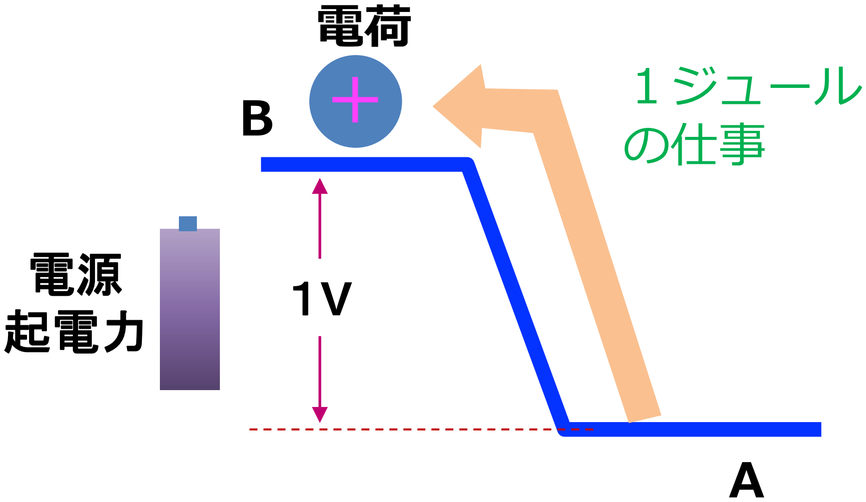
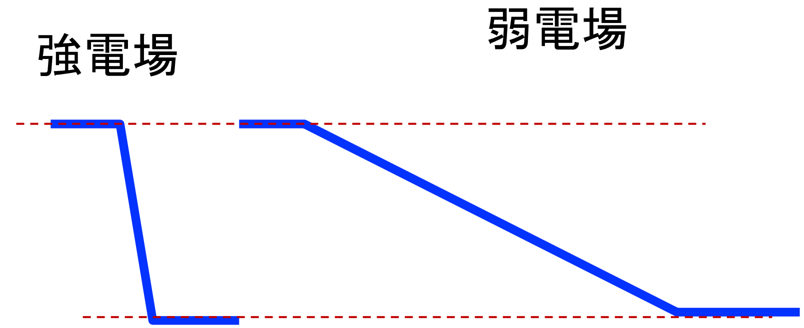
基礎電気回路CH-2

復習1:　起電力・電圧・電場　と　単位



電圧が形状を持っている！

電圧の傾きは電場

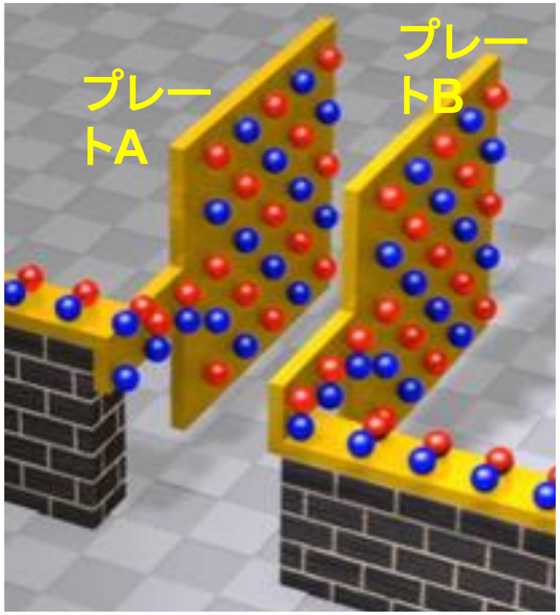


1 (J:ジュール) とは物体に１N（1kg・m/S^2)の力を加えて1m動かすときの仕事で、仕事の単位です。

電圧：１ジュールの仕事で 単位電荷をAからBまで運んで、蓄えた位置エネルギーです。

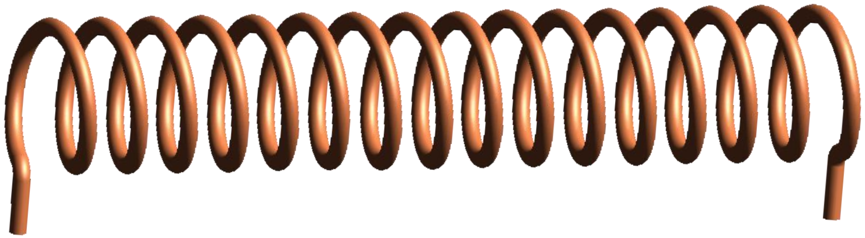
SI単位：V（ボルト）　(= J・C^{-1} = m^2・kg・s^{-3}・A^{-1})

キャパシタ



静電ポテンシャルを貯める

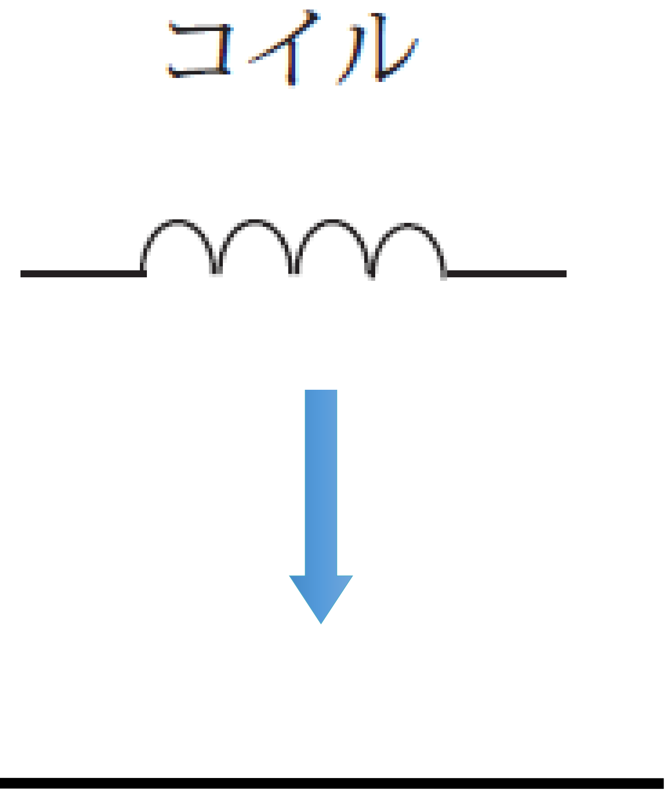
コイル



運動エネルギーを貯める

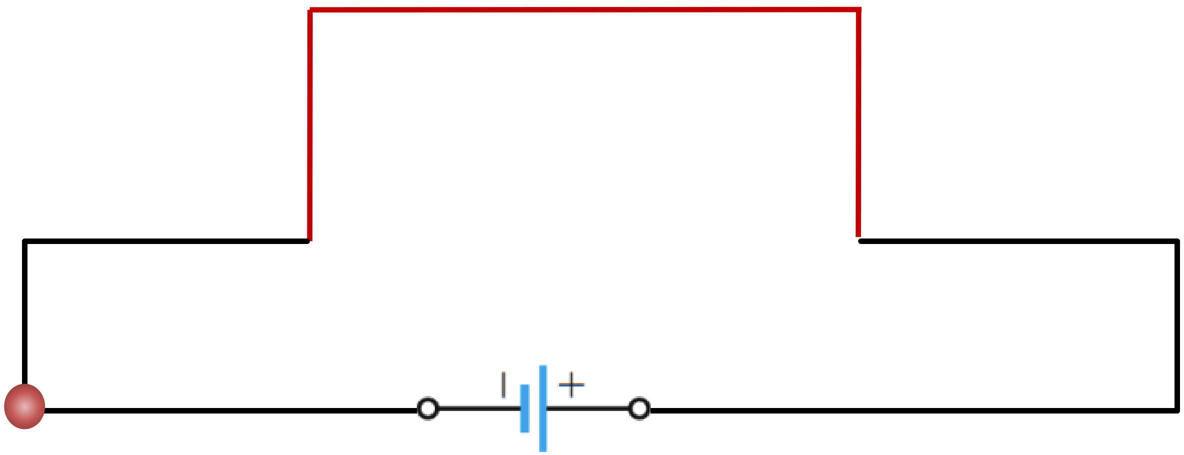
運動エネルギーを貯める

金属でできているコイルは伸ばすと普通の導線なのに、
なぜ普通の金属導線として扱うとだめですか?根本的な違いは何ですか？

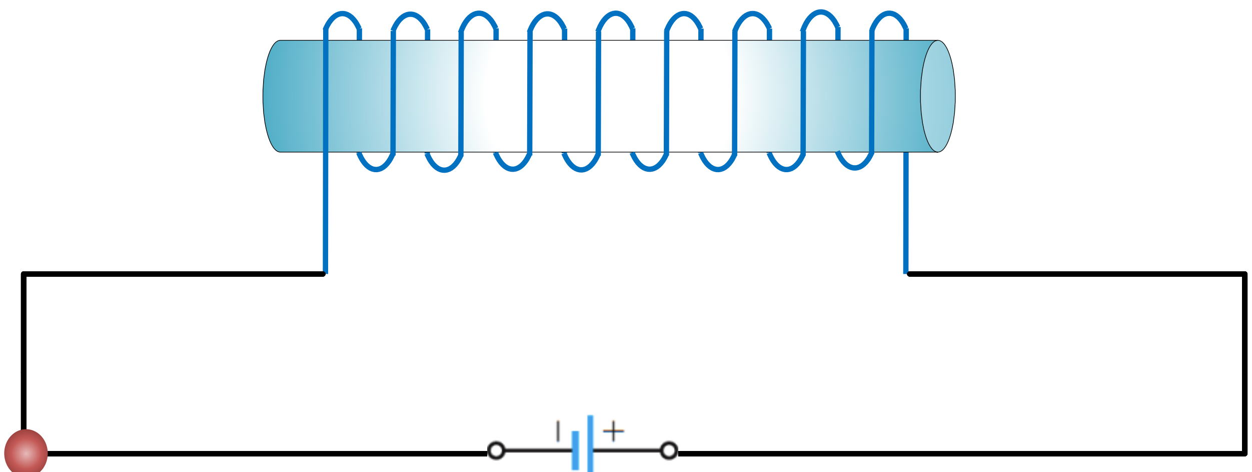


金属導線

コイル（インダクター）の本質を探る：

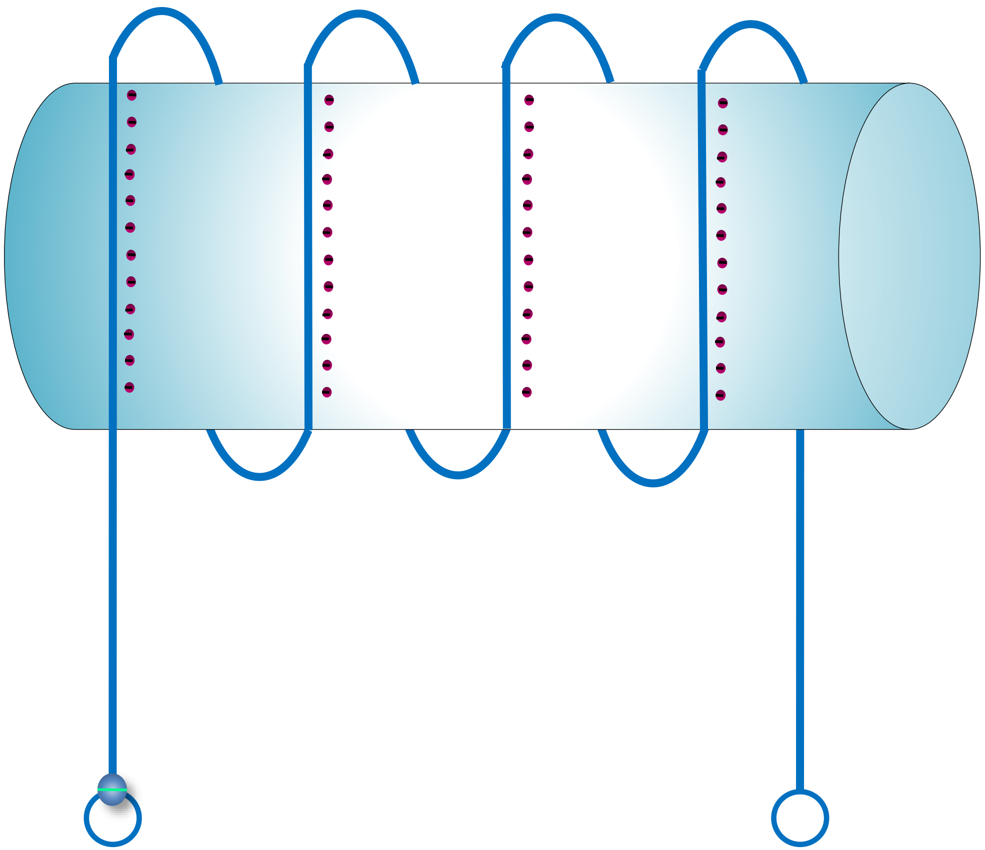


コイルがまっすぐだったら、抵抗がゼロの電線と考えてもいい。



コイルを使って電子の運動をコイルの領域に拘束する。コイルは電子の運動エネルギーを貯めている。

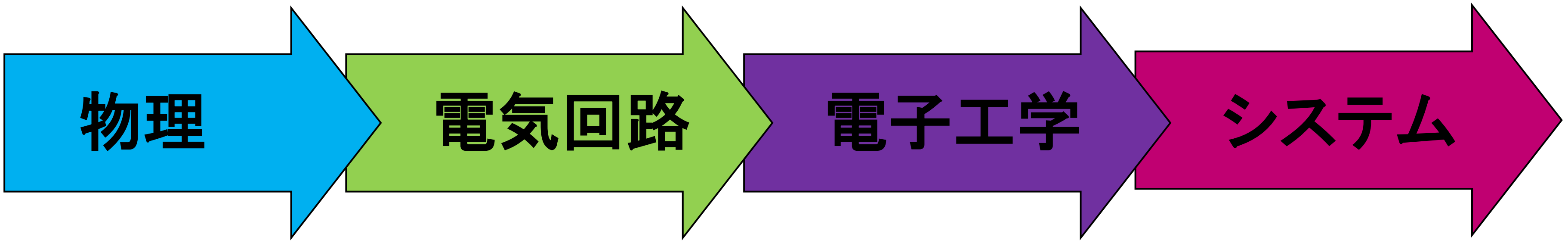
コイル（インダクター）に鉄芯を入れたら、何が起きる？



金属の表面にある自由電子がコイルに流れる電子に対して斥力を働かせる。それ故に、コイルの電子の運動速度が更に遅くなる。別の言葉で言うと、コイルが電子の運動をもっと“貯める”ようになった。

電気回路解析

- 電気回路解析は、これから複雑な回路を設計するための基本
- 電気回路解析は電気回路を抽象化した物です！



キルヒホッフ電流・電圧法則：回路解析

直流回路

$$V = \mathrm{IR}$$

時間応答・過渡現象

古典法

ラプラス法

交流回路

$$v(t) = \sqrt{2}V_e \sin(\omega t - \theta)$$

複素数とフェーザ表示

周波数応答

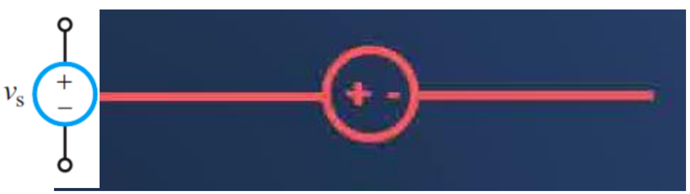
周波数一定

直列共振回路
並列共振回路
応用

交流のオーム法則
交流電力
交流回路網

線形回路素子

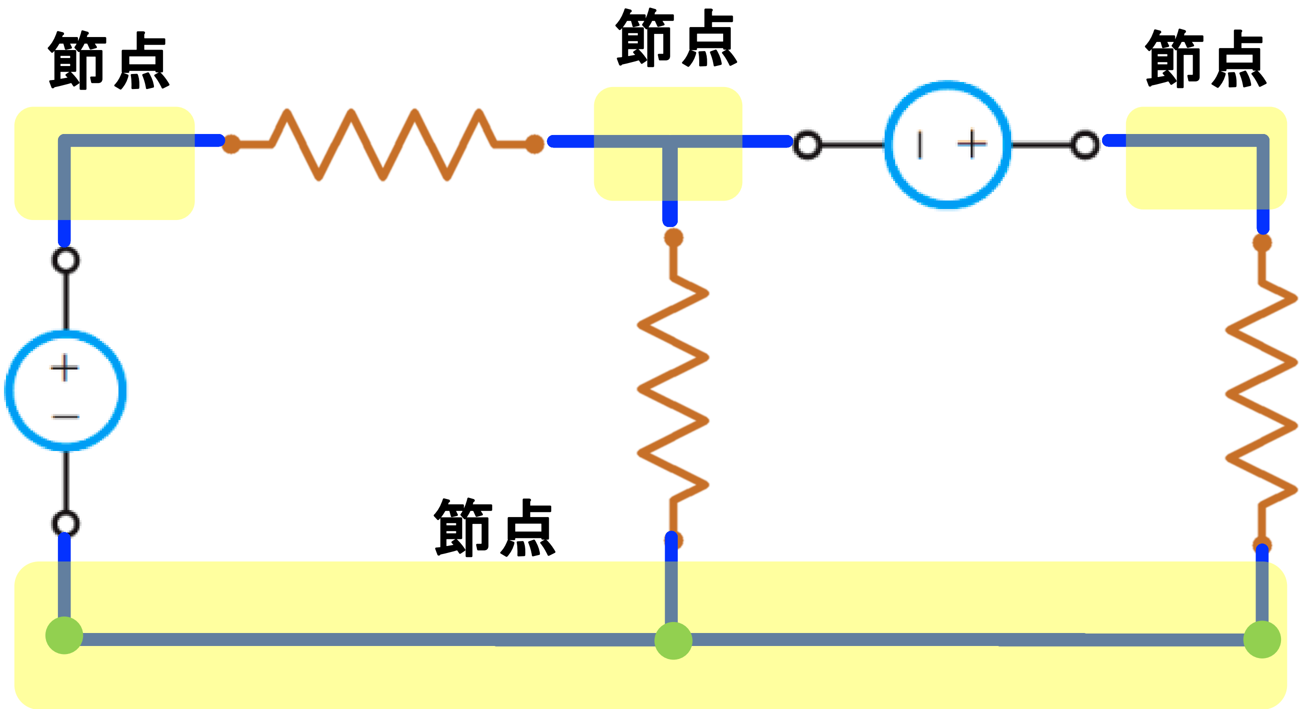
抵抗

	キャパシタ（コンデンサ）	Farad	F
	インダクタ(コイル)	Henry	H
	定電圧源	Volt	V
	定電流源	Ampere	A

節点(Node)、枝(Branch)、ループ(Loop)

節点(ノード)の定義

回路上に複数の回路素子が接続される場所を節点(ノード)と呼ぶ。

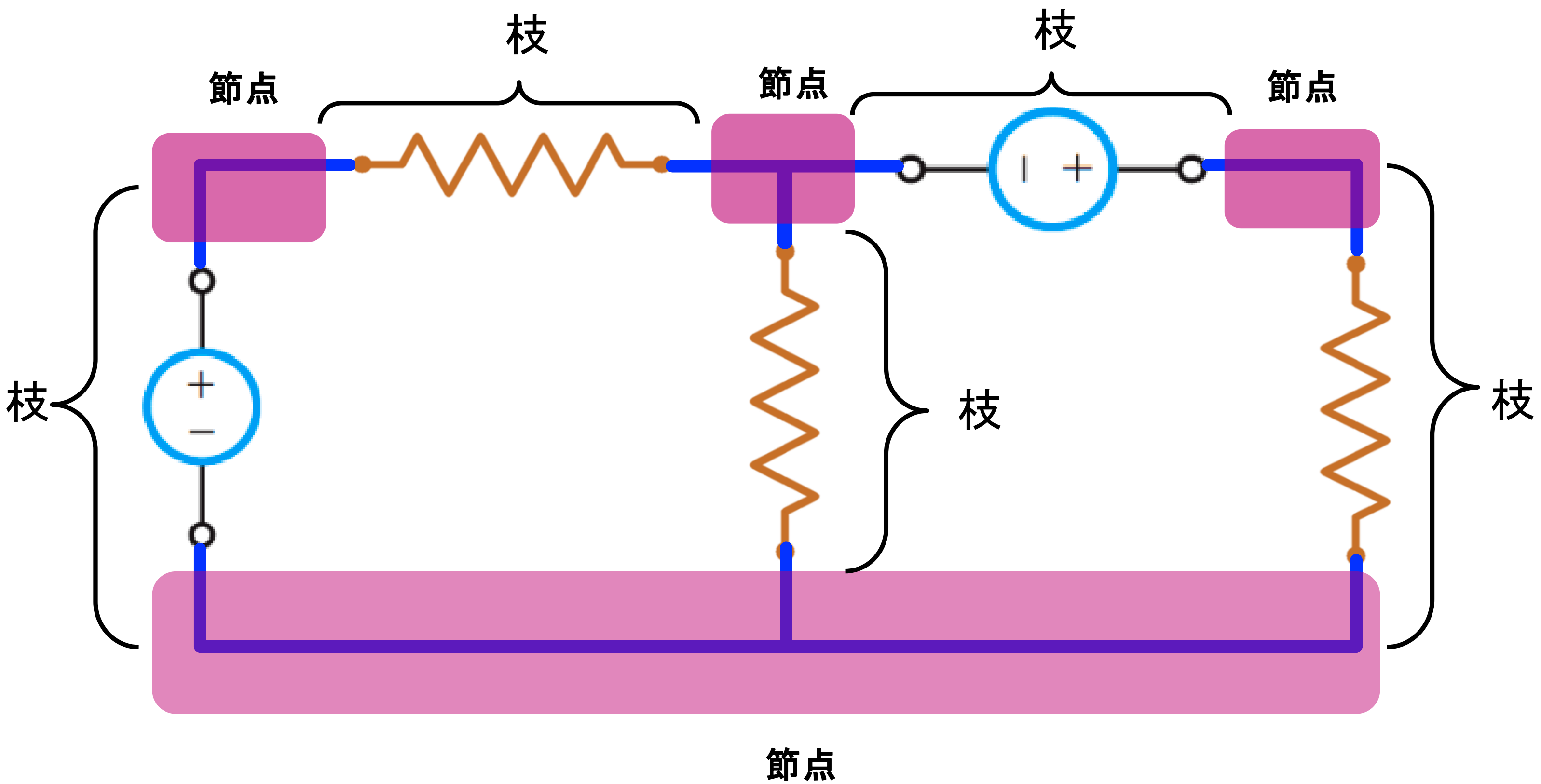


節点という場所における点は同一電圧を持っている。

節点(Node)、枝(Branch)、ループ(Loop)

枝(Branch)の定義

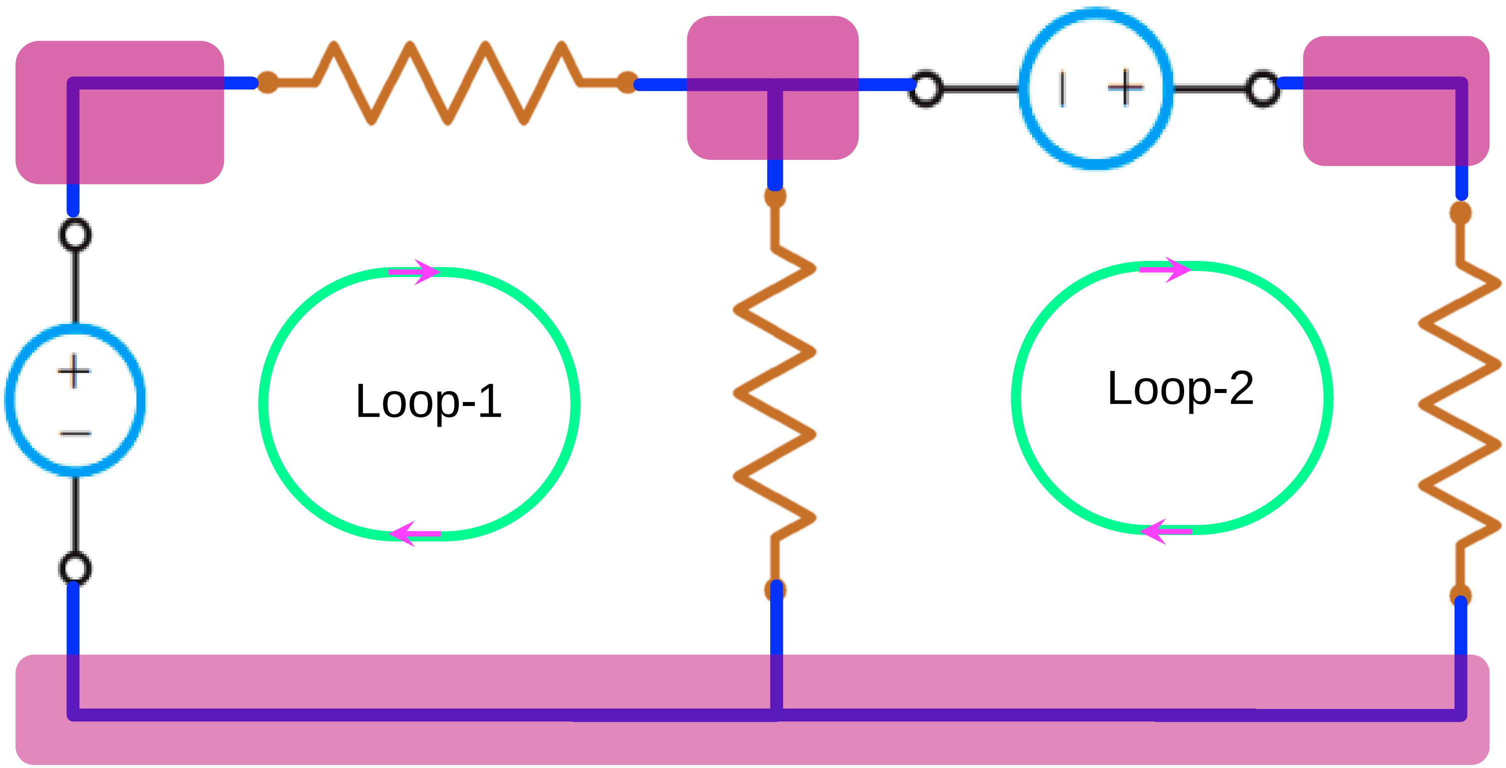
2つの節点間の電気回路を枝と呼ぶ



節点(Node)、枝(Branch)、ループ(Loop)

ループ(Loop)の定義

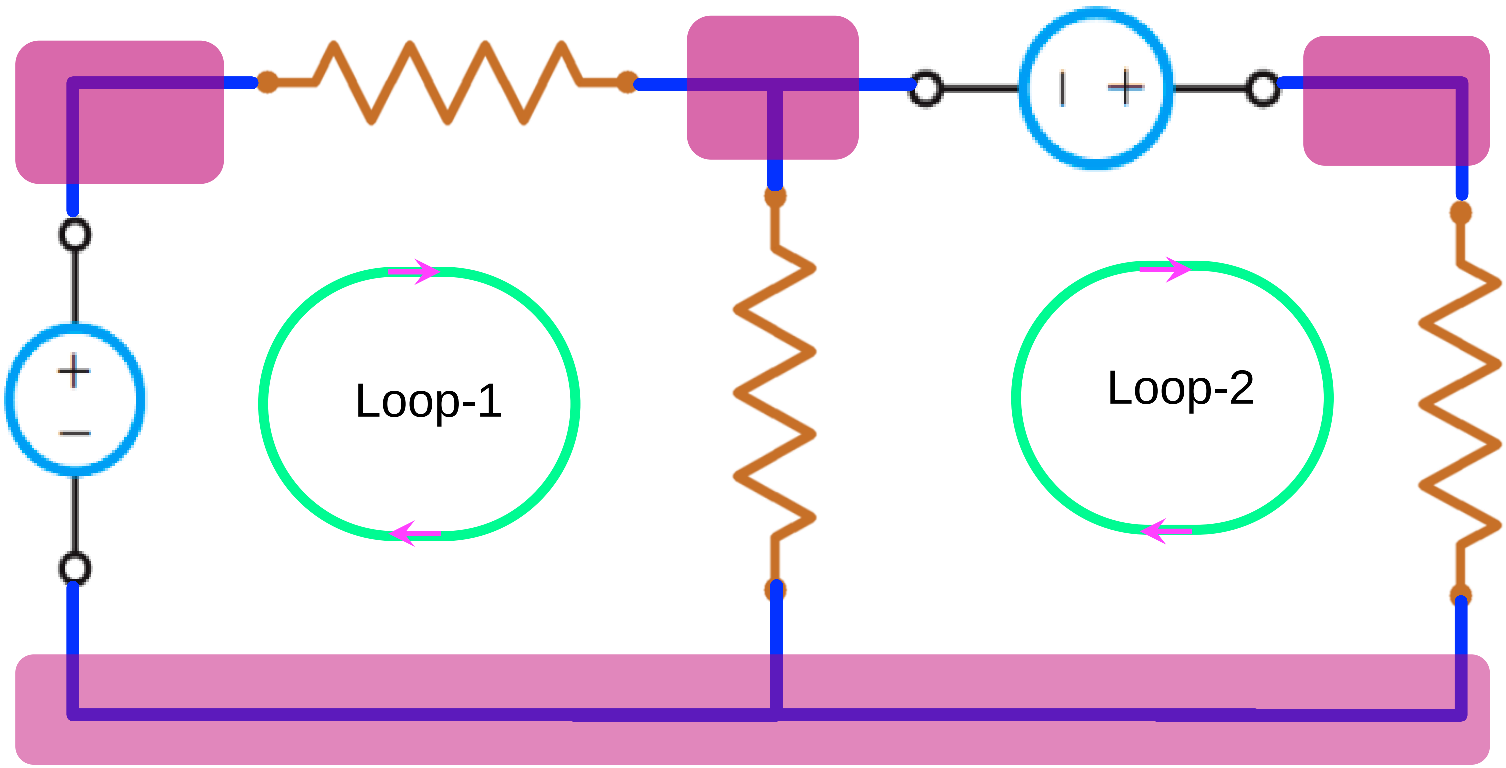
節点から出発して、同じ節点に戻るまでの一周経路のことをループと呼ぶ



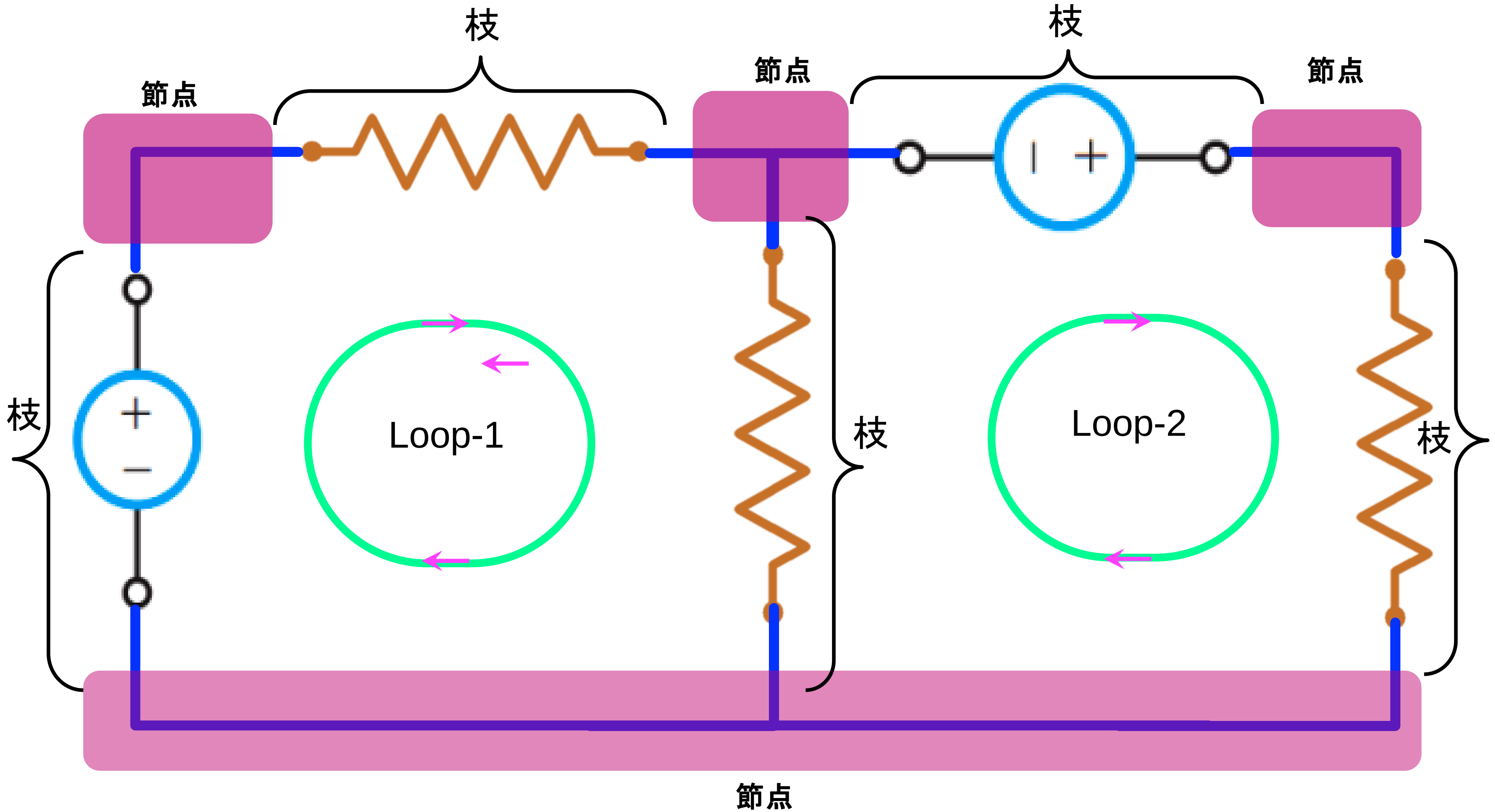
節点(Node)、枝(Branch)、ループ(Loop)

ループ(Loop)の定義

節点から出発して、同じ節点に戻るまでの一周経路のことをループと呼ぶ

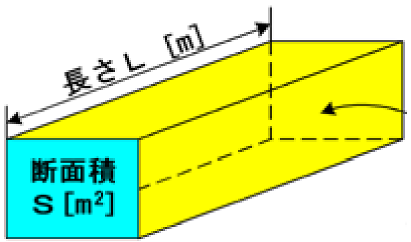


節点(Node)、枝(Branch)、ループ(Loop)



オーム法則･直列回路･並列回路

オーム定理: $R = \dfrac{V}{I}$



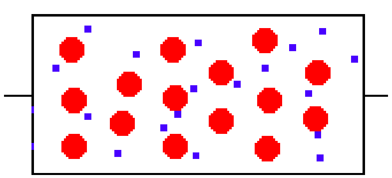
ρ: 抵抗率(Ωm)

$R = \rho \dfrac{L}{S} (\Omega)$

$G = \dfrac{1}{R} (\mathrm{S})$

$\sigma = \dfrac{1}{\rho}$: 導電率

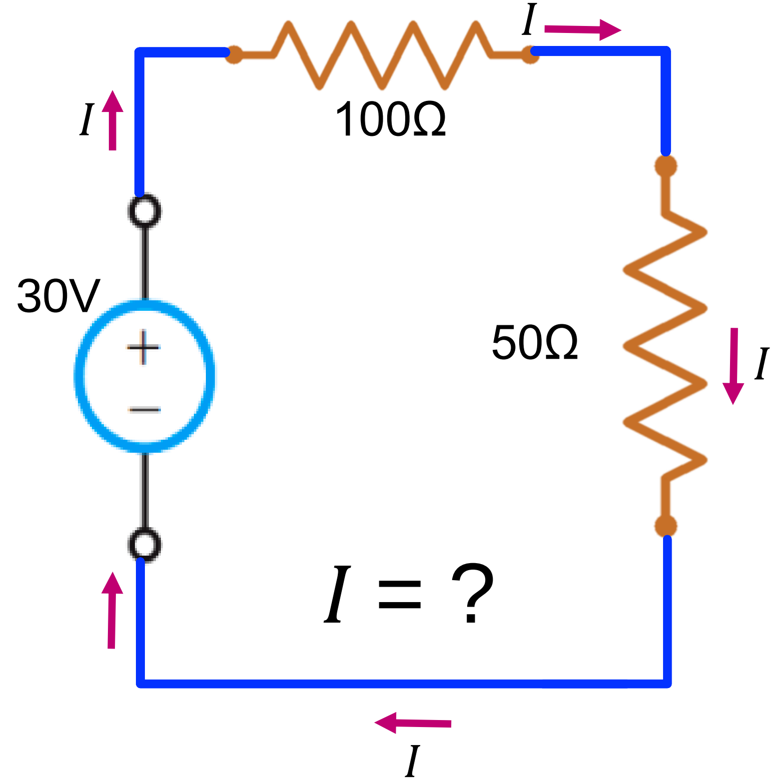
$G = \sigma \dfrac{S}{L}$



電子論

$R = \dfrac{\mathrm{L\,m}}{n\, e^2\, \tau}$ **導く方法？**

直列回路



$$I = \frac{30V}{100\Omega + 50\Omega} = 0.2A$$

オーム法則・並列回路

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{150\Omega} + \frac{1}{100\Omega} = \frac{250}{15000\Omega} = \frac{1}{60\Omega}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad = G = G_1 + G_2$$

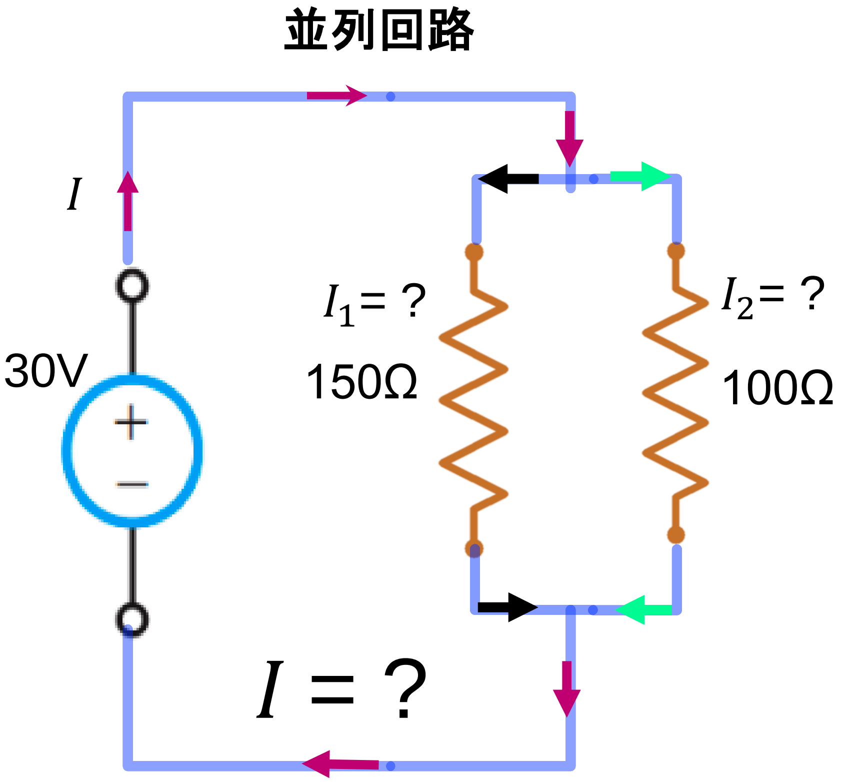
G: コンダクタンス
SI単位:S ジーメンス

$$I = \frac{30V}{R} = \frac{30V}{60\Omega} = 0.5A$$

$$I = 30V * G = 30V * \frac{1}{60\Omega} = 0.5A$$

$$I_1 = \frac{30V}{150\Omega} = 0.2A \qquad I_2 = \frac{30V}{100\Omega} = 0.3A$$

$$I = I_1 + I_2$$



分圧回路（説明省略）

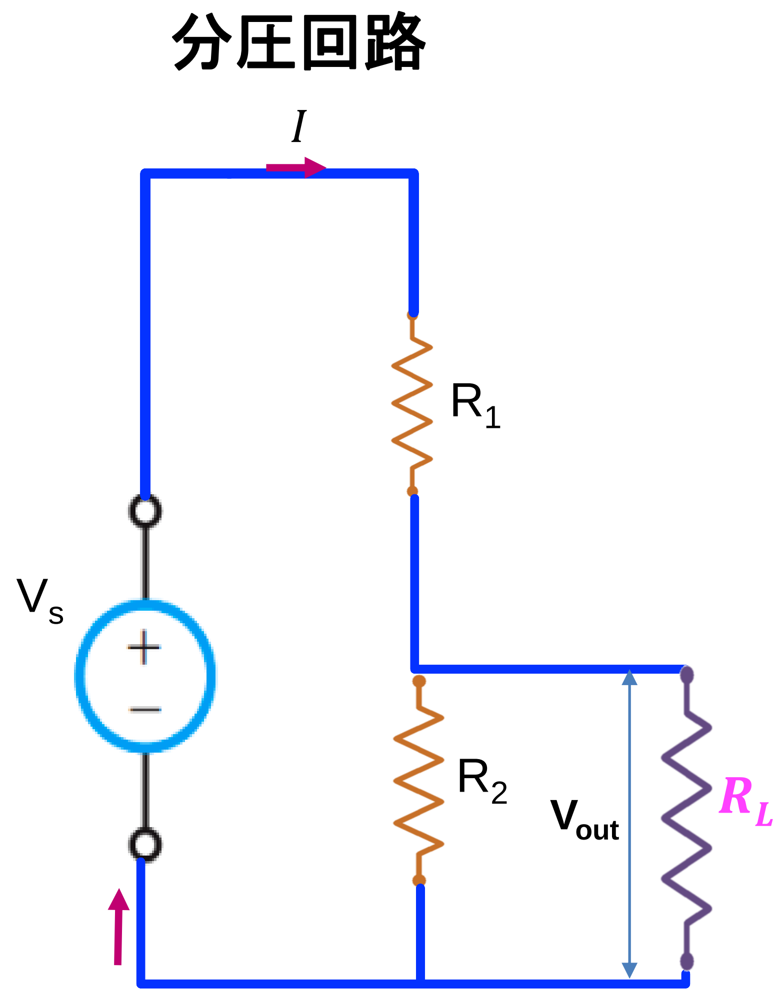
$$V_{out} = V_s \frac{R_2}{R_1+R_2} = V_s \frac{1}{\frac{R_1}{R_2}+1}$$

$$V_{out+load} = V_s \frac{1}{\frac{R_1}{\{R_2||R_L\}}+1}$$

$\{R_2||RL\} < R_2$ $\boldsymbol{V_{out+load} < V_{out}}$

$$\{R_2 \,||\, R_L\}$$

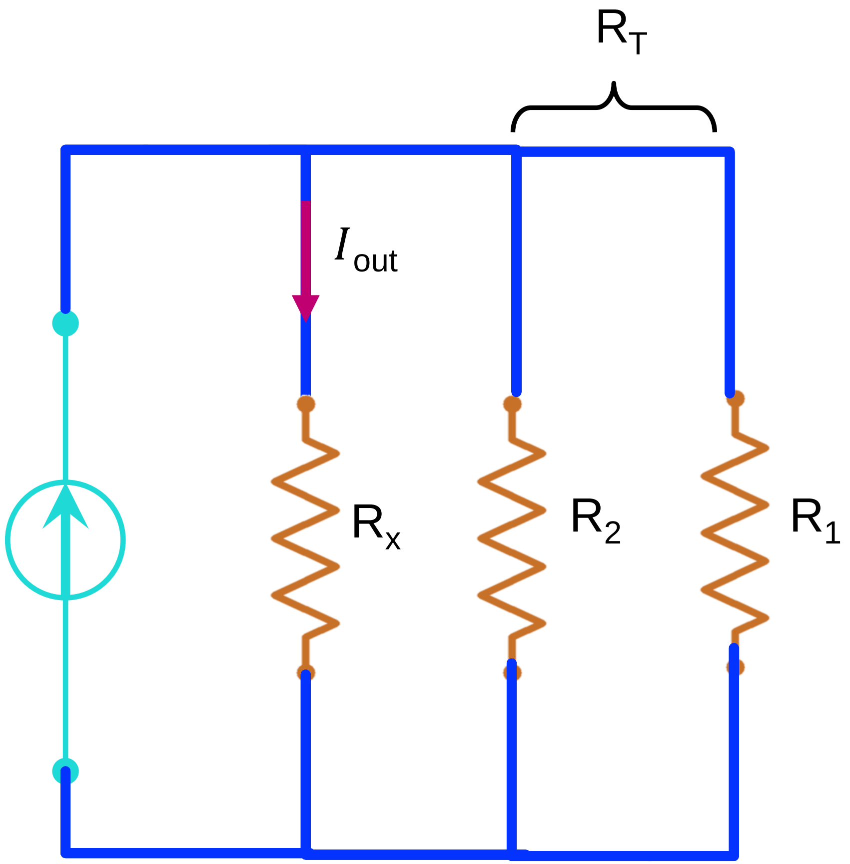
もし、R_LはR$_2$よりはるかに大きいければ、
$\{R_2||RL\} \approx$ R$_2$、 V_{out}は殆ど変わらない！



分流回路(説明省略)

$$R_T = \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right]^{-1}$$

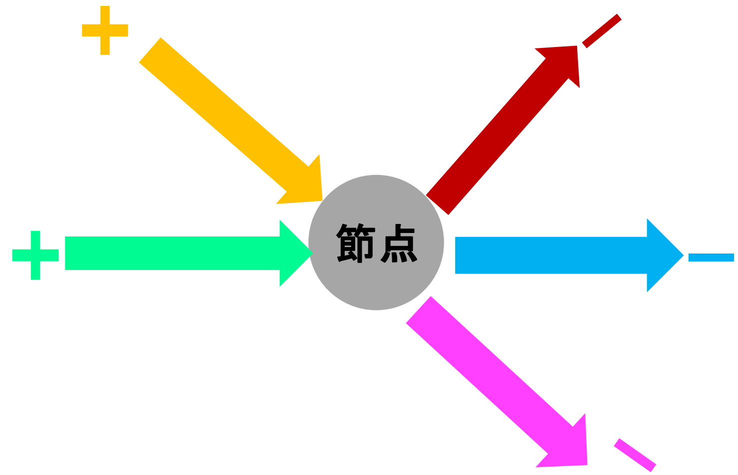
$$I_{out} = I_s \frac{R_T}{R_X + R_T}$$



キルヒホッフ電流法則（KCL）

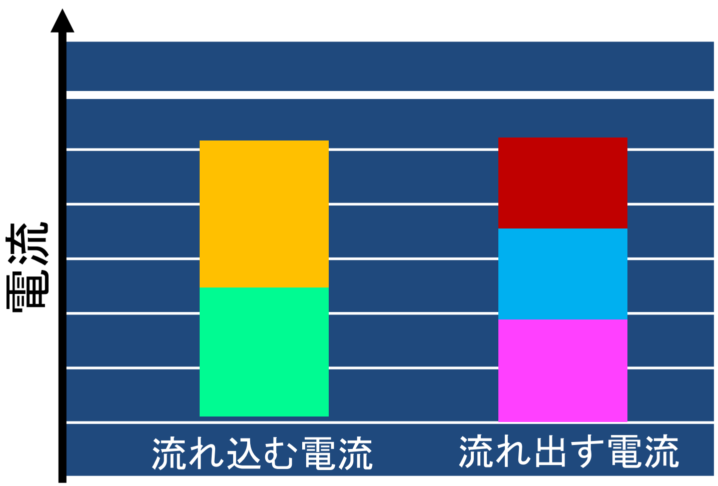
任意の接続点に流入する電流の代数和は常に0となる

$$\sum_{j=1}^{n} I_j = 0$$



$$I_1 + I_2 + I_3 + \cdots + I_n = 0$$

流れ込む電流→節点　＝ 正(+)
節点→流れ出す電流　＝ 負(−)



KCLの応用練習:

KCLを使って I1 と　I2の電流を求めよ！

節点Bにおいて

$$I_2 + 12 - 4mA = 0$$

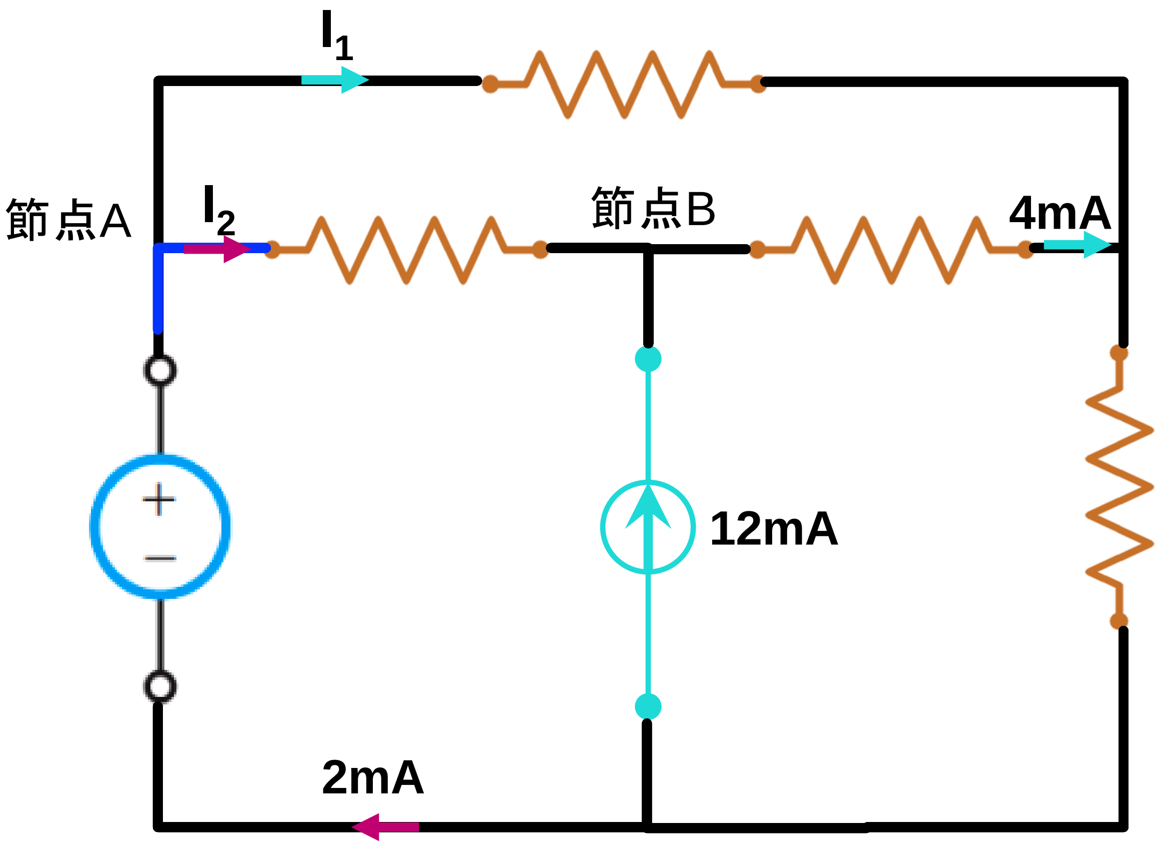
$$I_2 = -8mA$$

節点Aにおいて

$$-I_2 - I_1 + 2mA = 0$$

$$8mA - I_1 + 2mA = 0$$

$$I_1 = 10mA$$



KCLの応用練習:

KCLを使って I1 と　I2の電流を求めよ！

節点Bにおいて

$$I_2 + 12 - 4mA = 0$$

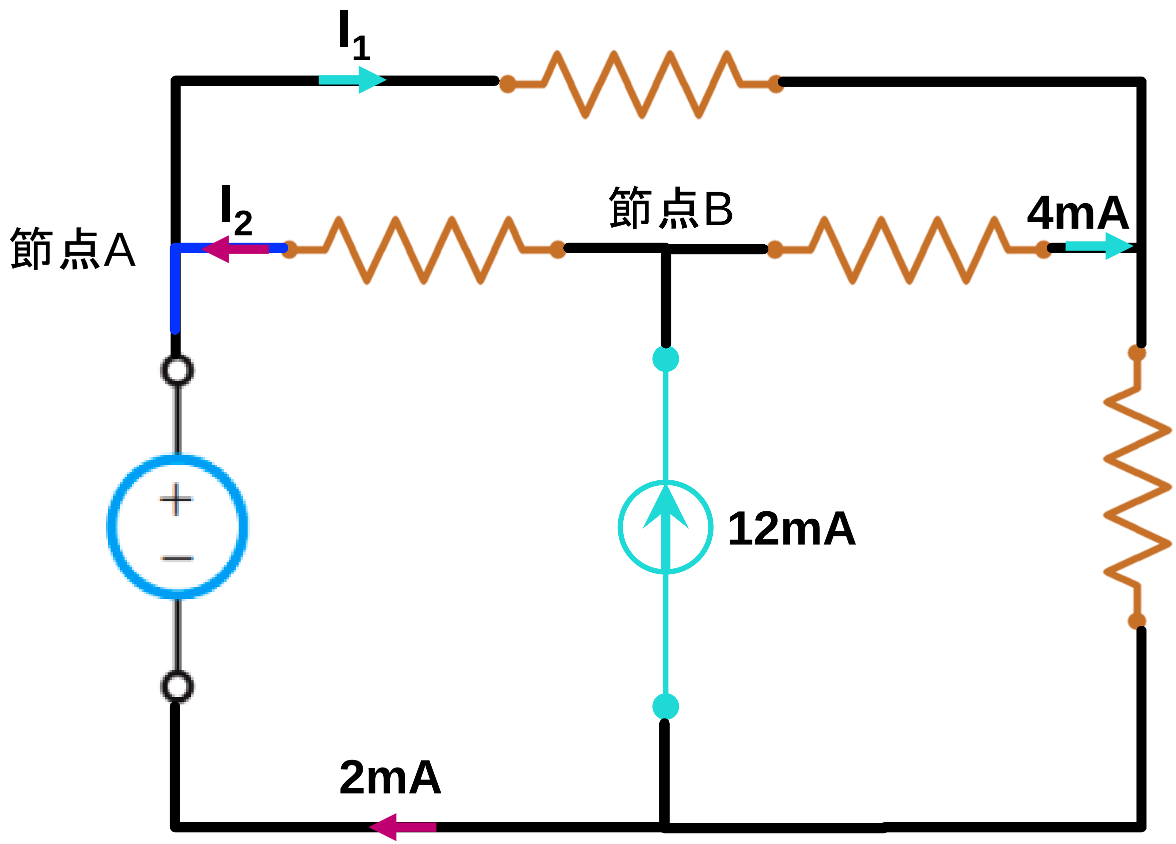
$$I_2 = -8mA$$

節点Aにおいて

$$-I_2 - I_1 + 2mA = 0$$

$$8mA - I_1 + 2mA = 0$$

$$I_1 = 10mA$$



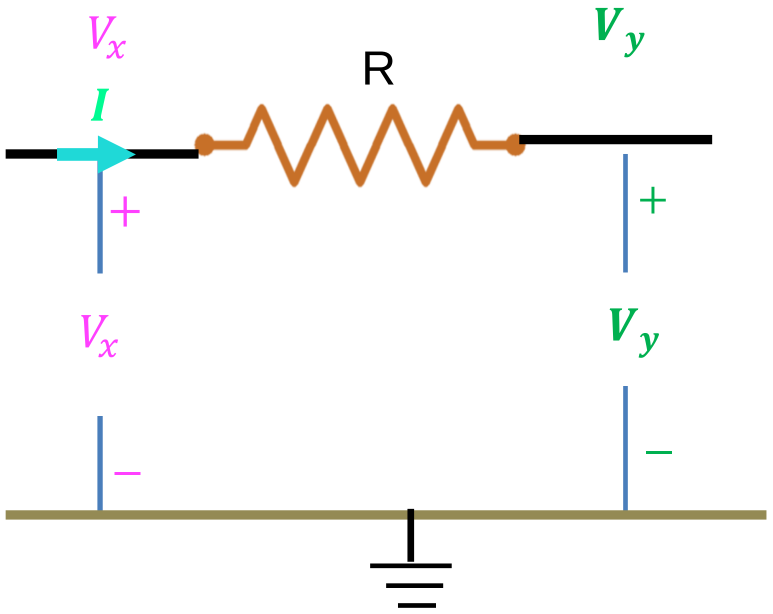
ノード(節点)解析法:

- ノード分析法:KCLを使ってノードの電圧を計算する手法。

- 計算を楽にするために、参考ノードを仮定する(通常、接地グランドを使う)

- オーム法則によると

$$I = \frac{V_x - V_y}{R}$$



- 電圧を計算するために、それぞれのノードにおいて、KCL方程式を立てる(参考節点:接地はしない)

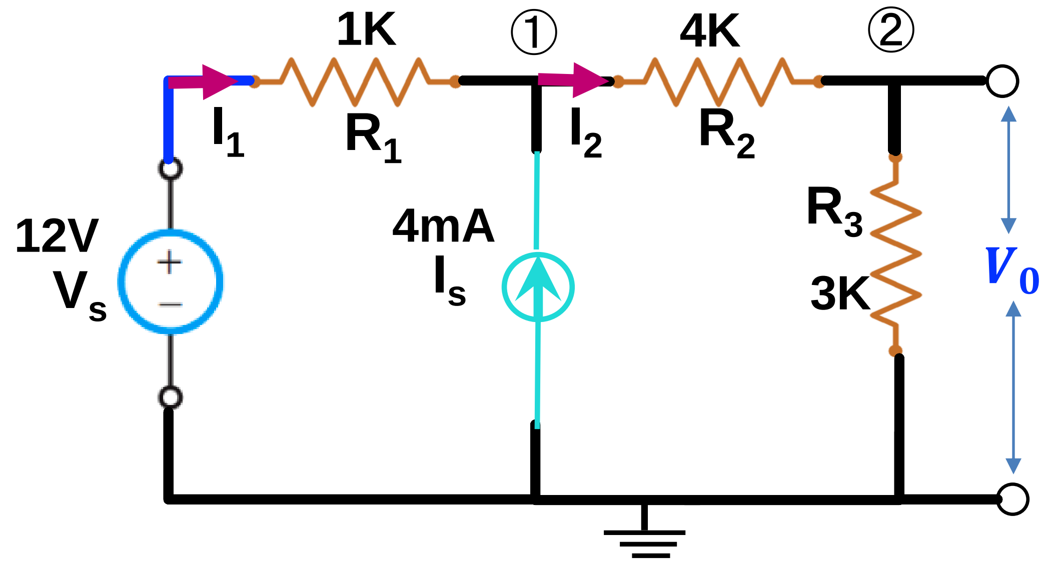
KCLを用いた節点解析法:

KCL @ 節点①

$$I_1 - I_2 + I_s = 0$$

$$\frac{V_s - \boldsymbol{V_1}}{R_1} - \frac{V_1 - \boldsymbol{V_2}}{R_2} + I_s = 0$$

$$\boldsymbol{V_1}\left(-\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_1}} - \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_2}}\right) + \boldsymbol{V_2}\left(\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_2}}\right) = -I_s - \frac{V_s}{R_1}$$



KCL @ 節点②

$$I_2 - I_2 = 0$$

$$\frac{V_1 - \boldsymbol{V_2}}{R_2} - \frac{\boldsymbol{V_2}}{R_3} = 0$$

$$\boldsymbol{V_1}\left(\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_2}}\right) + \boldsymbol{V_2}\left(-\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_2}} - \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_3}}\right) = \mathbf{0}$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_1}} - \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_2}} & \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_2}} \\ \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_2}} & -\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_2}} - \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ \boldsymbol{V_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_s - \frac{V_s}{R_1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{4}} & \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} \\ \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} & -\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ \boldsymbol{V_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -16 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{V_1 = 14V}$$

$$\boldsymbol{V_2 = 6V = V_0}$$

KCLを用いた節点解析法:

KCL @ 節点①

$$I_1 - I_2 + I_s = 0$$

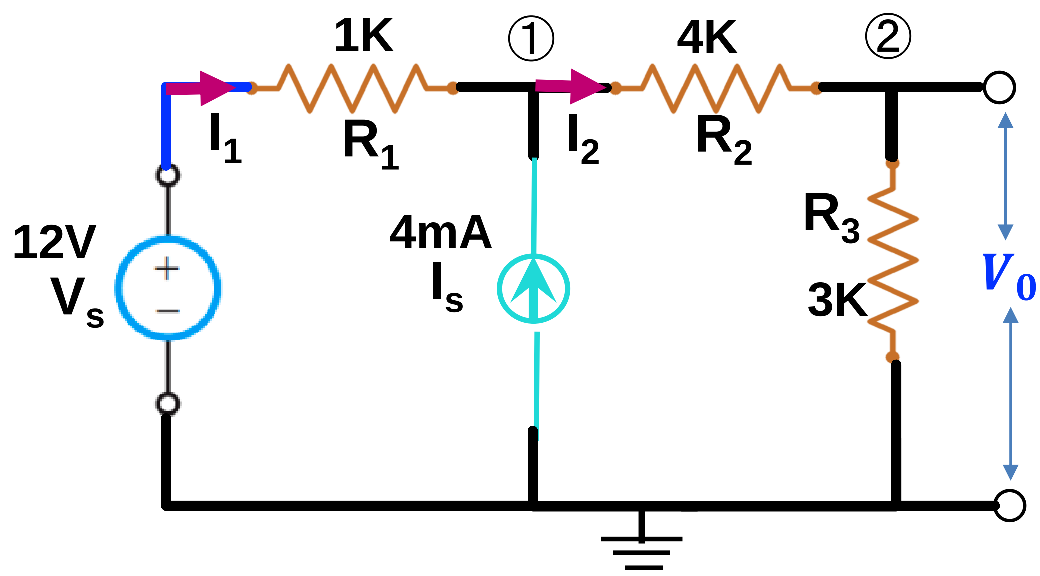
$$\frac{V_s - \boldsymbol{V_1}}{R_1} - \frac{V_1}{R_2 + R_3} + I_s = 0$$

$$\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{7}} \boldsymbol{V_1} = \mathbf{4 + 12}$$

$$\boldsymbol{V_1 = 14V}$$

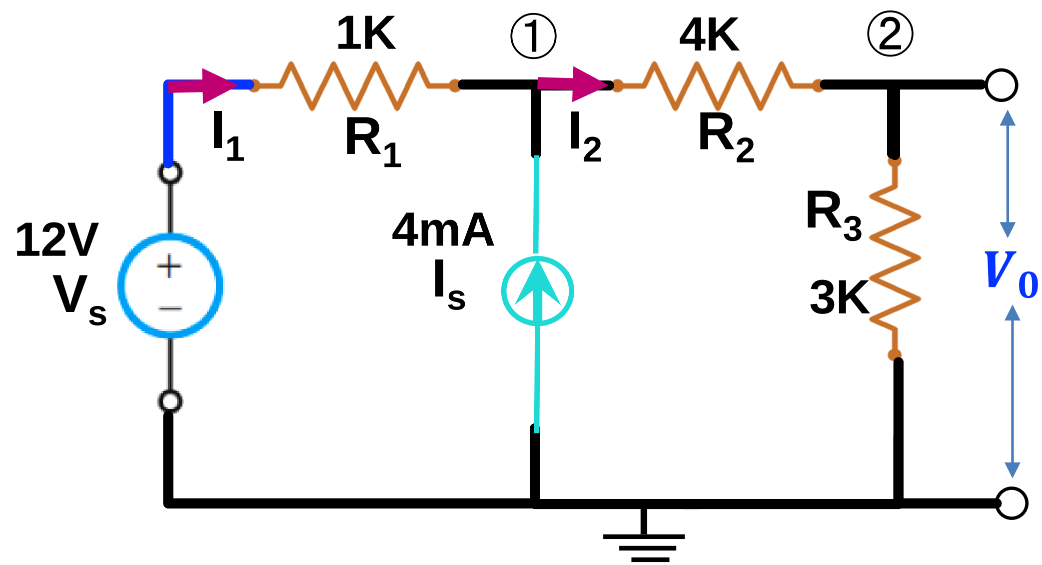
$$\boldsymbol{V_2} = \boldsymbol{V_1} \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

$$\boldsymbol{V_2 = 14} * \frac{3}{7} = 6V$$



KCLを用いた節点解析法:

KCL @ 節点①



$$I_1 - I_2 + I_s = 0$$

$$\frac{V_s - V_1}{R_1} - \frac{V_1 - V_2}{R_2} + I_s = 0$$

$$V_1\left(-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + V_2\left(\frac{1}{R_2}\right) = -I_s - \frac{V_s}{R_1}$$

KCL @ 節点②

$$I_2 - I_2 = 0$$

$$\frac{V_1 - V_2}{R_2} - \frac{V_2}{R_3} = 0$$

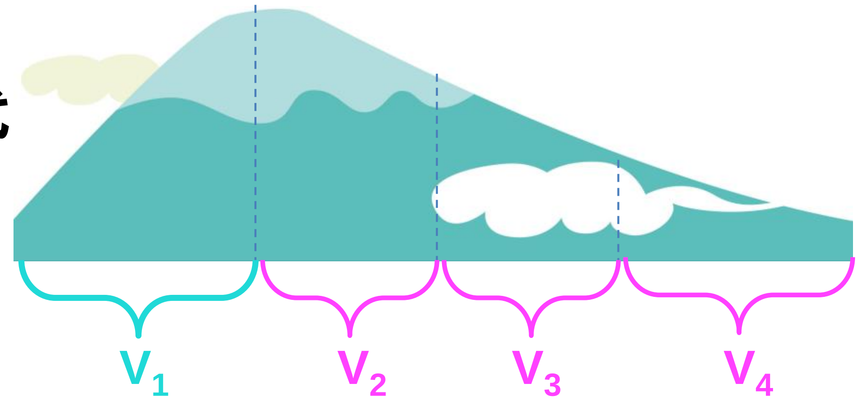
$$V_1\left(\frac{1}{R_2}\right) + V_2\left(-\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3}\right) = 0$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} \\ \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_s - \frac{V_s}{R_1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -G_1 - G_2 & G_2 \\ G_2 & -G_2 - G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_s - V_s * G_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

キルヒホッフ電圧法則（KVL）

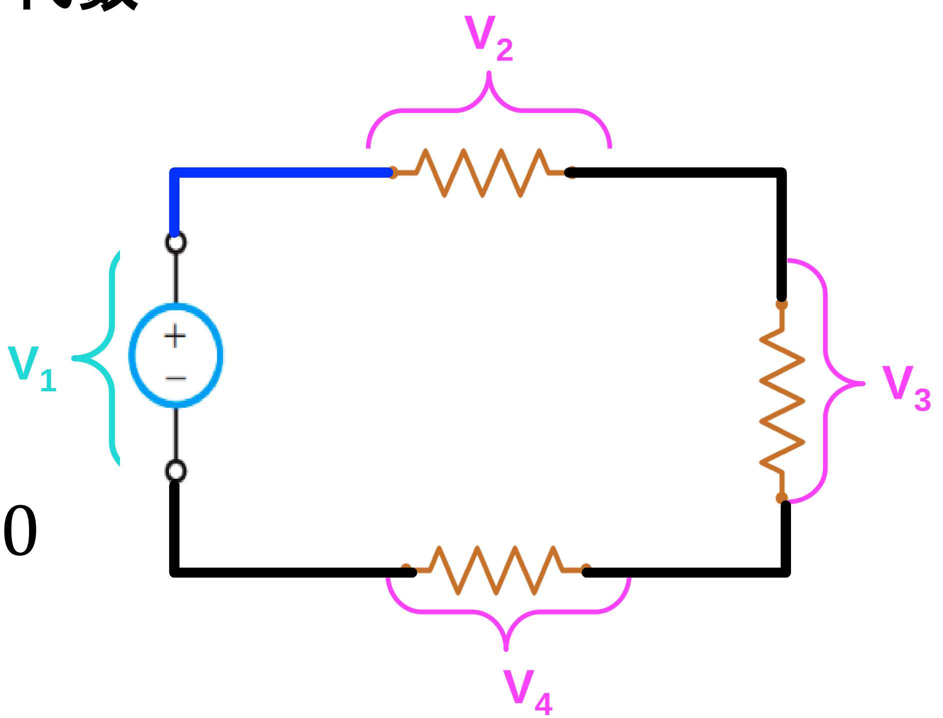
任意の閉回路について、起電力の代数和は電圧降下の代数和に等しい



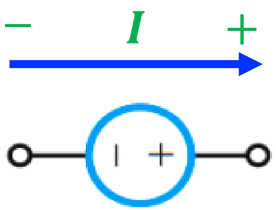
任意の閉回路について、電圧の代数和はゼロである。

$$\sum_{j=1}^{n} V_j = 0$$

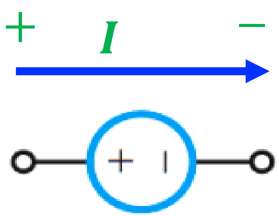
$$V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_n = 0$$



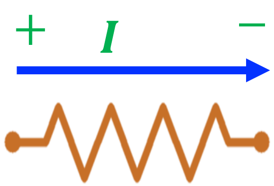
キルヒホッフ電圧法則（KVL）： 正と負の定義



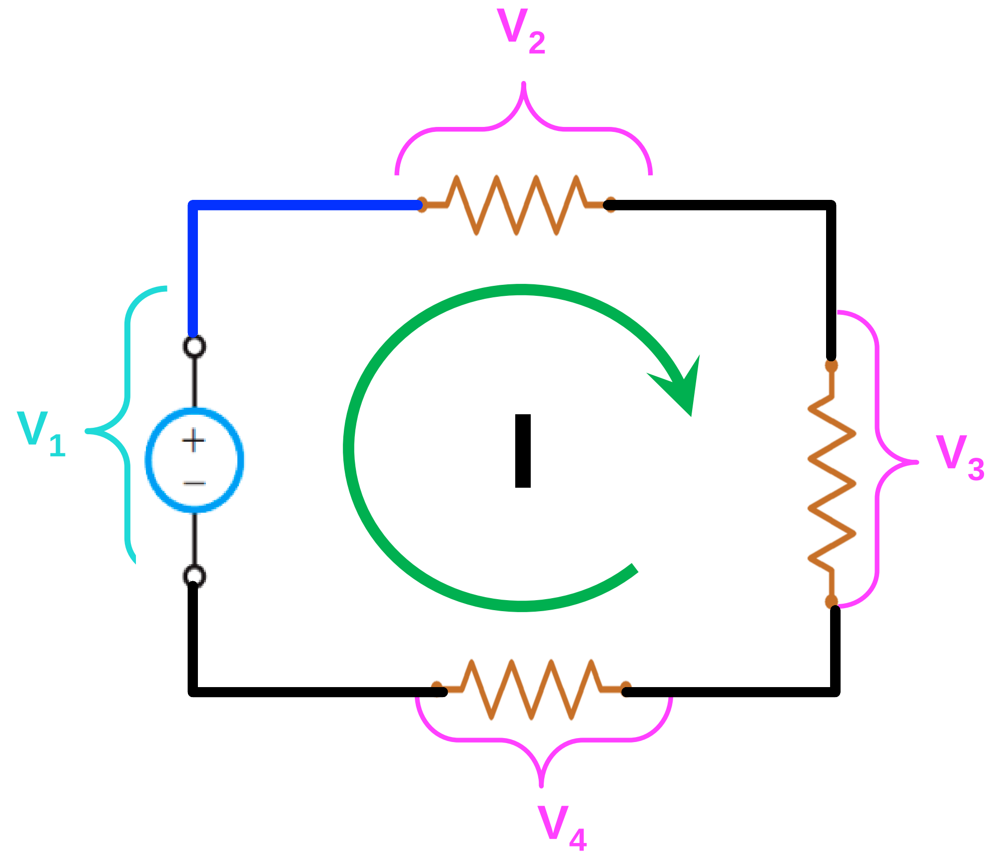
電圧上昇(−V)



電圧降下(+V)



電圧降下(+V)



KVL法則 の応用練習：

KVL法則を応用してV_{AB}を求めよ！！

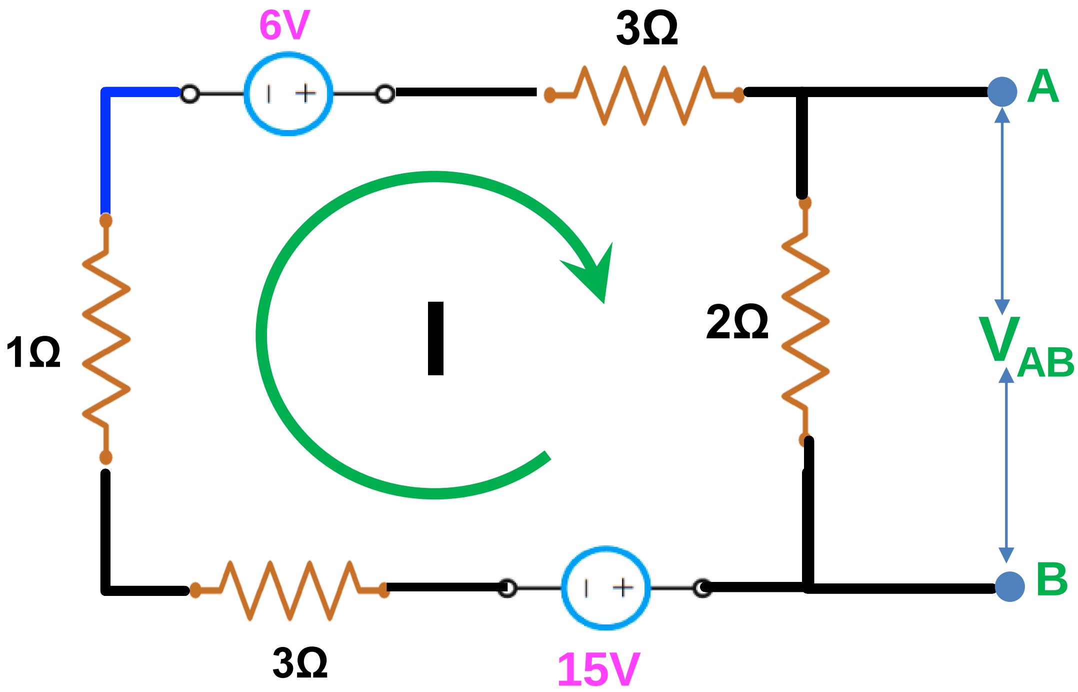
点BからKVLに従って
ループを回す！

$$15 + 3 * I + 1 * I$$
$$- 6 + 3 * I + 2I$$
$$= 0$$

$$9I = -9$$

$$I = -1\mathrm{A}$$

$$V_{AB} = I * 2\Omega = -2\mathrm{V}$$

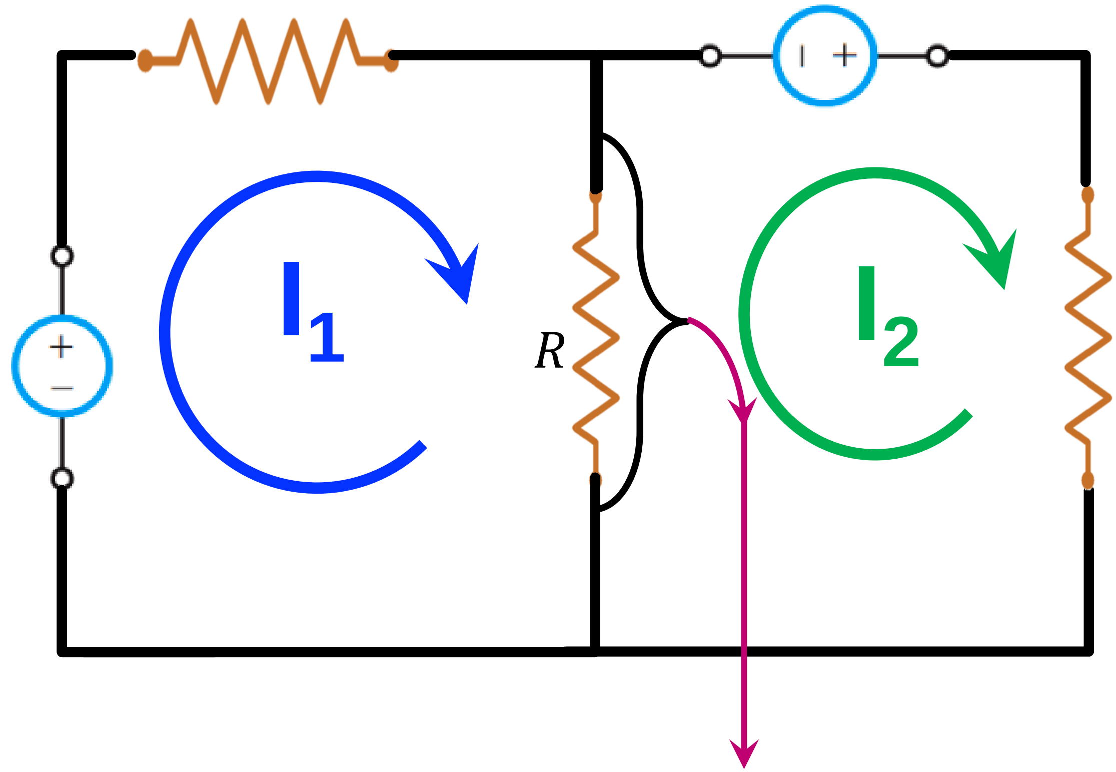


KVL法則を用いたループ解析法：

- ループ解析法とはKVL法則を応用して、ループの電流を計算する方法である。

- ループ電流はループにある素子に全部適用する。それぞれのループはそれぞれのループ電流を仮定して計算する

- それぞれのループにおいて、それぞれのKVL方程式を構築して計算する！



$$\cdots + R(I_2 - I_1) + \cdots$$

KVL法則を用いた応用練習：

KVL方程式@ I_1

$$-15 + 2K(I_1 - I_2) + 1K\ (I_1) = 0$$

$$3I_1 - 2I_2 = 15mA$$

KVL方程式@ I_2

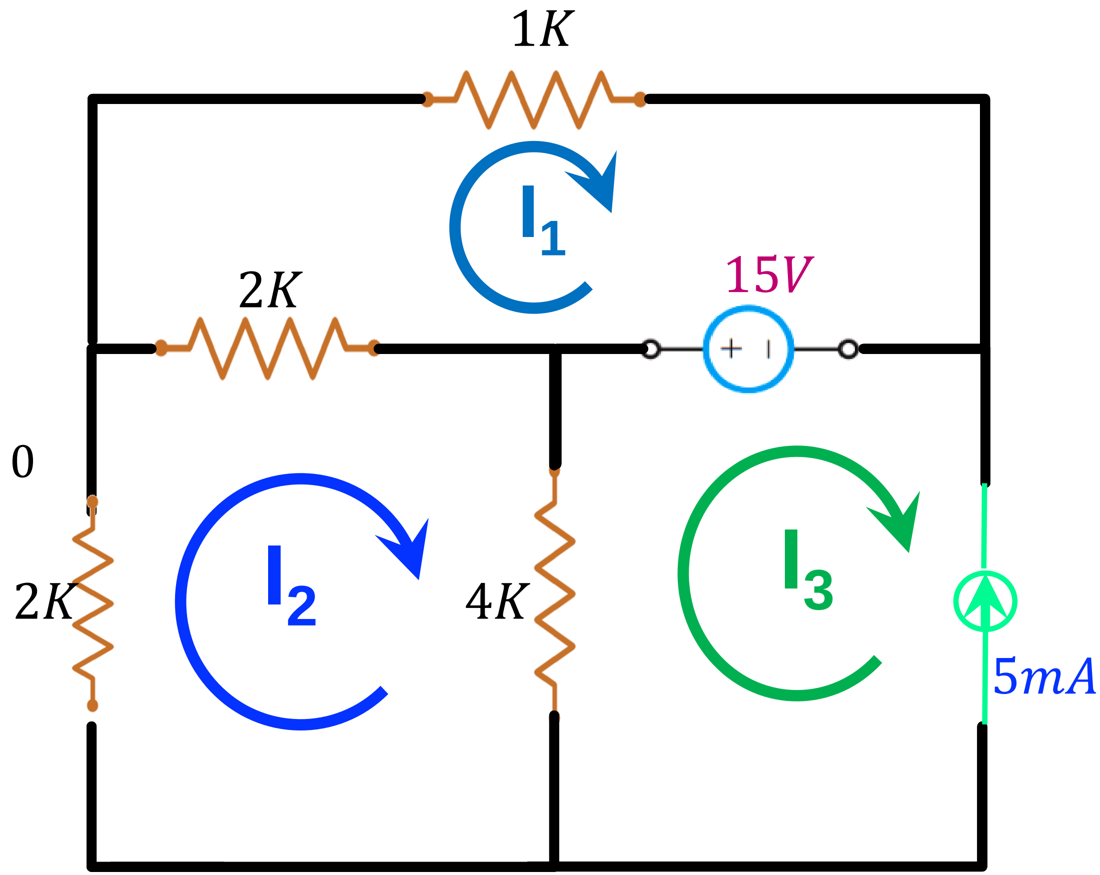
$$2K(I_2) + 2K(I_2 - I_1) + 4\ K(I_2 - I_3) = 0$$

$$8K(I_2) - 2K(I_1) - 4K(I_3) = 0$$

$$4K(I_2) - 1K(I_1) - 2K(I_3) = 0$$

KVL方程式@ I_3

$$I_3 = -5mA$$



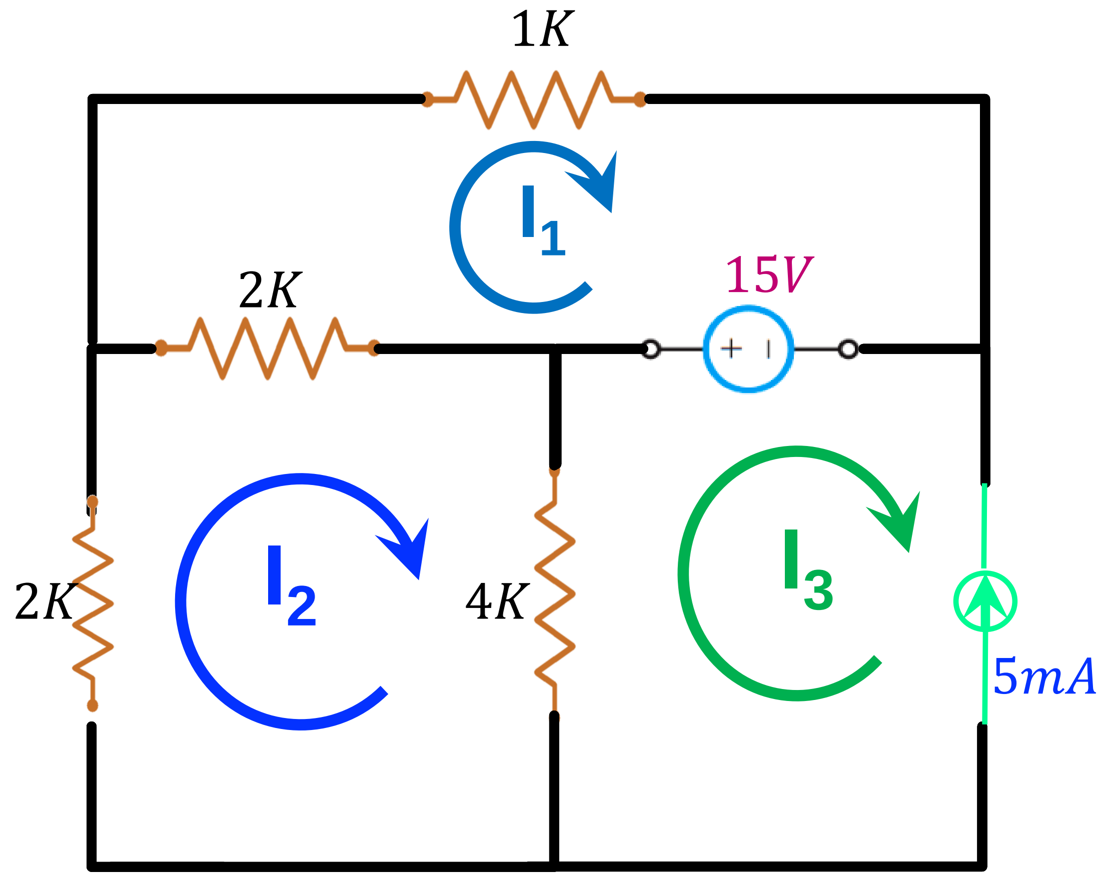
KVL法則を用いた応用練習：

$$\begin{cases} 3I_1 - 2I_2 = 15mA \\ 4I_2 - I_1 - 2I_3 = 0 \\ I_3 = -5mA \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3I_1 - 2I_2 = 15mA \\ 4I_2 - I_1 = -10 \end{cases}$$

$$I_1 = 4mA$$

$$I_2 = -1.5mA$$



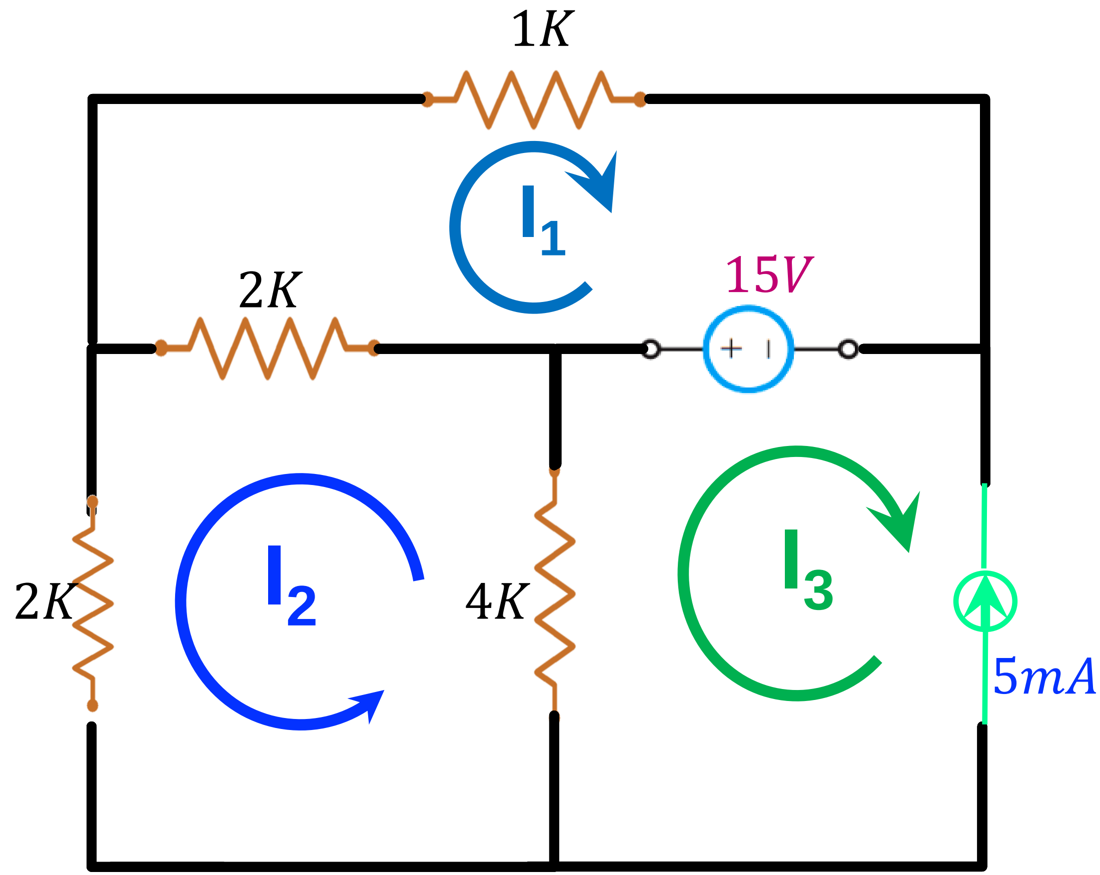
KVL法則を用いた応用練習：

$$\begin{cases} 3I_1 - 2I_2 = 15mA \\ 4I_2 - I_1 - 2I_3 = 0 \\ I_3 = -5mA \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3I_1 - 2I_2 = 15mA \\ 4I_2 - I_1 = -10 \end{cases}$$

$$I_1 = 4mA$$

$$I_2 = -1.5mA$$



KVL法則の拡張:クラーメル解法

KVL方程式@ I_1

$$-15 + R_2(I_1 - I_2) + R_1(I_1) = 0$$

$$R_2(I_1 - I_2) + R_1(I_1) = 15$$

$$(R_1 + R_2)(I_1) - R_2(I_2) = 15$$

KVL方程式@ I_2

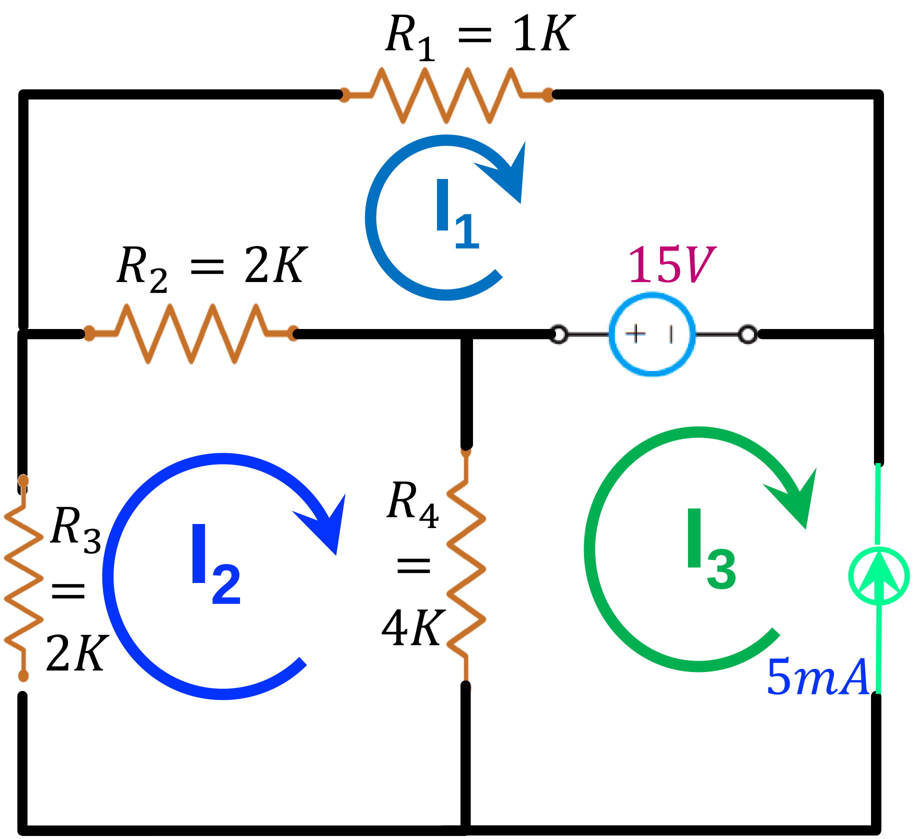
$$R_3(I_2) + R_2(I_2 - I_1) + R_4(I_2 - I_3) = 0$$

$$-R_2(I_1) + (R_3 + R_2 + R_4)I_2 + (-R_4)I_3 = 0$$

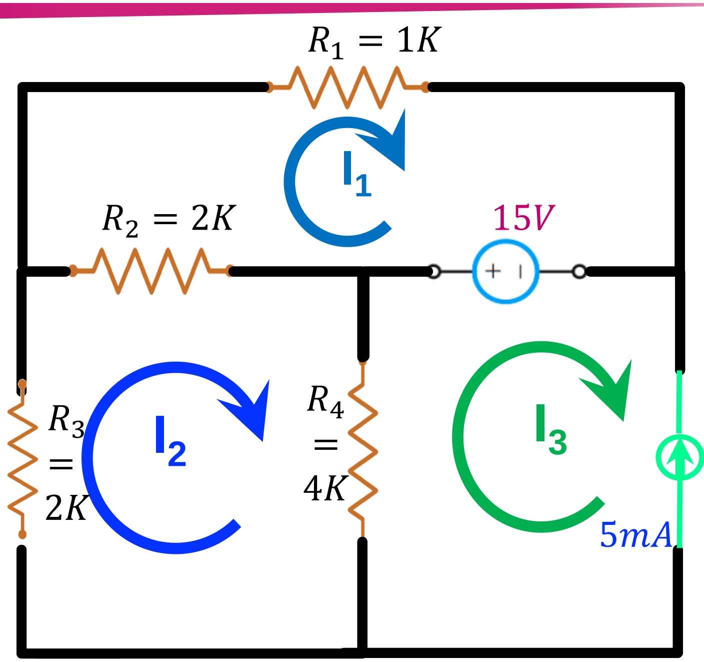
KVL方程式@ I_3

$$R_4(I_3 - I_2) + 15\mathrm{V} + (-I_3)\mathrm{r} = 0$$

$$(-R_4)I_2 + (R_4 + r)I_3 = -15\mathrm{V}$$



KVL法則の拡張：クラーメル解法



$$\begin{cases} (R_1+R_2)\ I_1 + (-R_2)\ I_2 + 0 * I_3 = 15 \\ (-R_2)\ I_1 + (R_3+R_2+R_4)\ I_2 + (-R_4)\ I_3 = 0 \\ 0 * I_1 + (-R_4) I_2 + (R_4 + r)\ I_3 = -15 \end{cases}$$

$I_3 = -5mA$

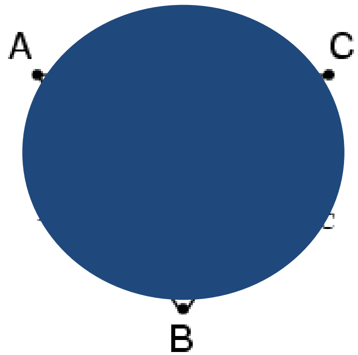
$$\begin{vmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 & 0 \\ -R_2 & R_2 + R_3 + R_4 & -R_4 \\ 0 & -R_4 & R_4 + r \end{vmatrix} \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 15 \\ 0 \\ -15 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 10 & -4 \\ 0 & -4 & 4 + r \end{vmatrix} \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 15 \\ 0 \\ -15 \end{vmatrix} \quad (I_3 = -5mA)$$

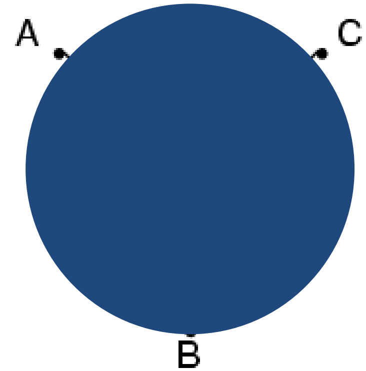
連立方程式をマトリックスで表現し、電流を計算する手法は
クラーメルの解法 (Cramel’s rule)と呼ぶ！

Y-Δ変換

Δ型接続

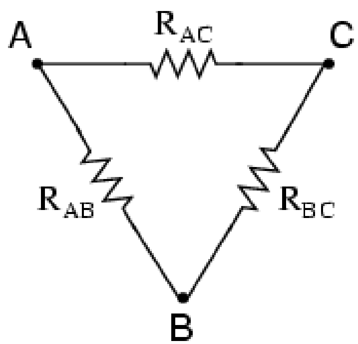


Y型接続

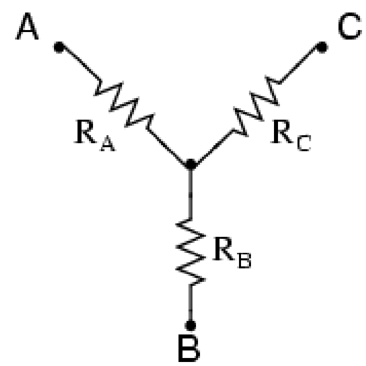


Y-Δ変換

Δ型接続



Y型接続



Δ型接続 → Y型接続

$$\boldsymbol{R_{AB}}\ (\boldsymbol{\Delta}) = \frac{R_{AB}(R_{BC}+R_{CA})}{R_{AB}+R_{BC}+R_{CA}} \quad = \quad R_{AB}\ (Y) = R_a + R_b$$

$$\boldsymbol{R_{\mathrm{BC}}}\ (\boldsymbol{\Delta}) = \frac{R_{AB}(R_{BC}+R_{CA})}{R_{AB}+R_{BC}+R_{CA}} \quad = \quad R_{BC}\ (Y) = R_b + R_c$$

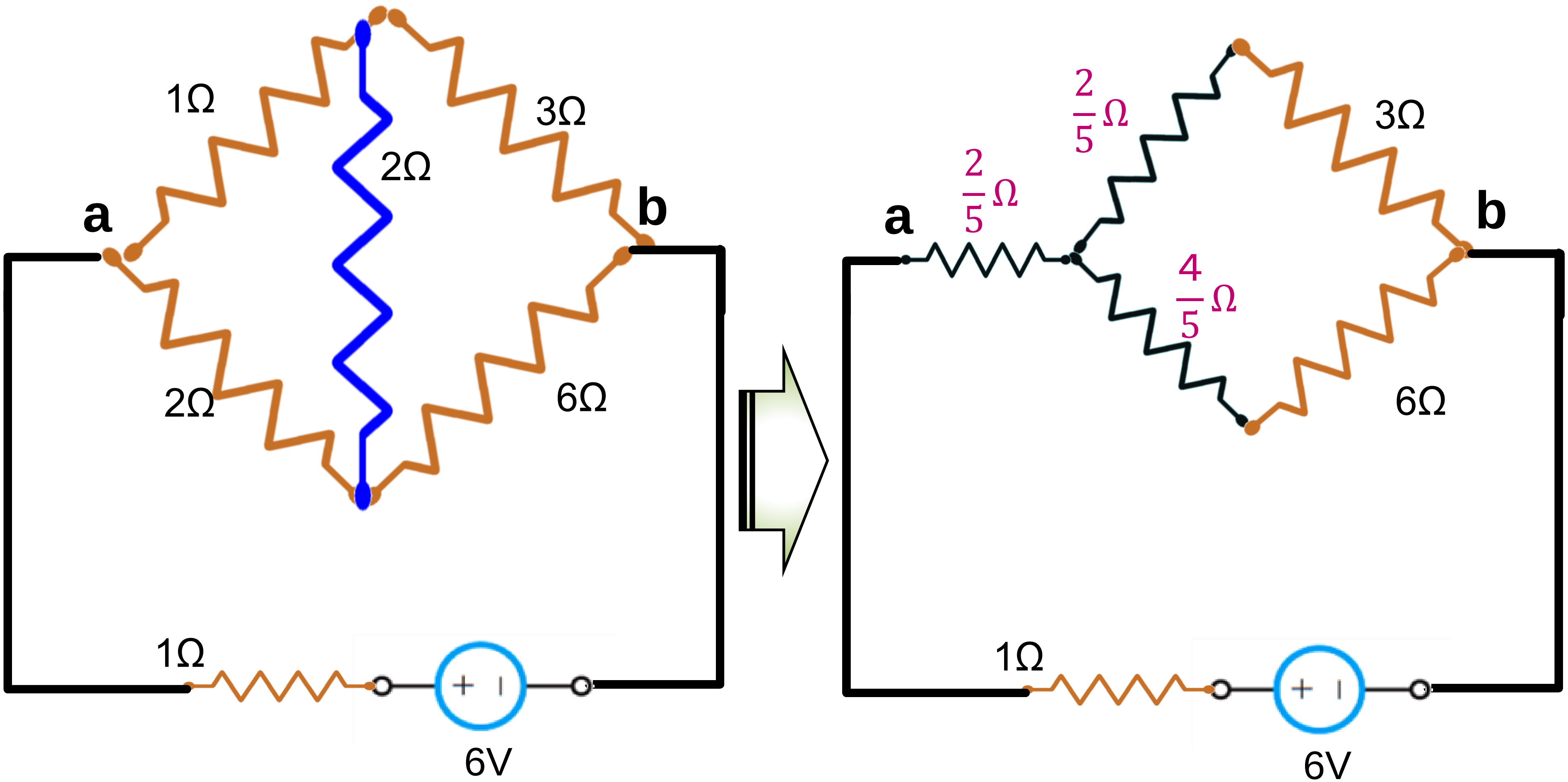
$$\boldsymbol{R_{CA}}\ (\boldsymbol{\Delta}) = \frac{R_{AB}(R_{BC}+R_{CA})}{R_{AB}+R_{BC}+R_{CA}} \quad = \quad R_{CA}\ (Y) = R_c + R_a$$

$$R_a = \frac{R_{AB}R_{CA}}{R_{AB}+R_{BC}+R_{CA}}$$

$$R_b = \frac{R_{AB}R_{BC}}{R_{AB}+R_{BC}+R_{CA}}$$

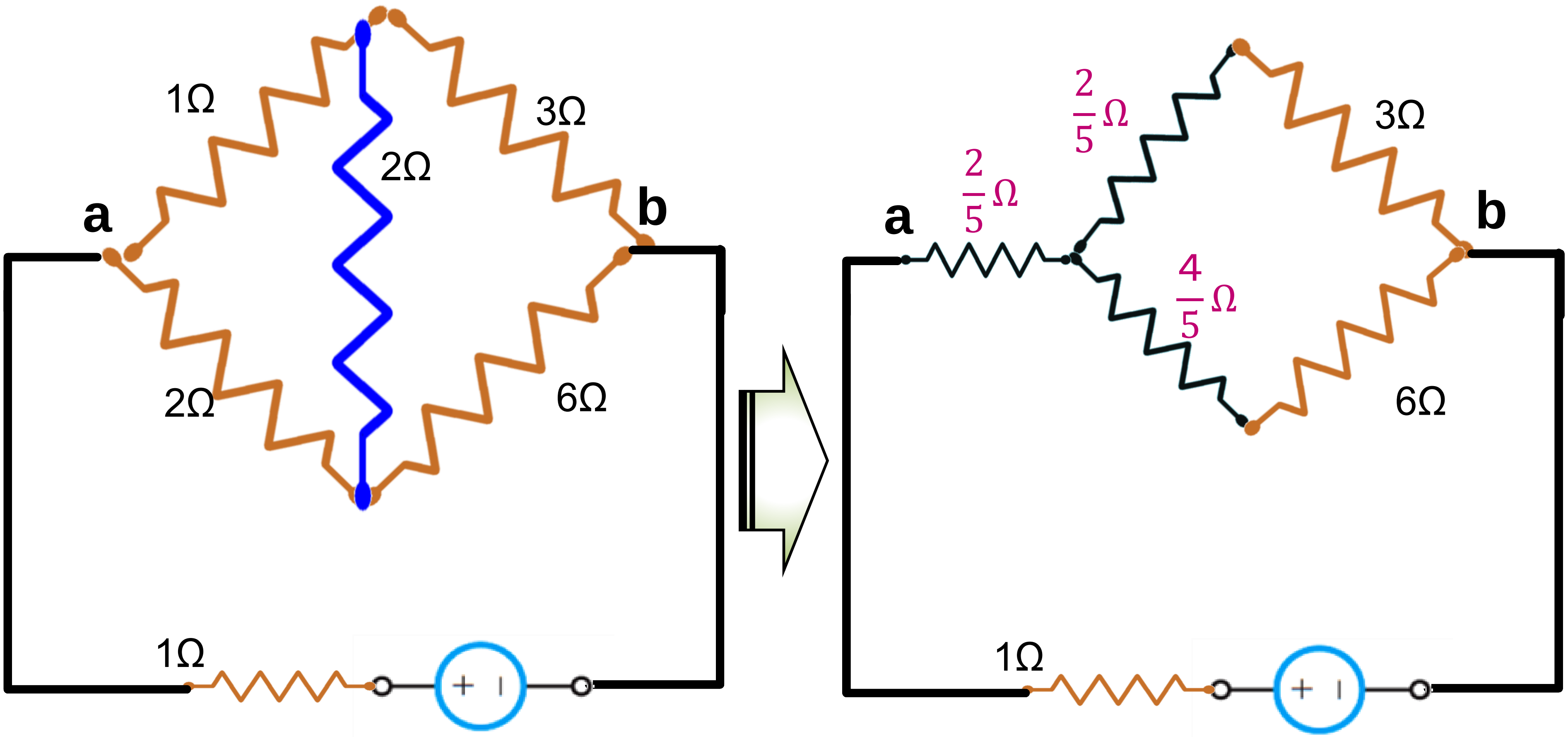
$$R_c = \frac{R_{AC}R_{BC}}{R_{AB}+R_{BC}+R_{CA}}$$

Y-Δ変換の応用: ブリッジ回路



$$R_a = \frac{2*1}{2+2+1} = \frac{2}{5}\Omega \quad R_b = \frac{2*1}{2+2+1} = \frac{2}{5}\Omega \quad R_c = \frac{2*2}{2+2+1} = \frac{4}{5}\Omega$$

Y-Δ変換の応用: ブリッジ回路



$$R_{ab} = \frac{2}{5} + \frac{\frac{17}{5} * \frac{34}{5}}{\frac{17}{5} + \frac{34}{5}} = \frac{2}{5} + \frac{34}{15} = \frac{8}{3}$$

Y-Δ変換の応用：KVL法則

a, bの間の合成抵抗を求めよ

KVL@

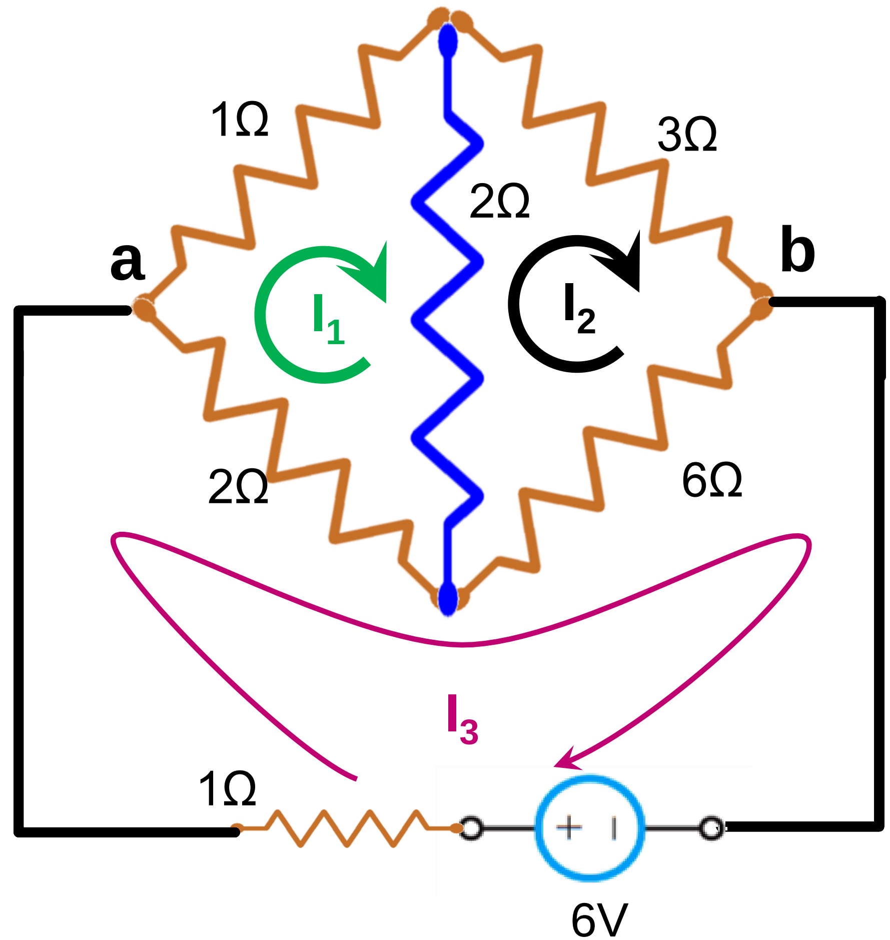
$$2*(I_1-I_3)+1*I_1+2*(I_1-I_3)=0$$

KVL@

$$2*(I_2-I_1)+3*I_2+6*(I_2-I_3)=0$$

KVL@

$$2*(I_3-I_1)+1*I_3+6*(I_3-I_2)=6$$



Y-Δ変換の応用：KVL法則

a, bの間の合成抵抗を求めよ

$$\begin{cases} 2*(I_1-I_3)+1*I_1+2*(I_1-I_2)=0 \\ 2*(I_2-I_1)+3*I_2+6*(I_2-I_3)=0 \\ 2*(I_3-I_1)+1*I_3+6*(I_3-I_2)=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5I_1-2I_2-2I_3=0 \\ -2I_1+11I_2-6I_3=0 \\ -2I_1-6I_2+9I_3=6 \end{cases}$$

$$17I_2-15I_3=-6$$

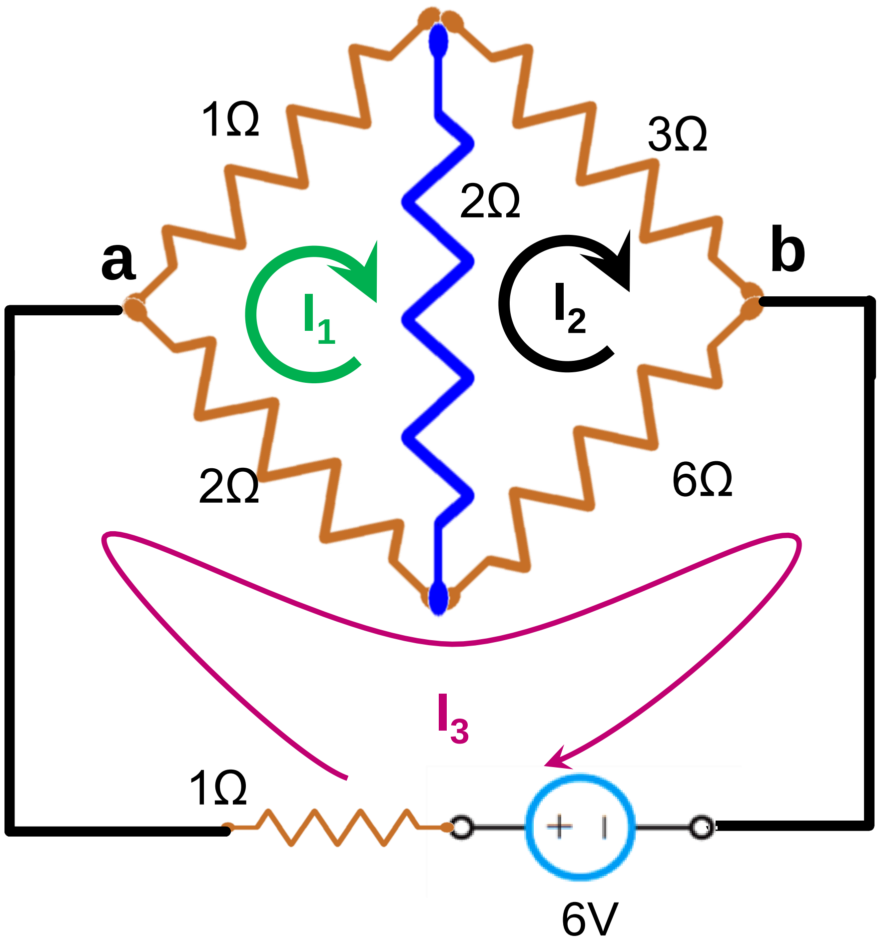
$$-17I_2+20.5I_3=15$$

$$5.5I_3=9$$

$I_3=18/11$

$I_2=12/11$

$I_1=12/11$



$$R_{AB}=\frac{6-18/11}{18/11}=\frac{8}{3}=2.667$$