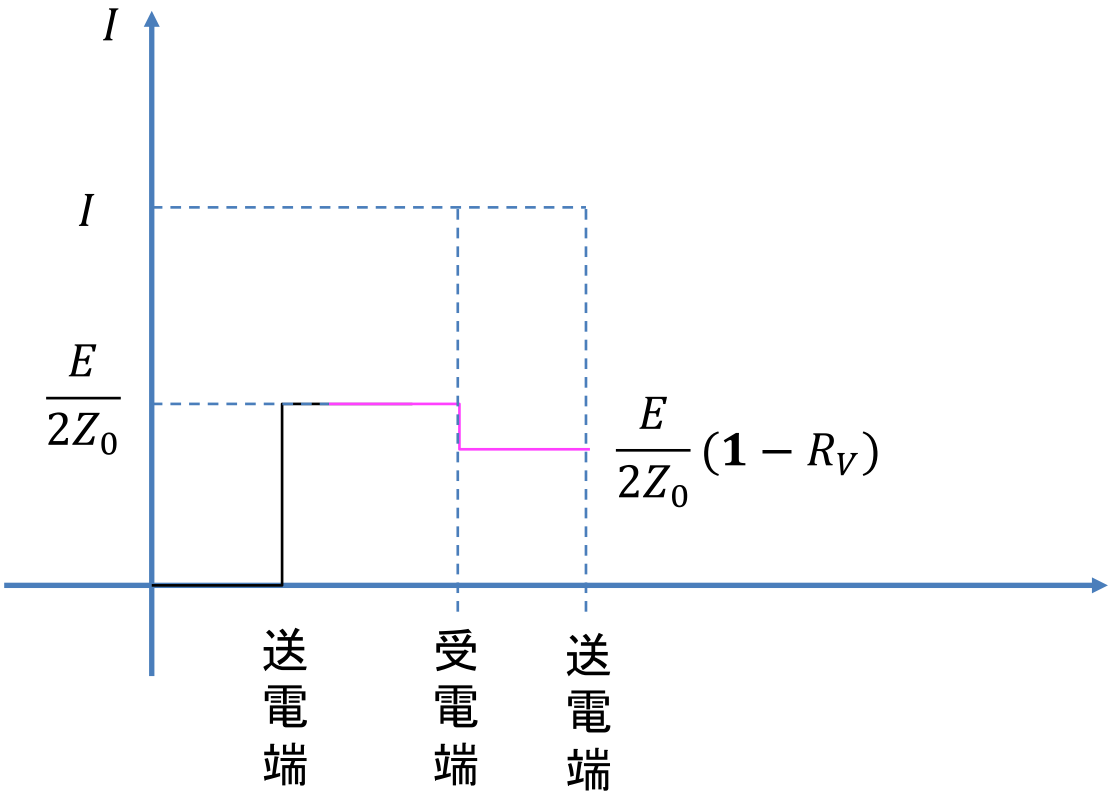




$$V = \frac{E}{2}(1 + R_V)$$

$$V = \frac{E}{Z_L + Z_0} Z_L$$

電流の過渡応答



$$R_V = \frac{\mathbf{Z}_{\boldsymbol{L}} - Z_0}{\mathbf{Z}_{\boldsymbol{L}} + Z_0}$$

$$R_I = -R_V$$

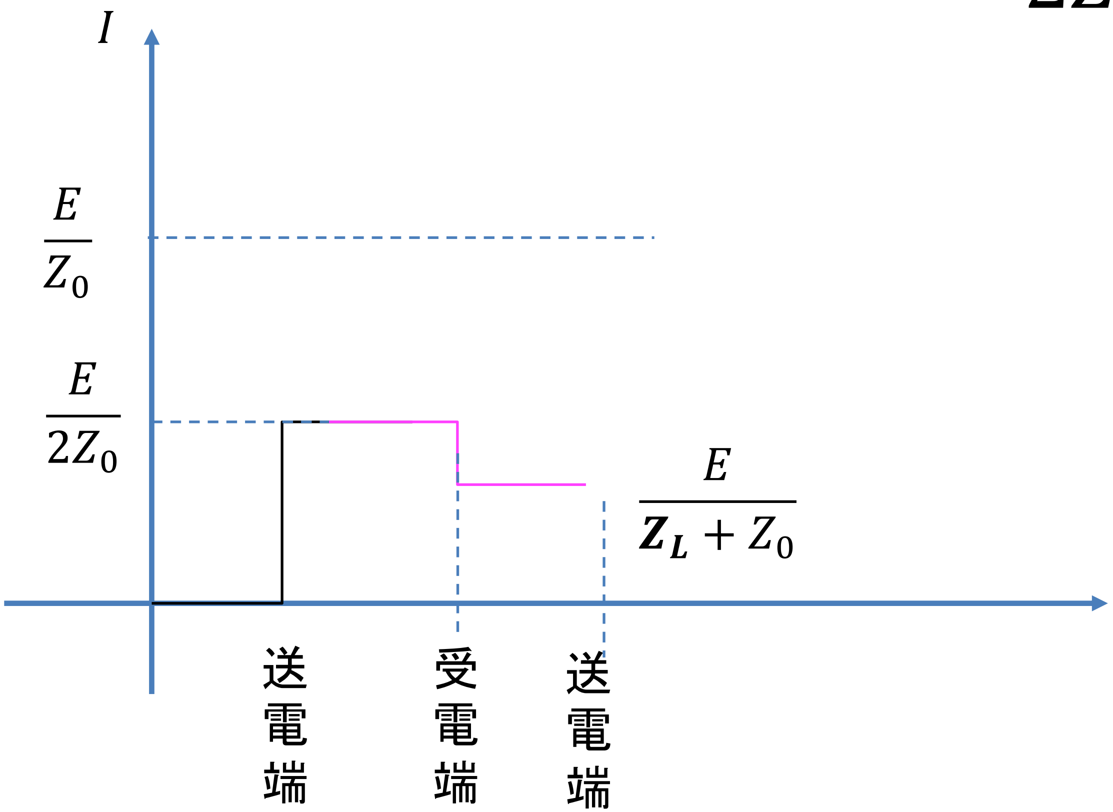
$$I = I_i + I_R$$

$$I_i = \frac{E}{2Z_0}$$

$$V = \frac{E}{2Z_0}(\mathbf{1} - R_V)$$

電流の過渡応答

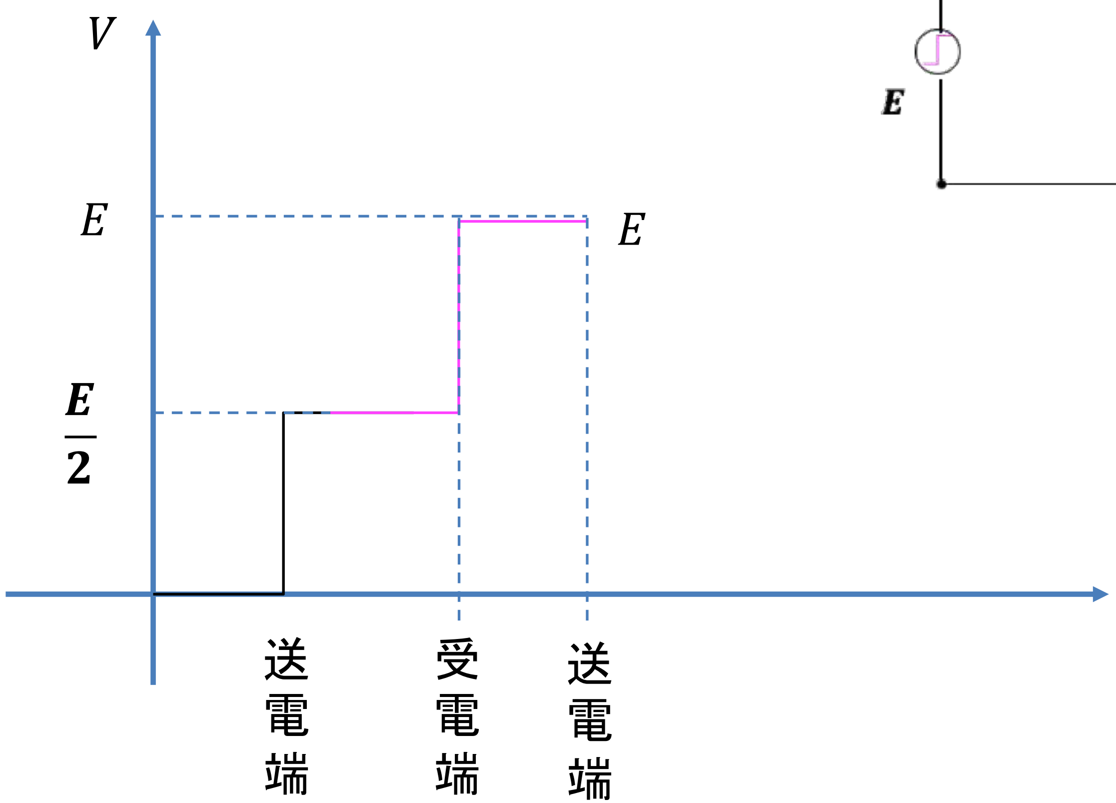
$$I = \frac{E}{2Z_0}\left(\mathbf{1} - \frac{\boldsymbol{Z_L} - Z_0}{\boldsymbol{Z_L} + Z_0}\right)$$

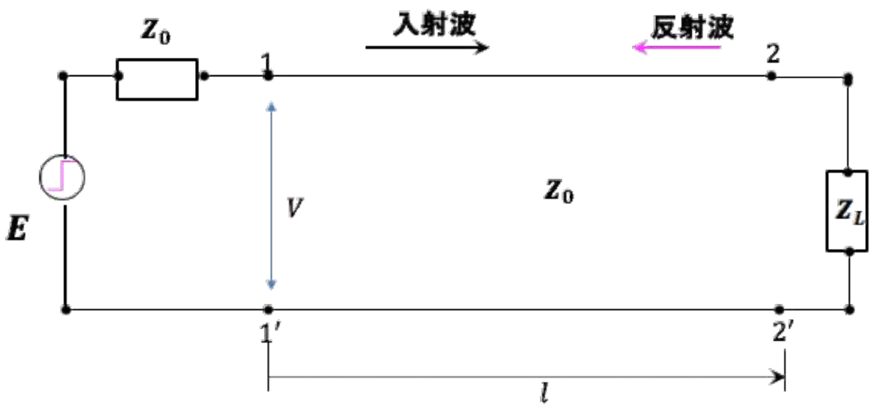


$$I = \frac{E}{\boldsymbol{Z_L} + Z_0}$$

先端開放回路

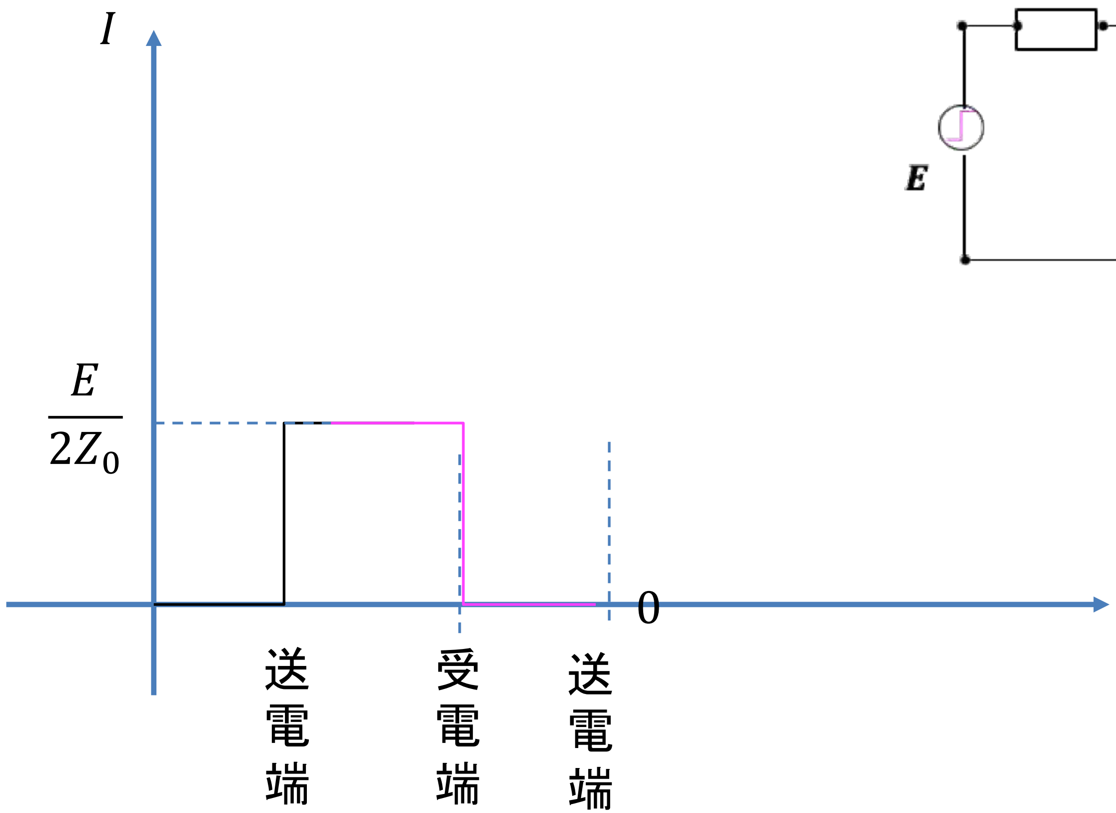
$$Z_L = \infty \qquad R_V = 1$$

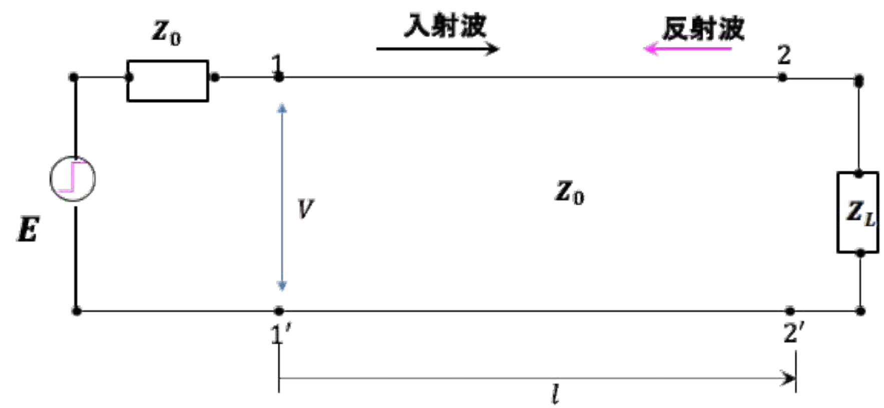




先端開放回路

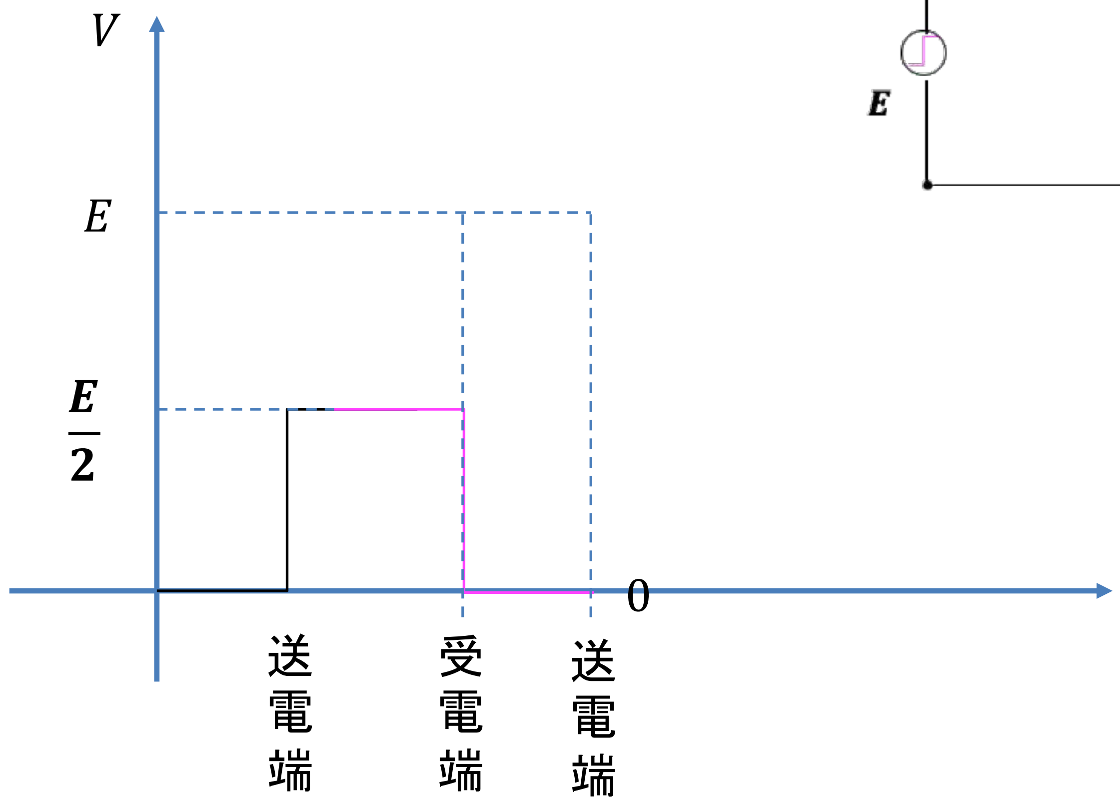
$$\boldsymbol{Z_L} = \infty \qquad R_V = 1$$

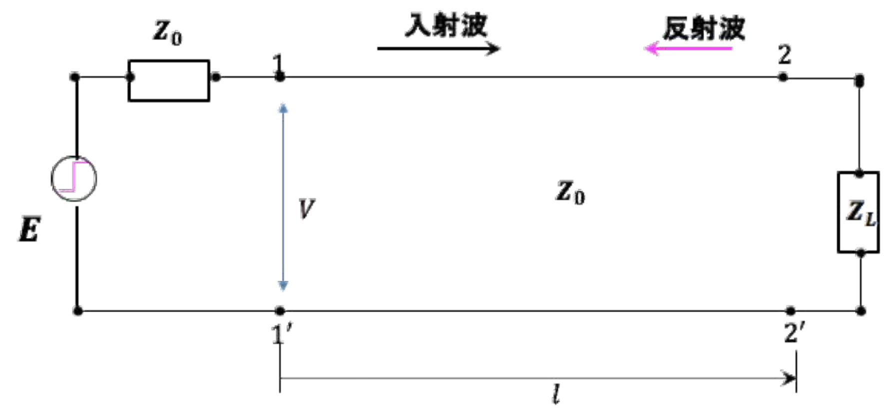




先端短絡回路

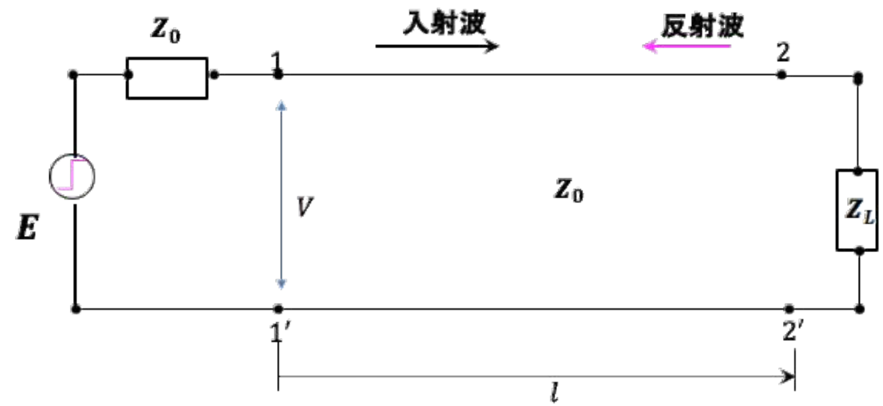
$$Z_L = 0 \qquad R_V = -1$$

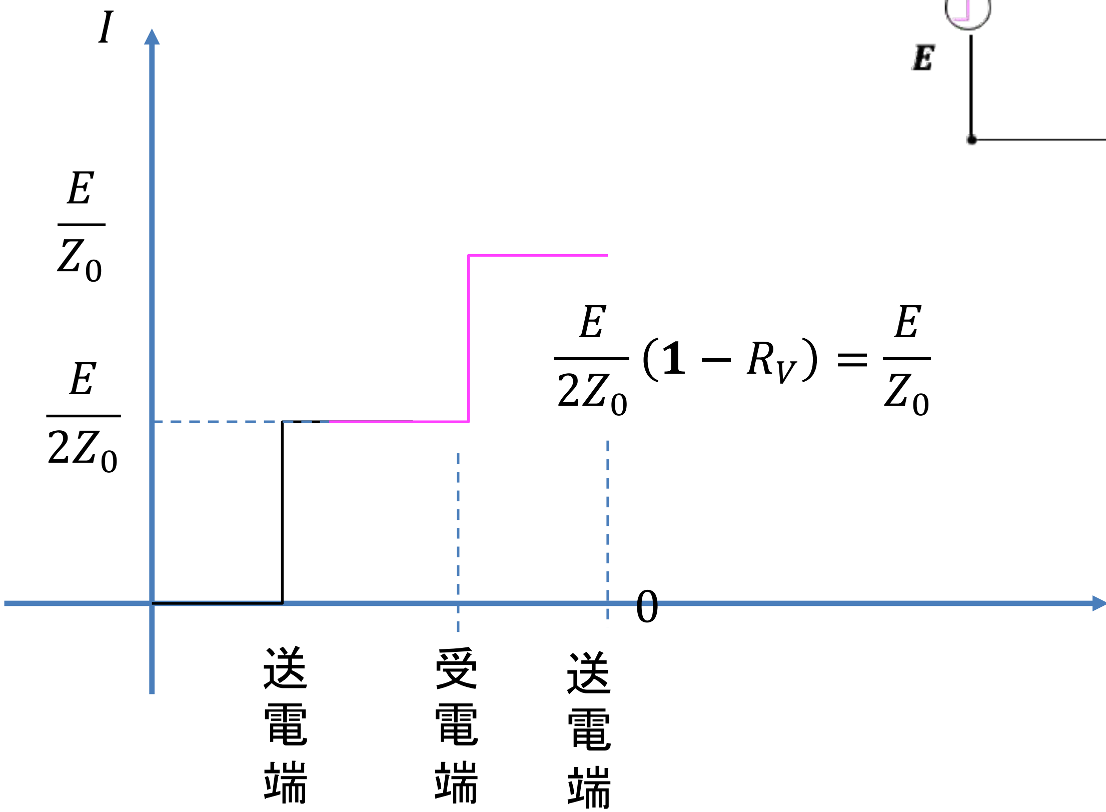




先端短絡回路

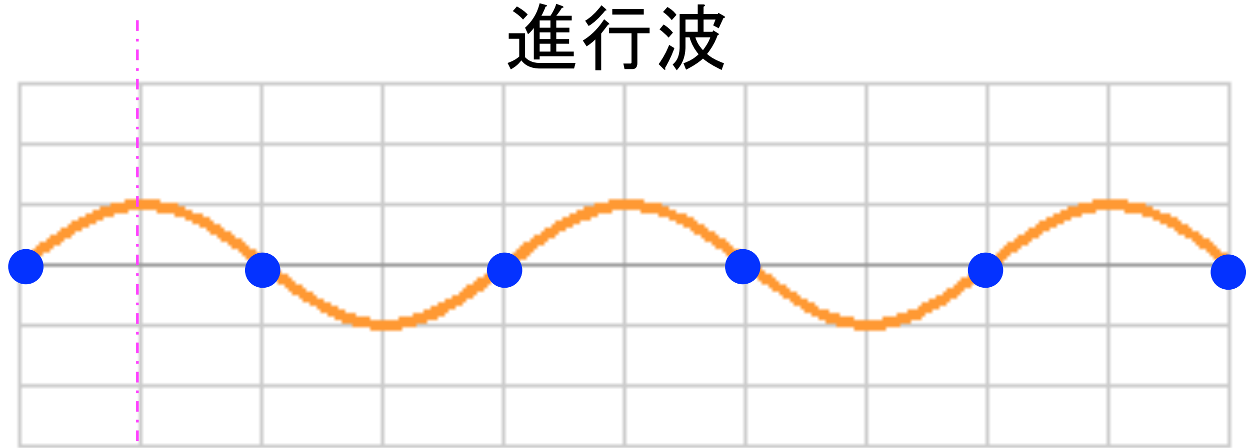
$Z_L = 0$ $R_V = -1$



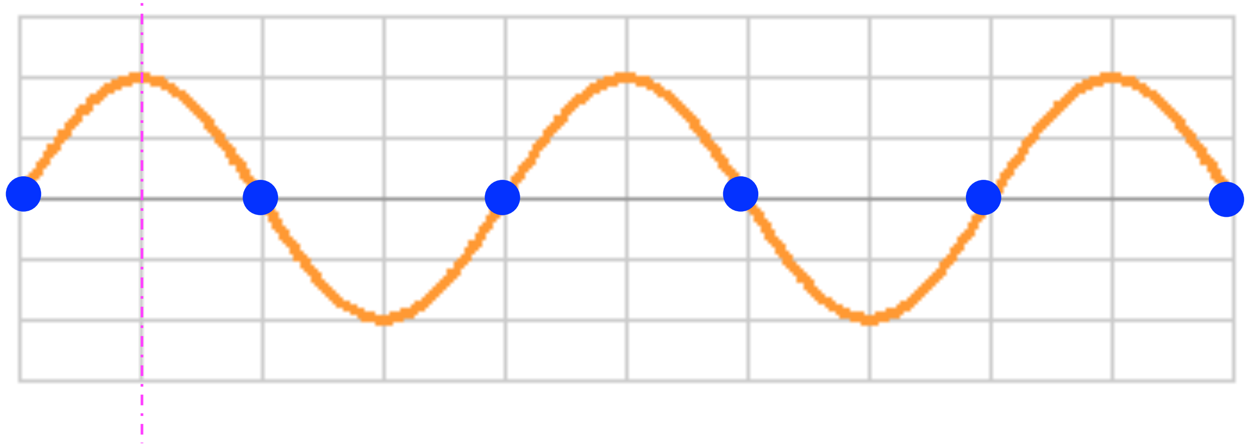


参考:定在波の作り方

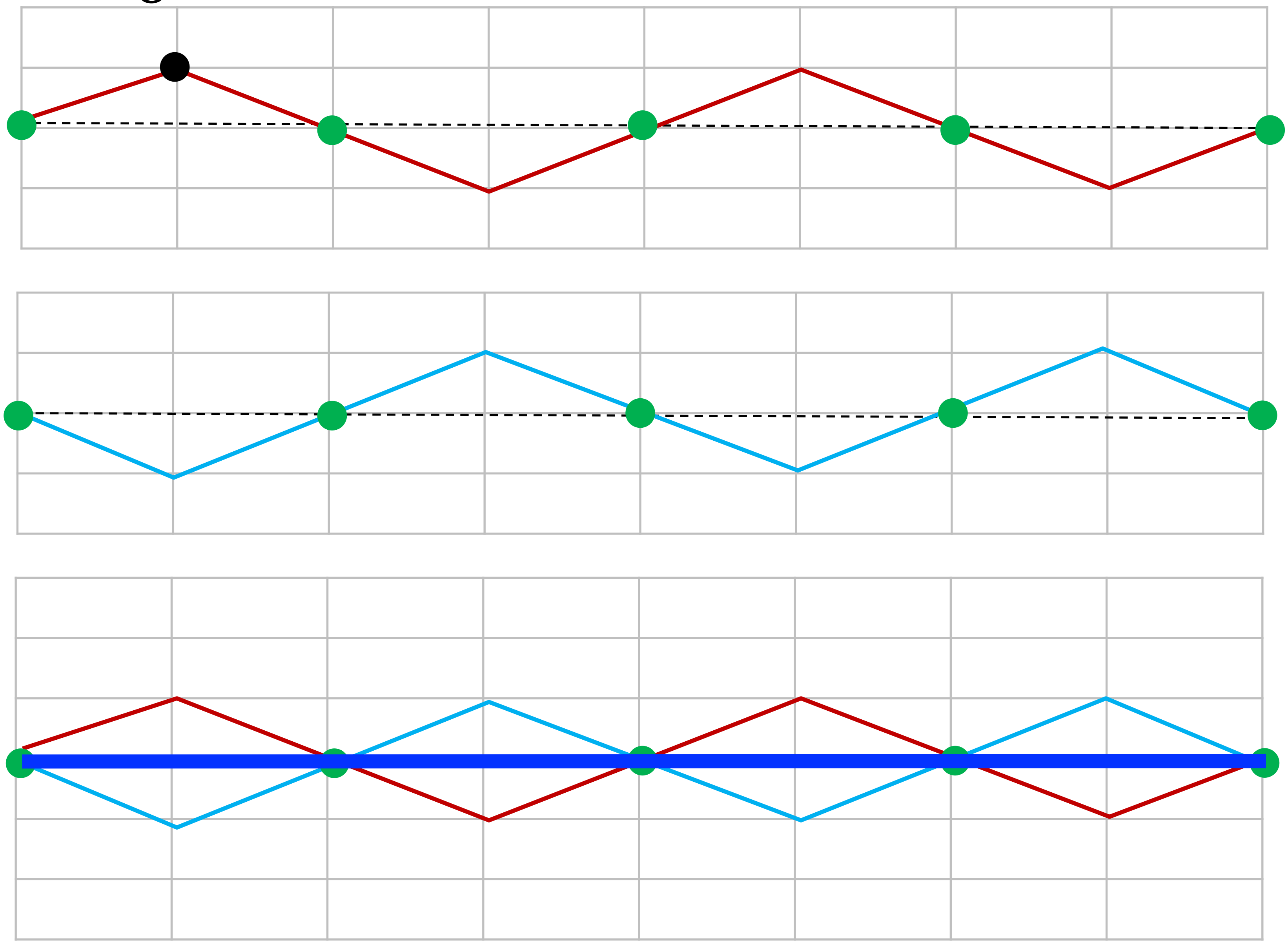
進行波



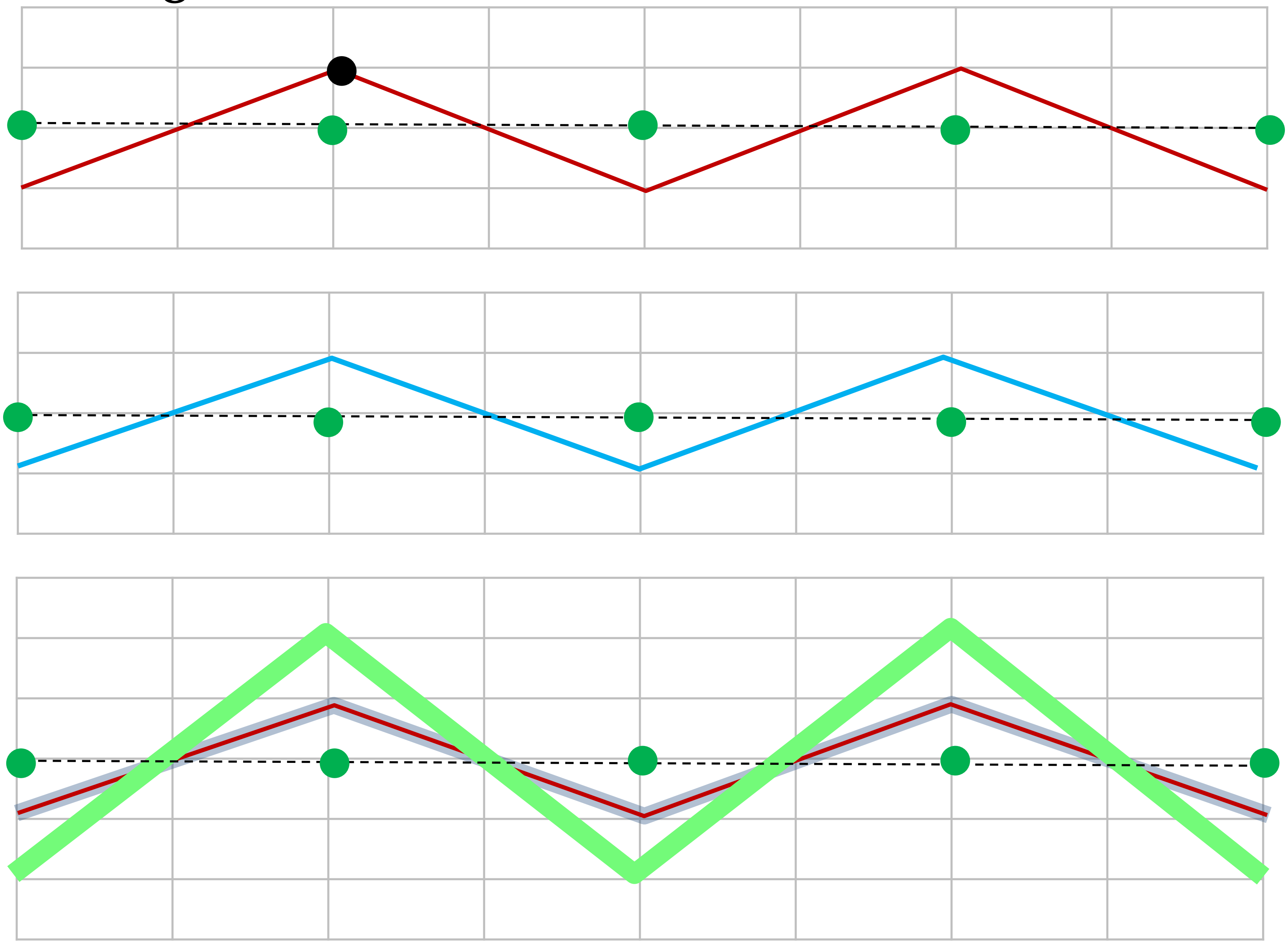
定在波



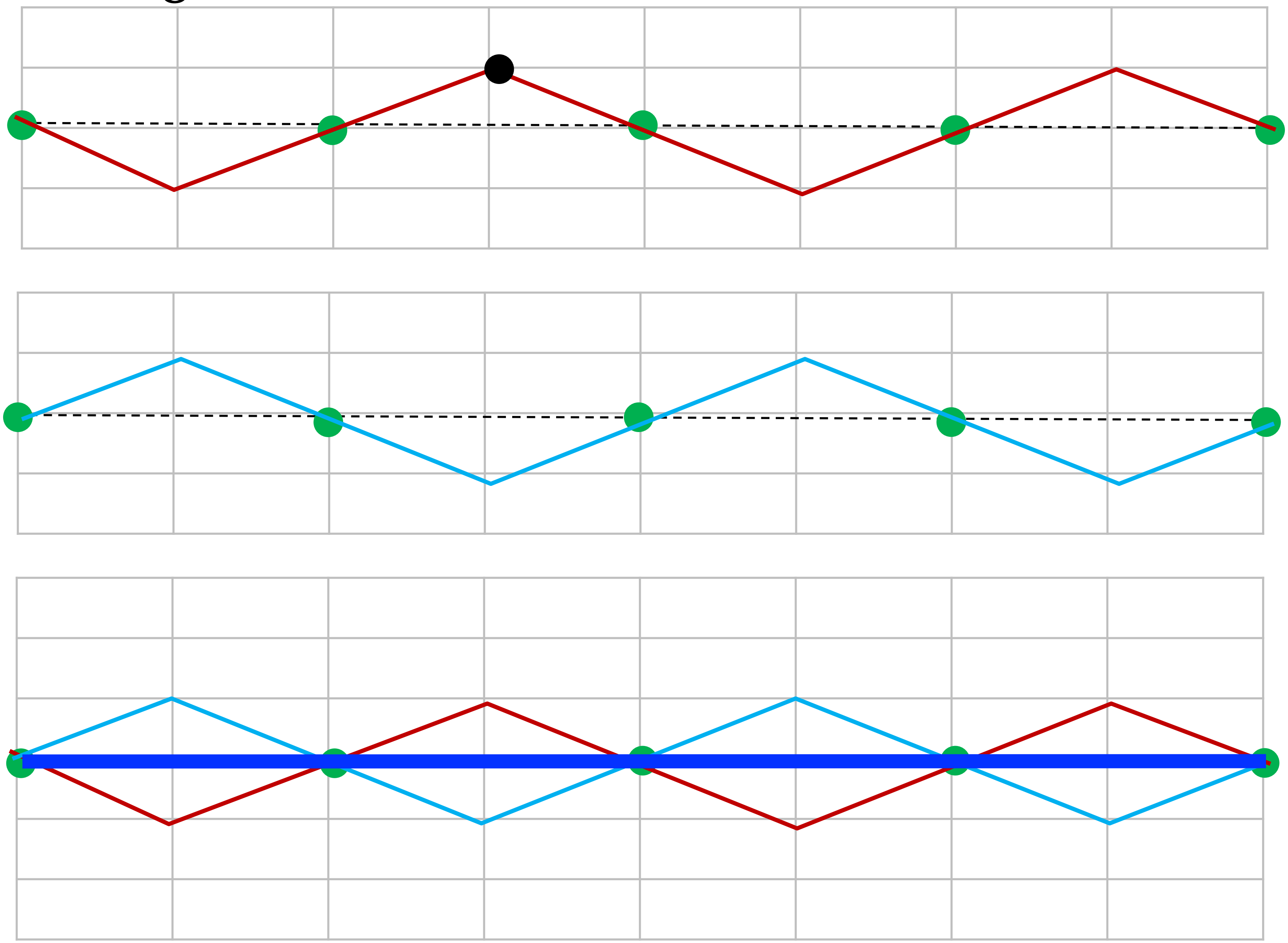
$$t = \frac{T}{8}$$



$$t = \frac{2T}{8}$$



$$t = \frac{3T}{8}$$



$$t = \frac{4T}{8}$$