基礎電気回路CH-3

曽我部　東馬

電気通信大学 i-パワードエネルギーシステム研究センター(i-PERC）

講義内容

交流電源

交流の直列

正弦波交流

電流・電圧の平均値

抵抗における平均電力

電圧・電流の実効値

正弦波交流を使った交流回路要素を表す

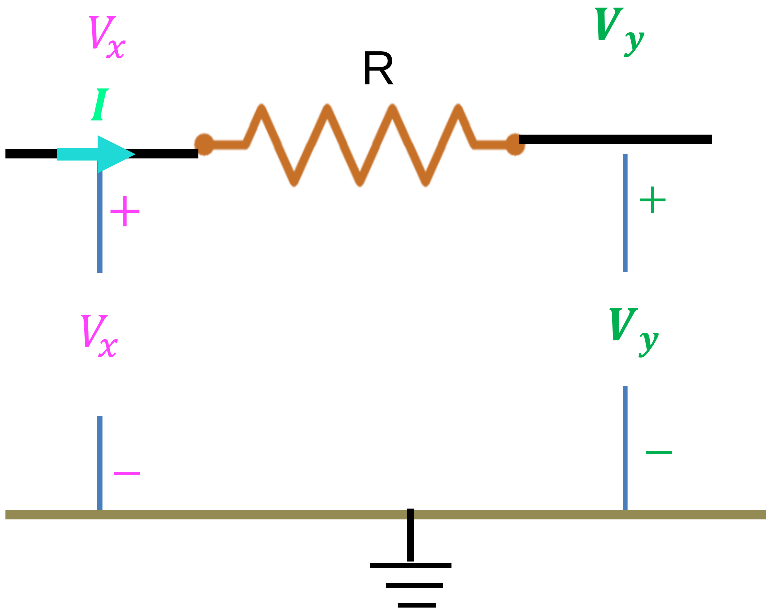
復習：ノード（節点）解析法：

- ノード解析法：KCLを使ってノードの電圧を計算する手法。

- 計算を楽にするために、参考ノードを仮定する（通常、接地グランドを使う）

- オームの法則によると

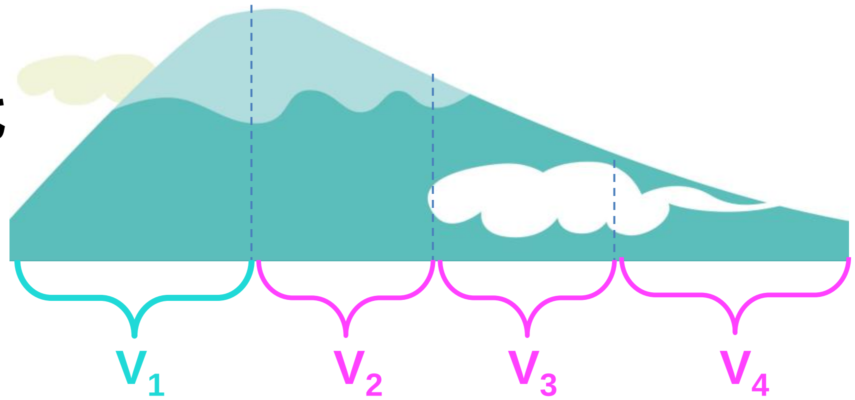
$$I = \frac{V_x - V_y}{R}$$



- 電圧を計算するために、それぞれのノードにおいて、KCL方程式を立てる（参考節点：接地はしない）

復習：キルヒホッフ電圧法則（KVL）

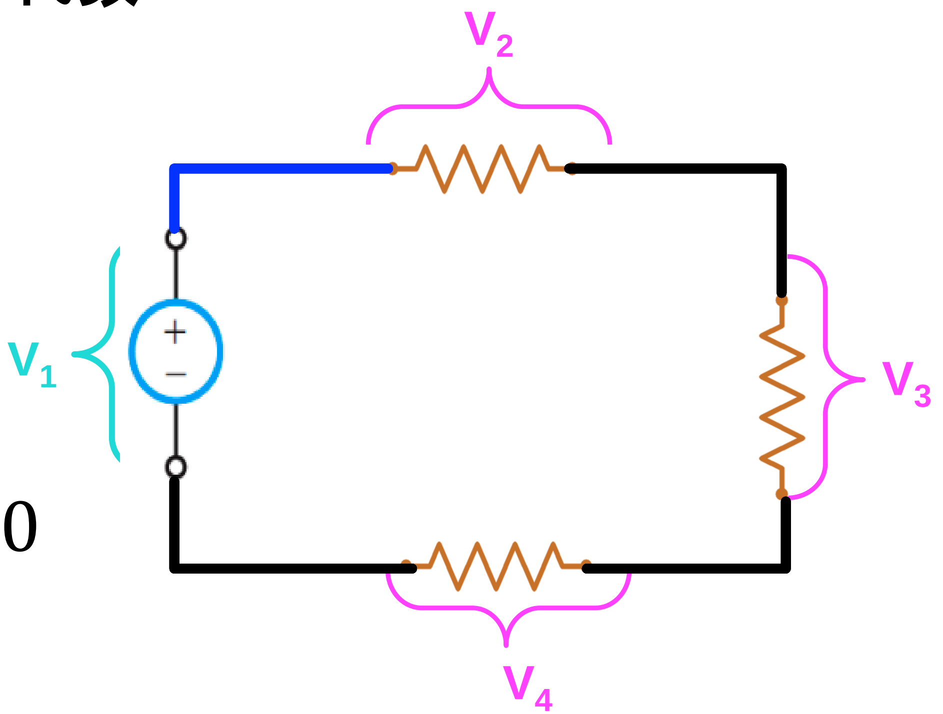
任意の閉回路について、起電力の代数和は電圧降下の代数和に等しい



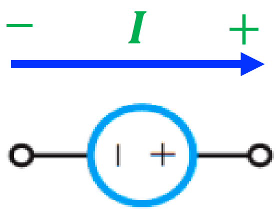
任意の閉回路について、電圧の代数和はゼロである。

$$\sum_{j=1}^{n} V_j = 0$$

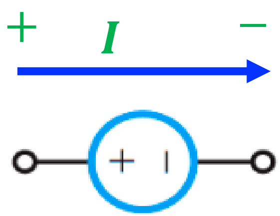
$$V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_n = 0$$



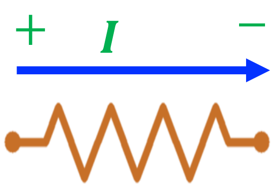
復習：キルヒホッフ電圧法則 （KVL）： 正と負の定義



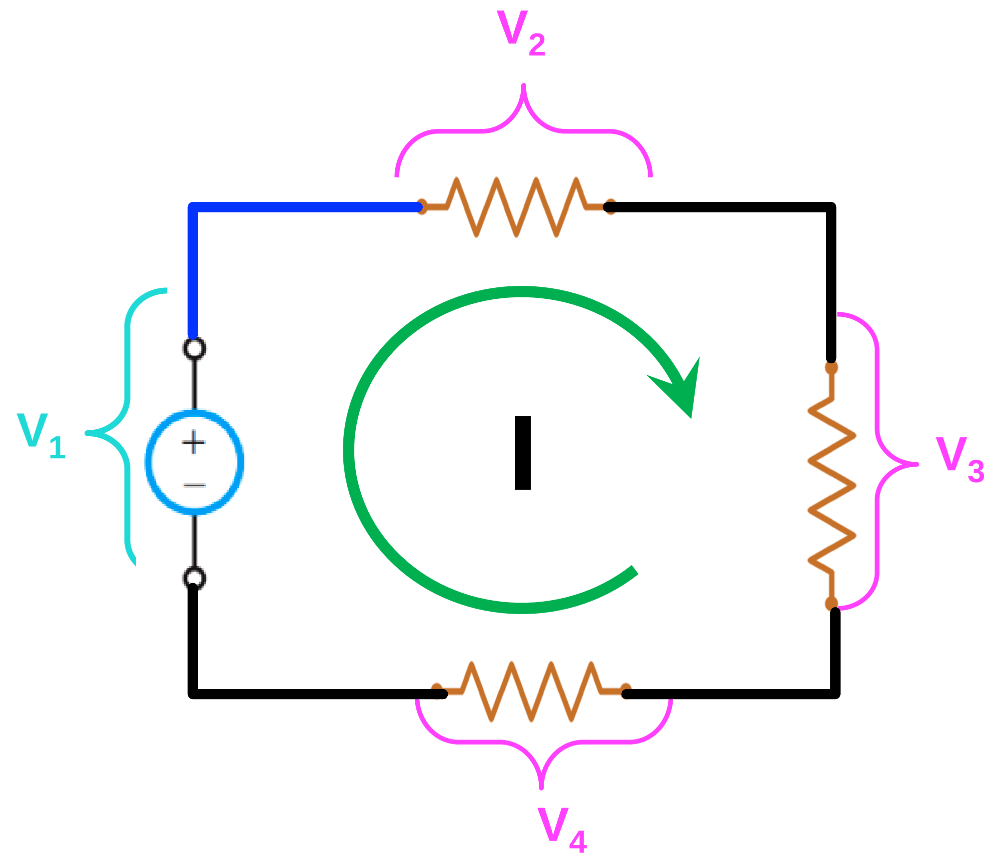
電圧上昇(−V)



電圧降下(+V)



電圧降下(+V)

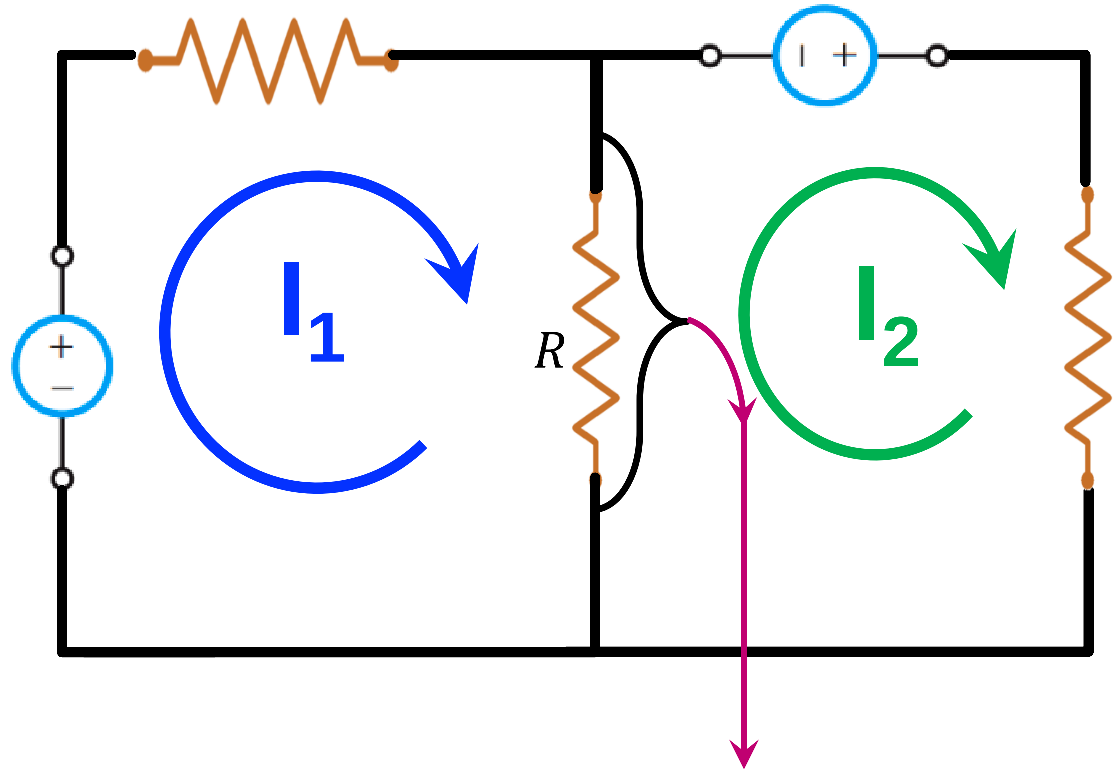


復習： KVL法則を用いたループ解析法：

❑ループ解析法とはKVL法則を応用して、ループの電流を計算する方法である。

❑ループ電流はループにある素子に全部適用する。それぞれのループはそれぞれのループ電流を仮定して計算する

❑それぞれのループにおいて、それぞれのKVL方程式を構築して計算する！



$$\cdots + R(I_2 - I_1) + \cdots$$

コイルにおける誘導電圧：

$$B = \mu * H \qquad H = \frac{I}{l}$$

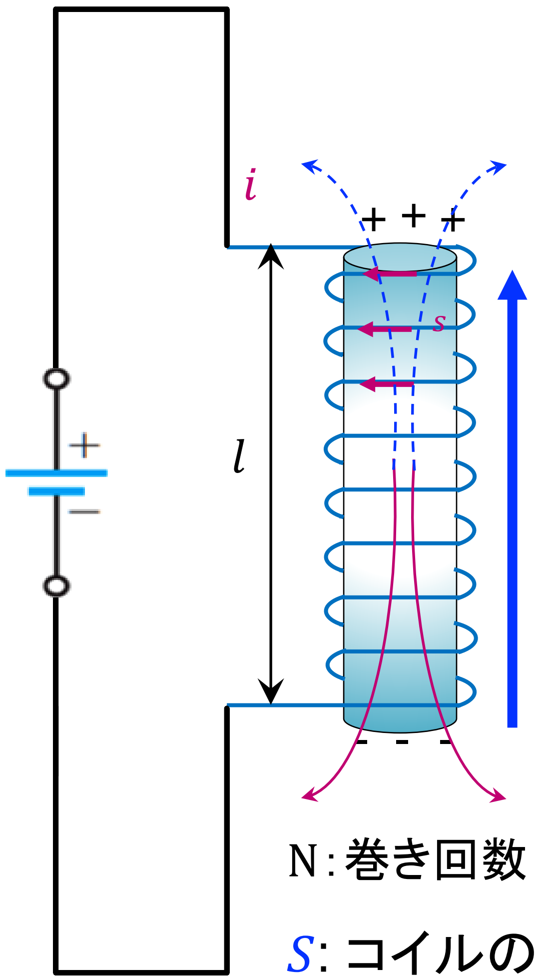
単位磁束：$\phi_0 = BS$

$$\phi_0 = \left(\mu \frac{Ni}{l}\right) S = \mu n i S$$

単位長さ当たりの巻き数 n:　$n = \frac{N}{l}$

$$\phi = N\phi_0$$

$$L = \frac{\phi}{i} = \mu\, n N\, S$$



N: 巻き回数

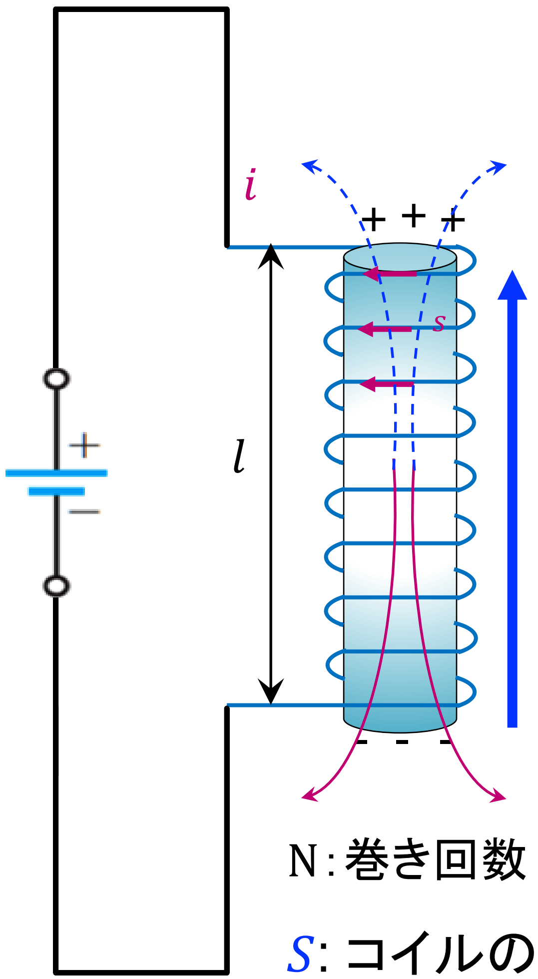
S: コイルの断面積

$\mathrm{I} = \mathrm{N} * i$

L: 自己インダクタンス

単位: ヘンリ (H)

コイルにおける誘導電圧：



N:巻き回数

S: コイルの断面積

$\mathrm{I} = \mathrm{N} * i$

$$L = \frac{\phi}{i}$$

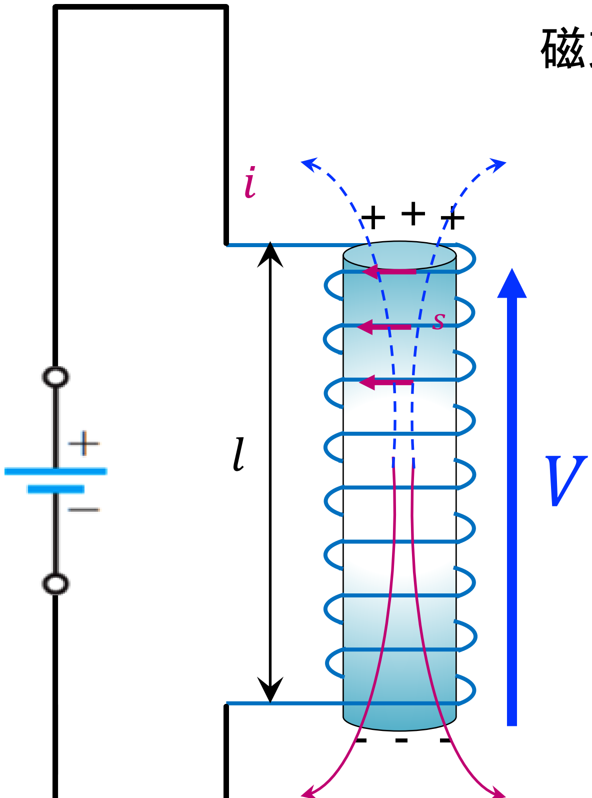
誘導電圧: $V = \dfrac{d\phi}{dt} = L\dfrac{di}{dt}$

コイル vs キャパシタ

$$V = \frac{d\varphi}{dt} \qquad \varphi = B * S \qquad V = S\frac{dB}{dt}$$

電磁誘導

$$I = S\frac{dD}{dt} \qquad Q = D * S \qquad i = \frac{dQ}{dt}$$



磁束 $B = \mu * H$

磁場 $H = \frac{I}{l}$

$$V = L\frac{dI}{dt}$$

自己インダクタンス

$$L = \mu\frac{S}{l}$$

単位:ヘンリ

N:巻き回数

S: コイルの全面積

$= N * s$

$I = N * i$

$$I = \frac{1}{L}\int V\,dt$$

電束 $D = \varepsilon * E$

電場 $E = \frac{V}{d}$

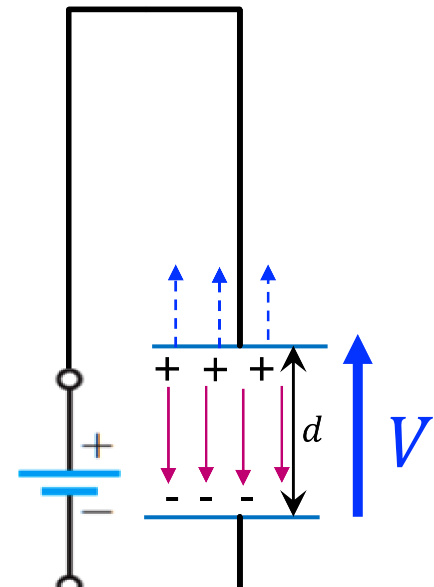
$$I = C\frac{dV}{dt}$$

キャパシタンス

$$C = \varepsilon\frac{S}{d}$$

単位:ファラッド

$$V = \frac{1}{C}\int I\,dt$$

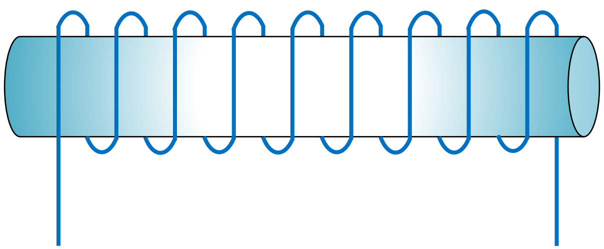


S:面積

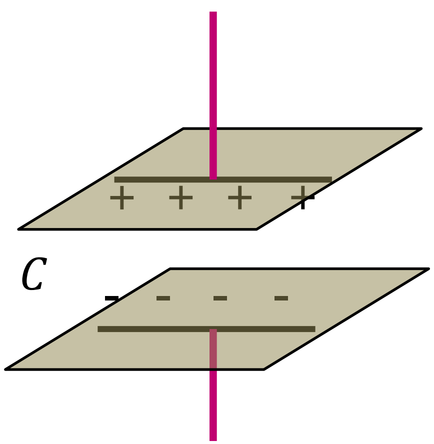
d:距離

R, L, C素子の電流電圧関係

$$V = IR \qquad I =$$



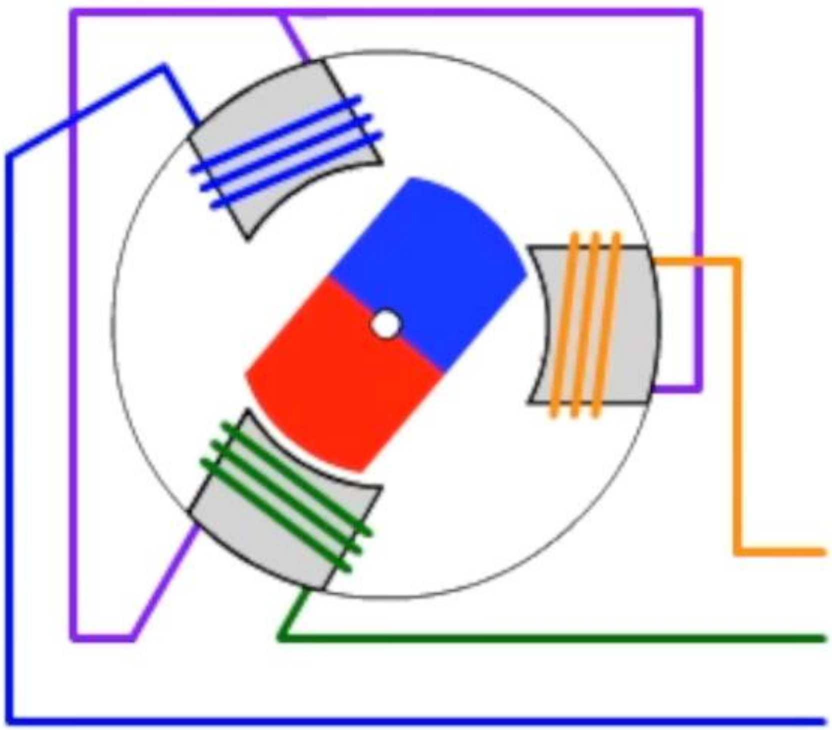
$$V = L\frac{dI}{dt} \qquad I =$$



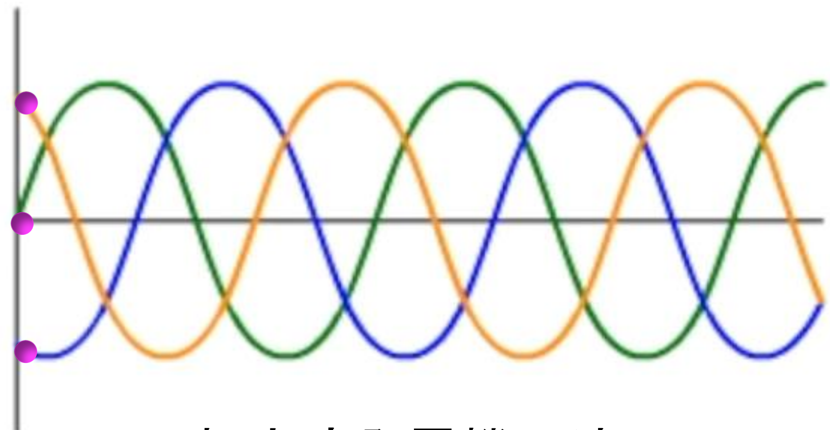
$$V = \frac{1}{C}\int I\,dt \qquad I =$$

交流電源

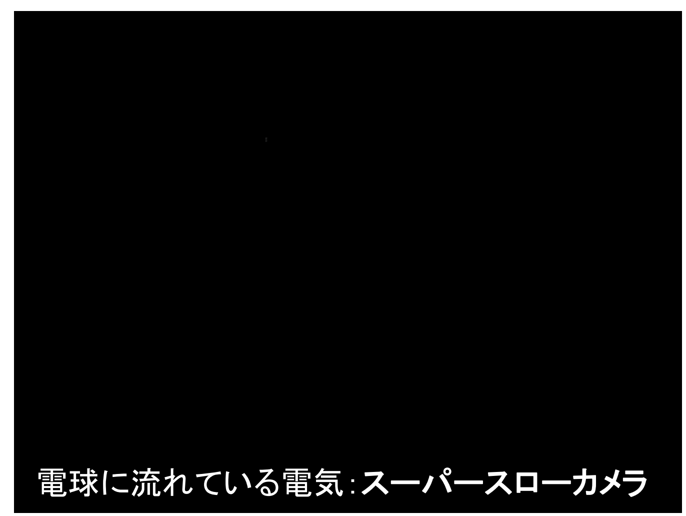
現在の三相交流発電機において、回転しているのはコイルではなくて永久磁石になっている。



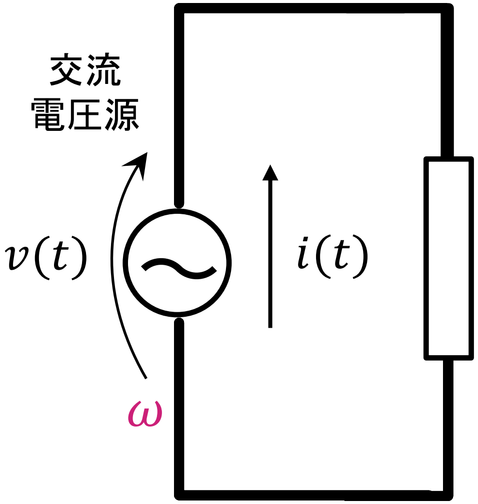
三相交流発電機

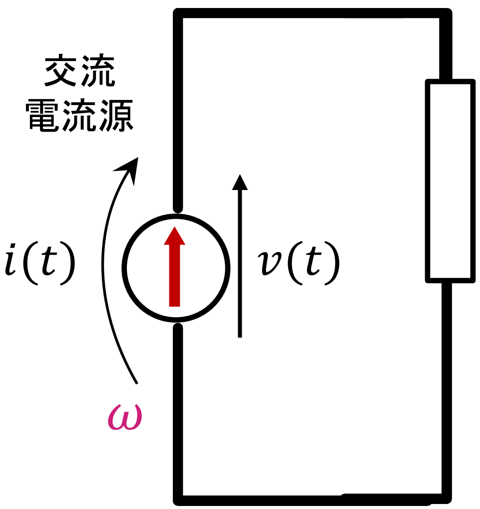


三相交流発電機の波形

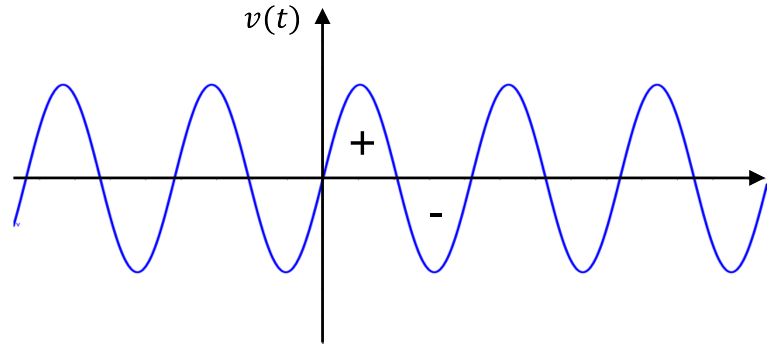


交流電源：表記

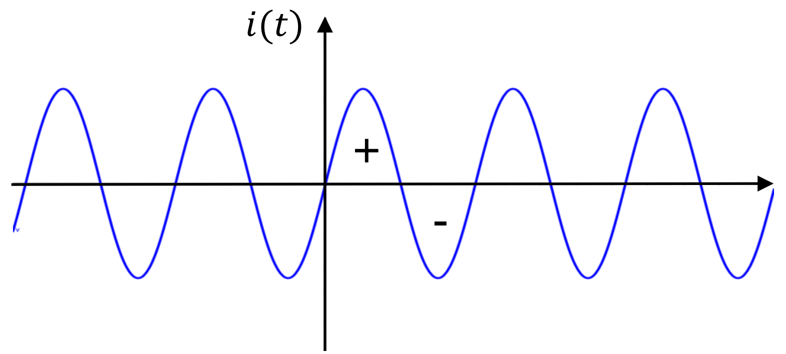




正弦波交流電源：角周波数 ω



$$v(t) = V_m \sin(\omega t - \theta)$$



$$i(t) = I_m \sin(\omega t - \theta)$$

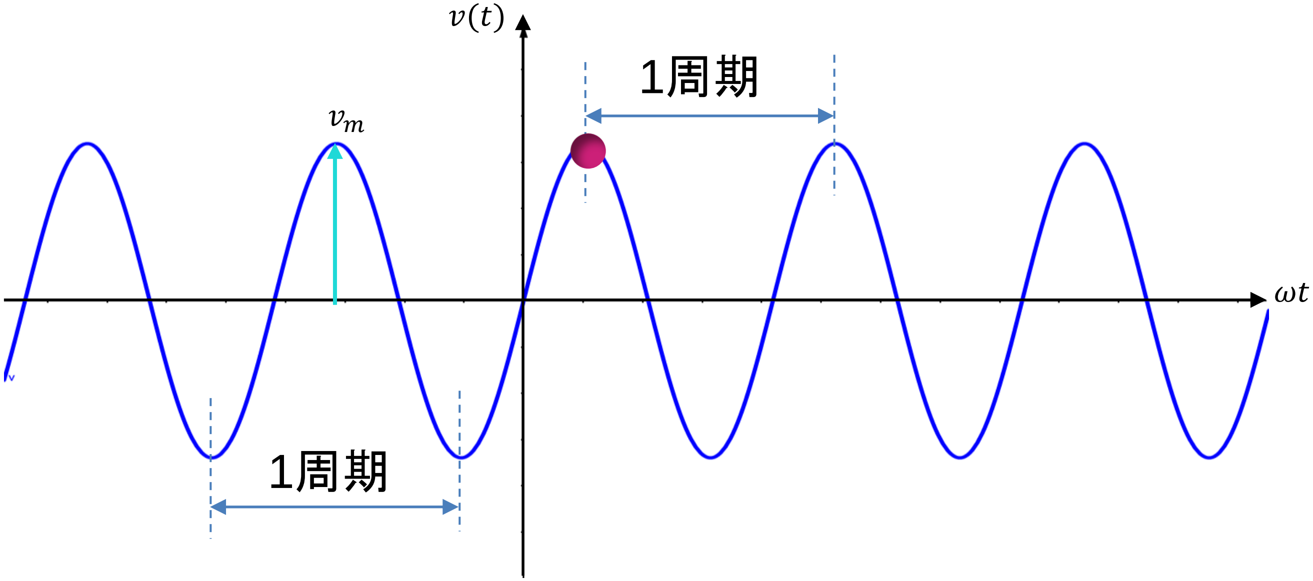
時間とともに変化する電流・電圧は $v(t)$ と $i(t)$
のように小文字を用いて表す！！！

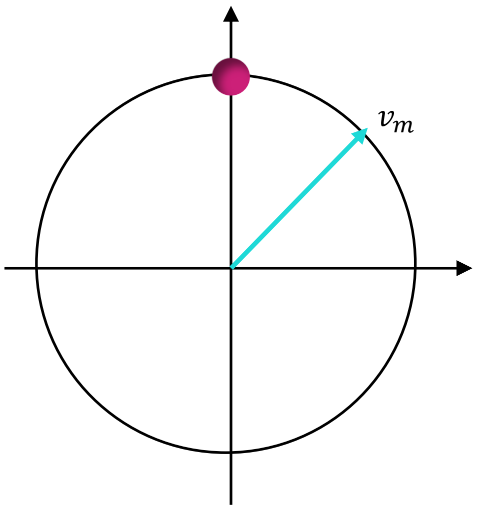
交流を表す量1:周期 T と周波数 f

周期 T : 波の山(谷)から次の山(谷)までの時間

(あるところからスタートして、元の位置に戻ってくる時間)

周期の単位:S 或は秒





正弦波の時間運動 ⟷ 等価 v_m半径を用いた円運動

交流を表す量1：周期 T と周波数 f

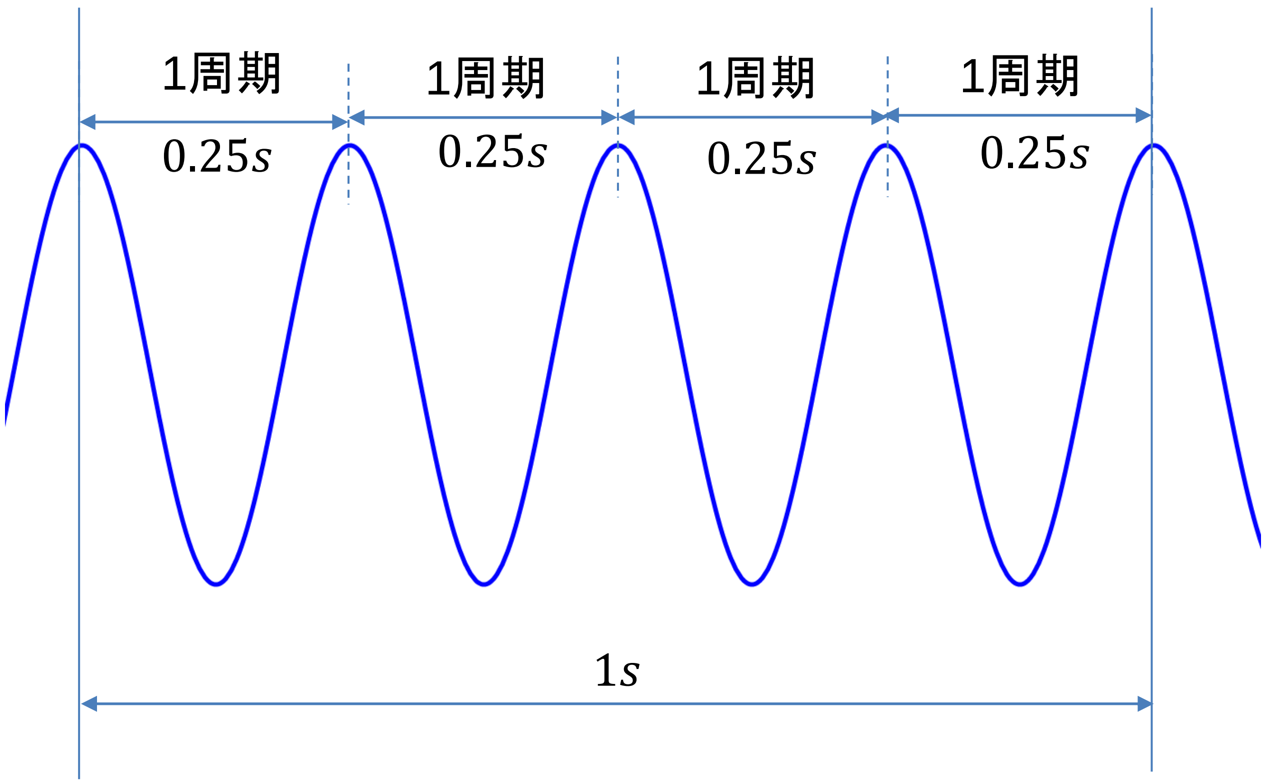
周波数 f ：1s間周期の数 ＝周期の逆数$=\frac{1}{T}$

単位： Hz

[redacted]

$f\ =50Hz$（東）

$T\ =0.02S$（東）



1周期 T ＝ 0.25s

4周期 ＝ 1s

周波数 f ＝ 4Hz

$$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{0.25}=4Hz \rightleftarrows T=\frac{1}{f}=\frac{1}{4}=0.25s$$

交流を表す量2:角周波数 ω （角速度）

角周波数 ω: 角度θの速度

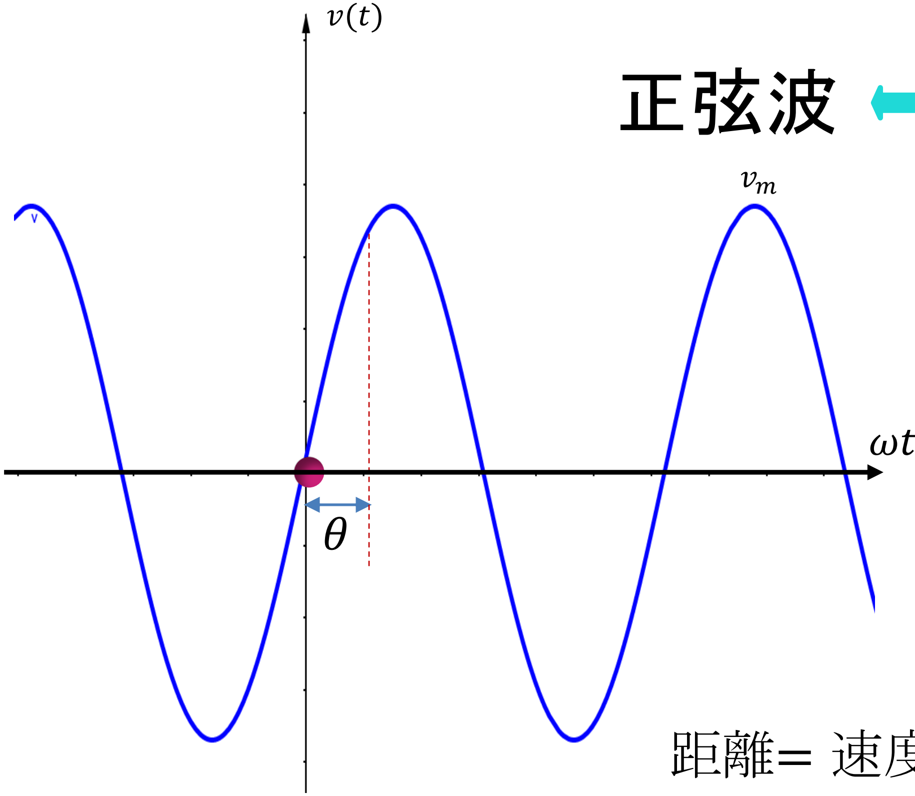
角周波数の単位: rad/s

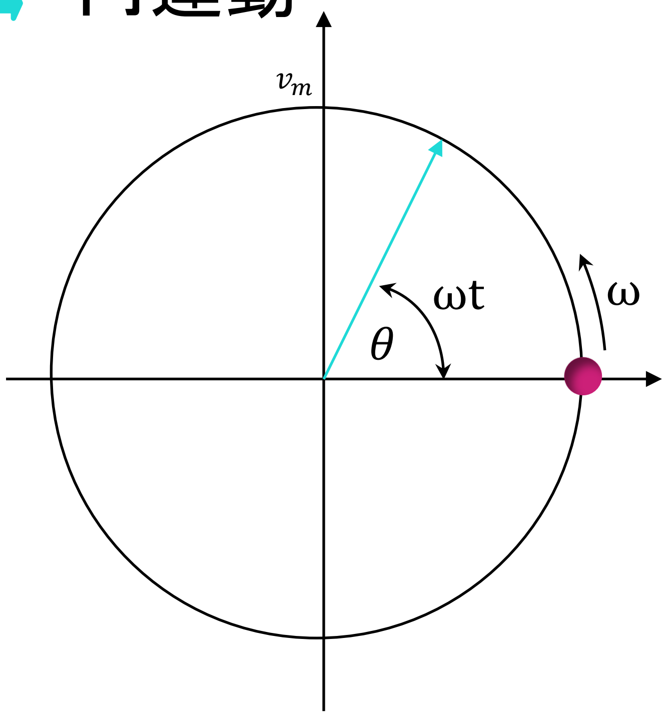
角度の単位　180度 = $\pi(rad)$

$2\pi = \omega * T$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

正弦波　等価　円運動





距離= 速度 * 時間

角度= 角速度 * 時間

$\theta = \omega * t$

復習:　交流を表す量:角周波数 ω （角速度）

角周波数 ω:　角度θの速度

角周波数の単位: rad/s

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

2π → 角

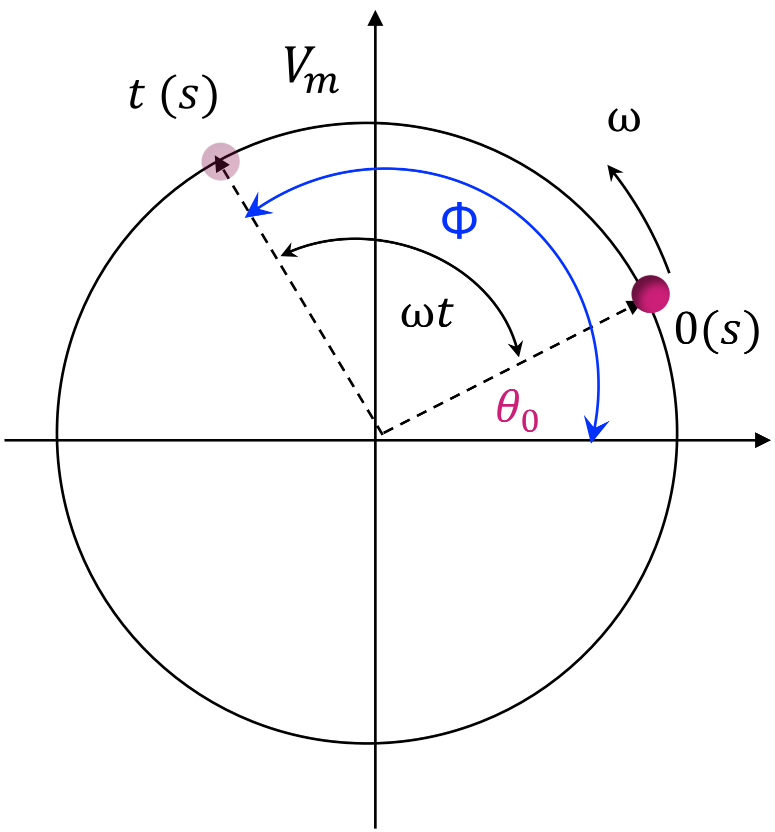
f → 周波数

角周波数という名前の由来

復習:　　正弦波交流を表す量:　位相（位相角・偏角）

位相 (phase)　Φ : 自分の　[位]　置を　[相] 手に伝える

$$v(t) = V_m \sin(\underbrace{\omega * t + \theta_0}_{\Phi})$$



$$\Phi = \omega * t + \theta_0$$

Φ　:　回転位相（回転フェーザ）

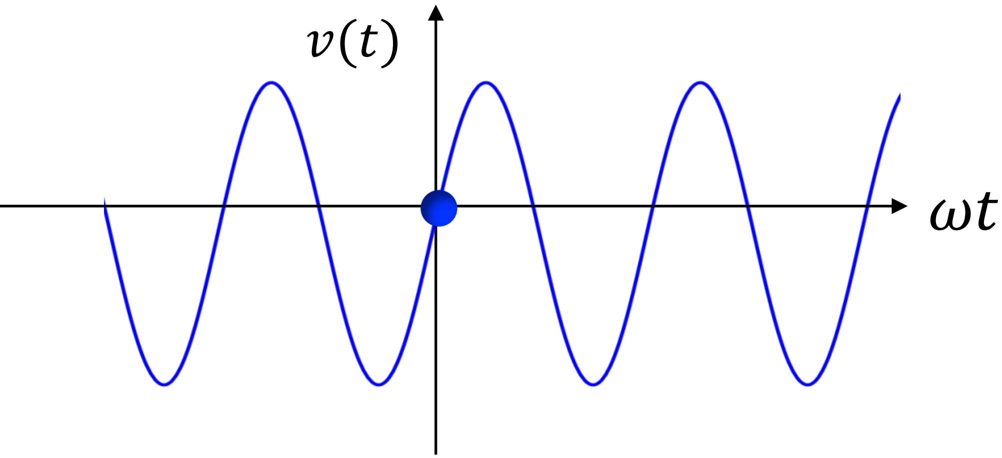
$t = 0$ 時の位相は初期位相と呼ぶ

$$\Phi = \theta_0$$

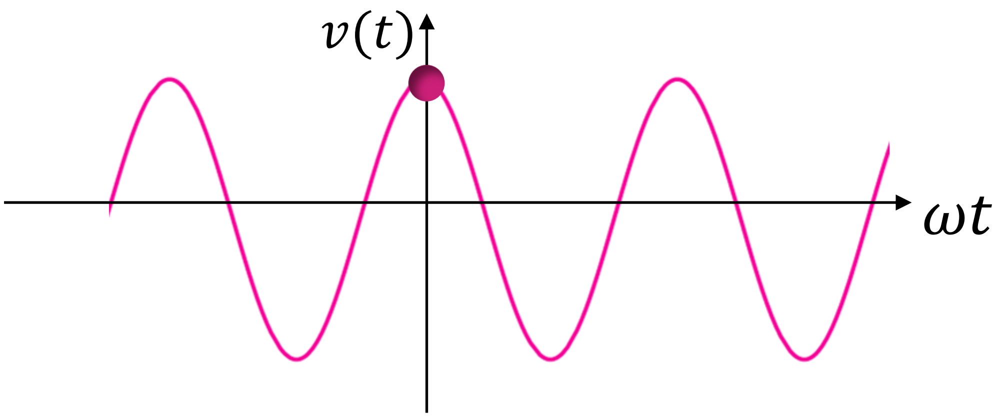
θ_0 :位相（静止位相）

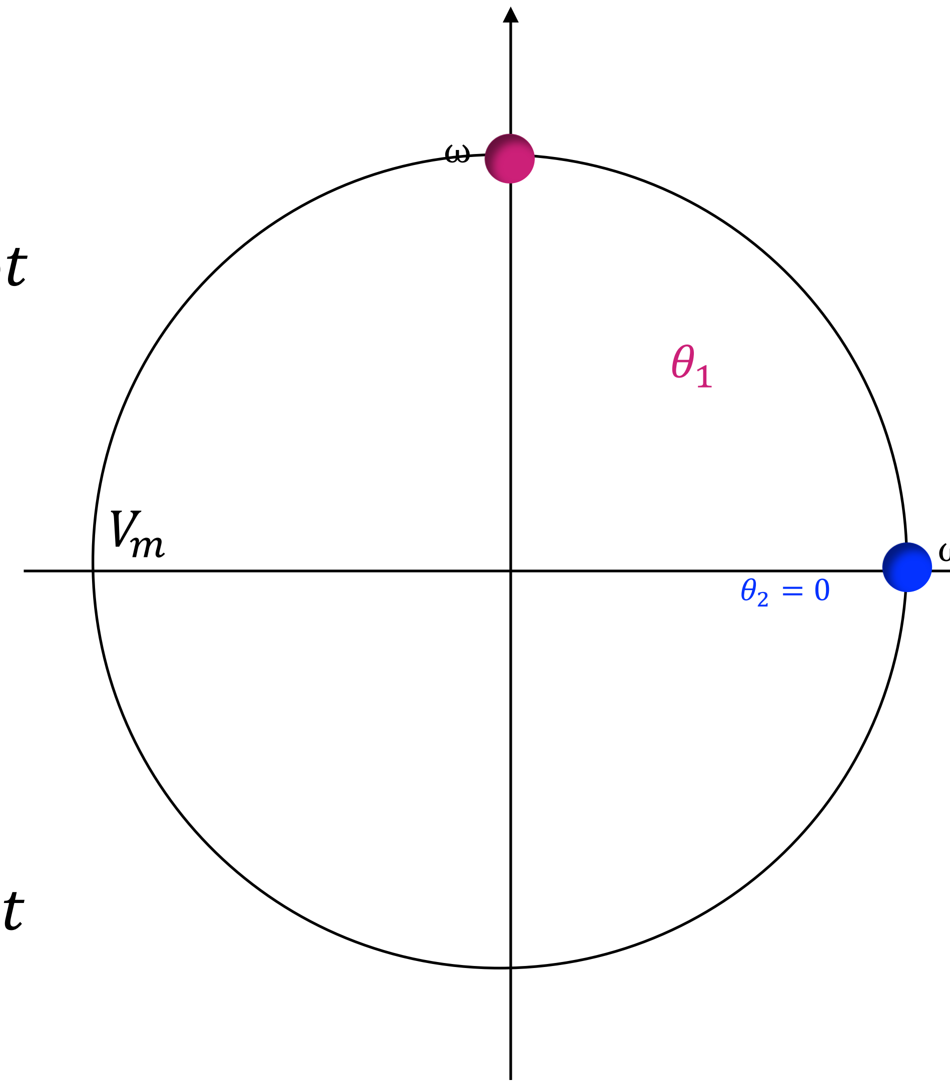
復習:　　　位相の進みと遅れ

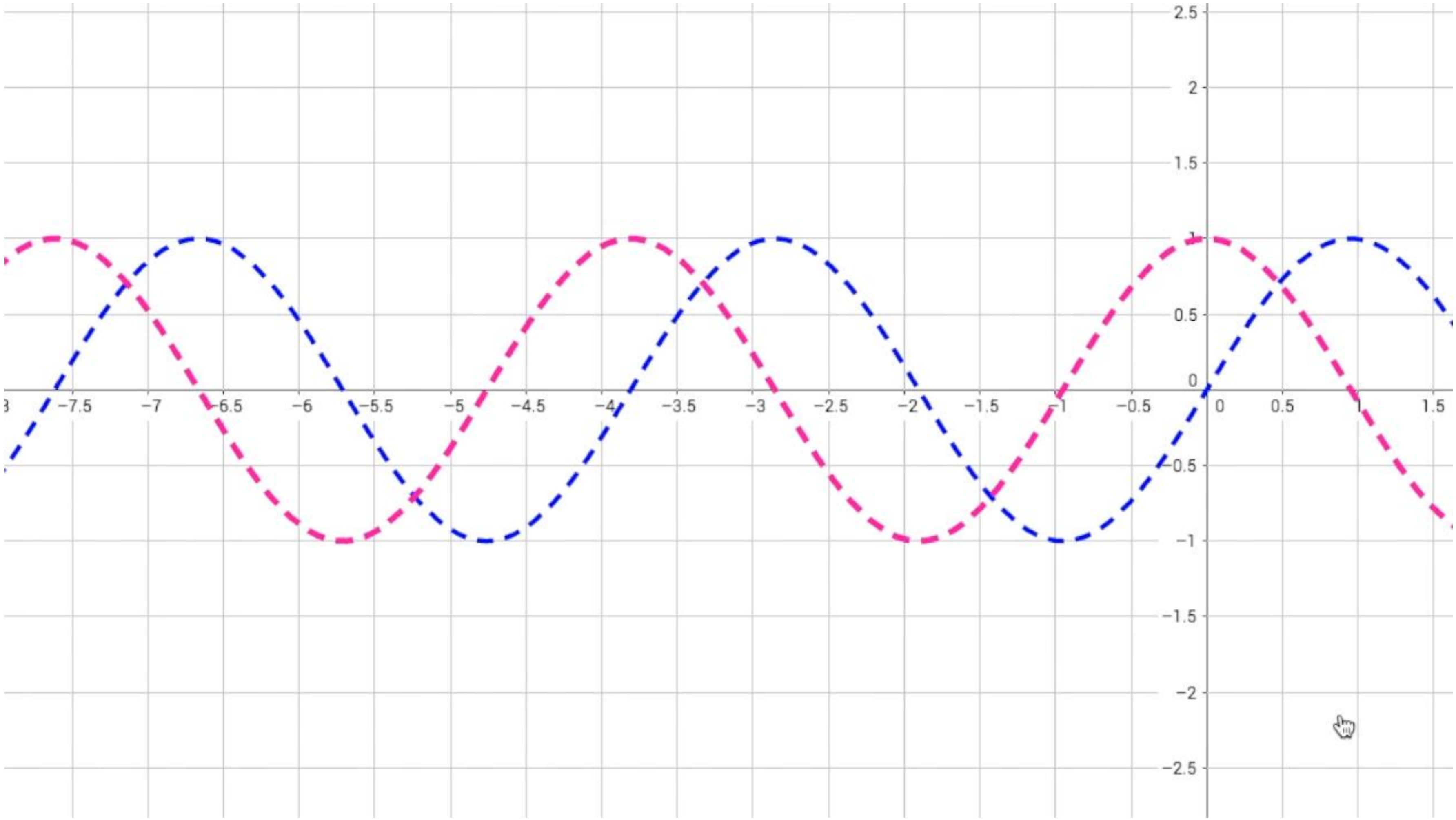
$$v(t) = V_m \sin(\omega t + 0) = V_m \sin(\omega t)$$



$$v(t) = V_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = V_m \cos(\omega t)$$



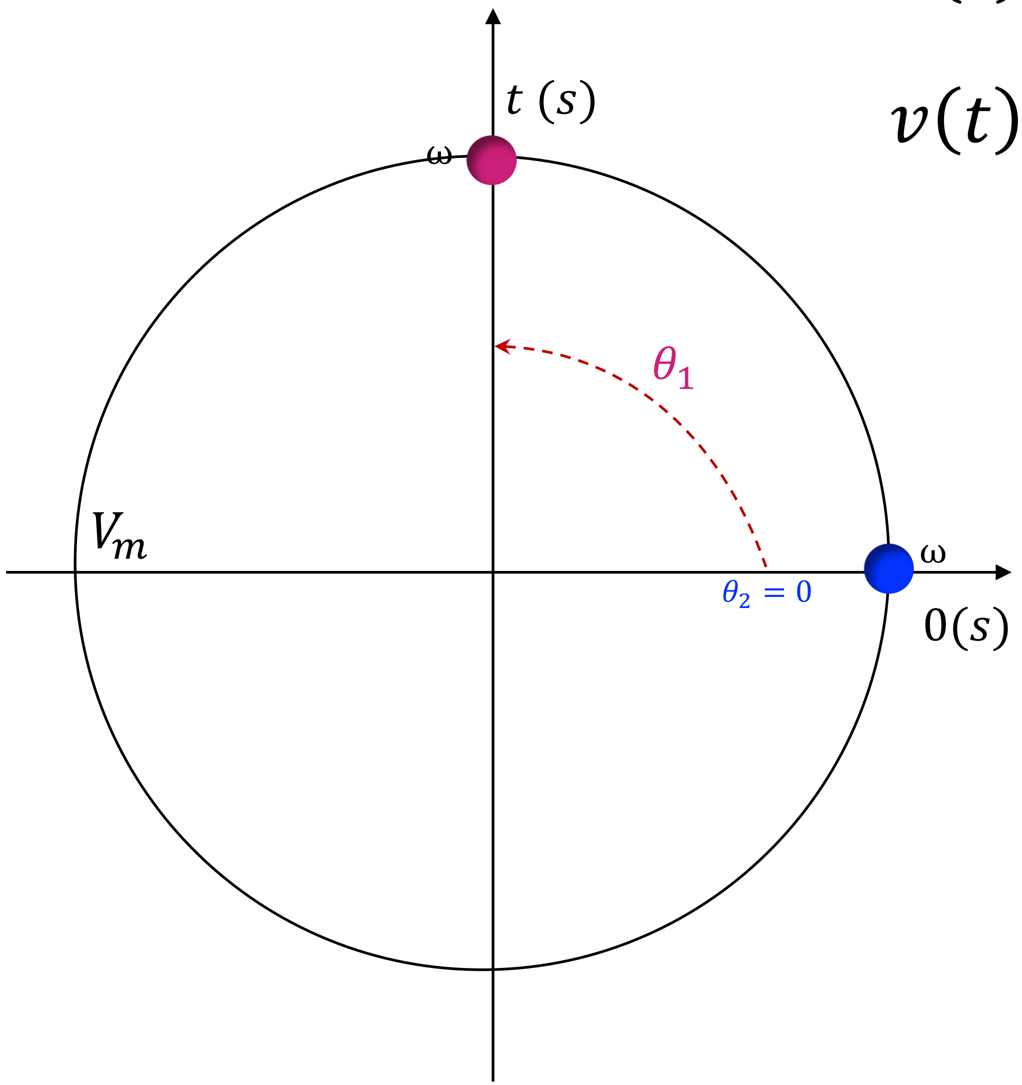


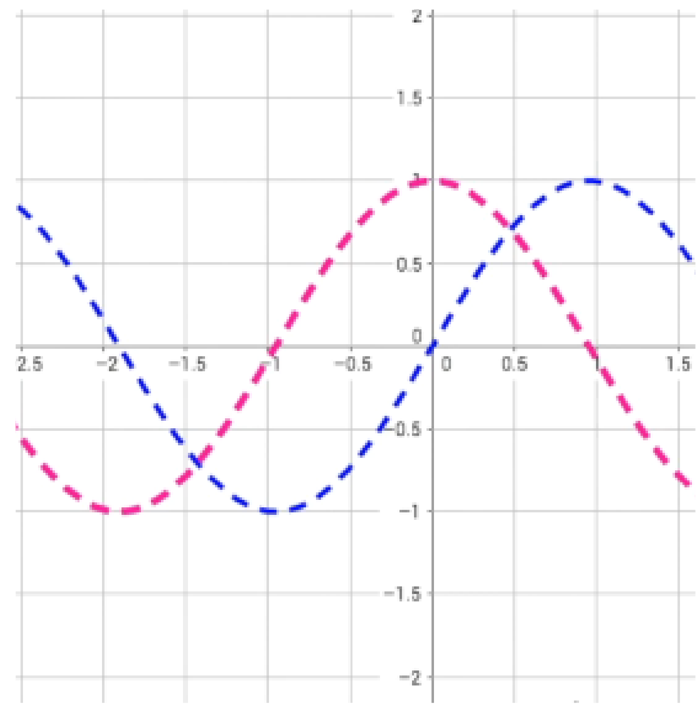

2.5
2
1.5
1
0.5
0
−0.5
−1
−1.5
−2
−2.5
−7.5
−7
−6.5
−6
−5.5
−5
−4.5
−4
−3.5
−3
−2.5
−2
−1.5
−1
−0.5
0
0.5
1
1.5

正弦波交流を表す量： 位相の遅れと進み

$$v(t) = V_m \sin(\omega * t + \theta_1)$$

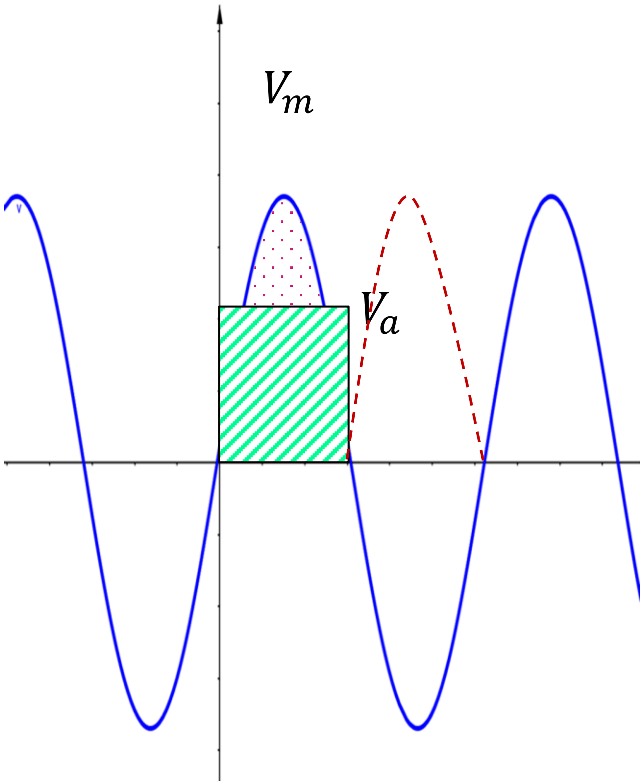
$$v(t) = V_m \sin(\omega * t + \theta_2)$$





$\theta_1 = \pi/2$ $\theta_2 = 0$

正弦波交流: 平均値 (average)



電圧の平均値 V_a :

$$\frac{1}{0.5T}\int_0^{0.5T} V_m \sin(\omega t)\, dt$$

$$= \frac{1}{0.5T} V_m \frac{1}{\omega} \left\{ -\cos(\omega t) \Big|_0^{0.5T} \right\}$$

$\omega T = 2\pi$

$$= \frac{V_m}{\pi} \{-(cos\pi - cos0)\}$$

$$= \frac{2}{\pi} V_m$$

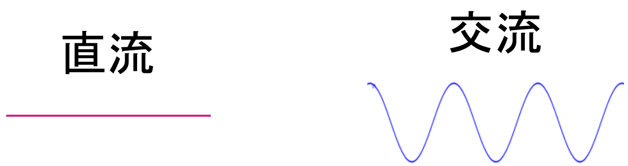
電圧の平均値 V_a: $\frac{2}{\pi} V_m \approx 0.64 V_m$

電流の平均値 I_a : $\frac{2}{\pi} I_m \approx 0.64 I_m$

正弦波交流: 実効値 (effective value) I_e とV_e

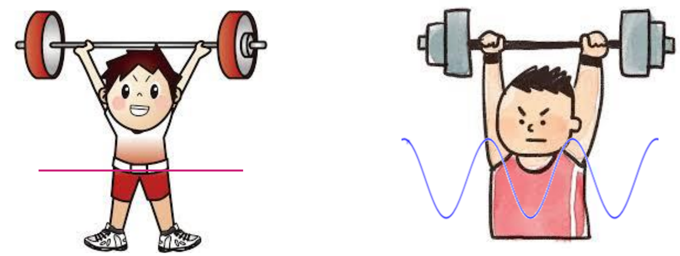
実効値とは:実際どれぐらい電力効果がある？

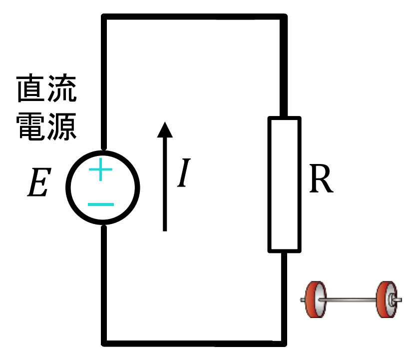
交流と直流を比較したい！でも難しい！交流は常に変化している。
直流は時間に依存しなく、常に一定である。どうやって比較する！

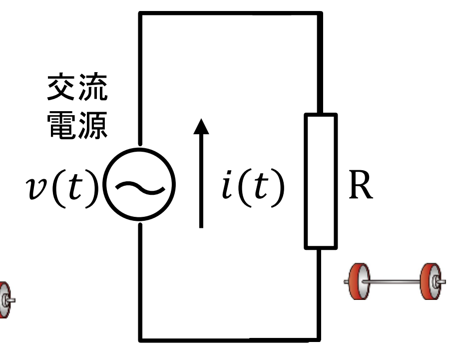


直接比較は不公平

電力＝電流×電圧＝V ∗ I $= I^2R = \frac{V^2}{R}$

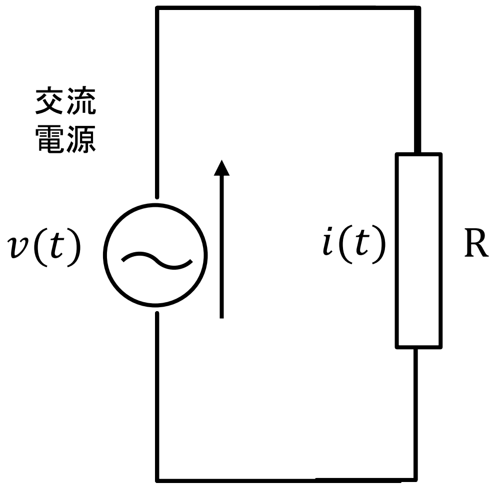


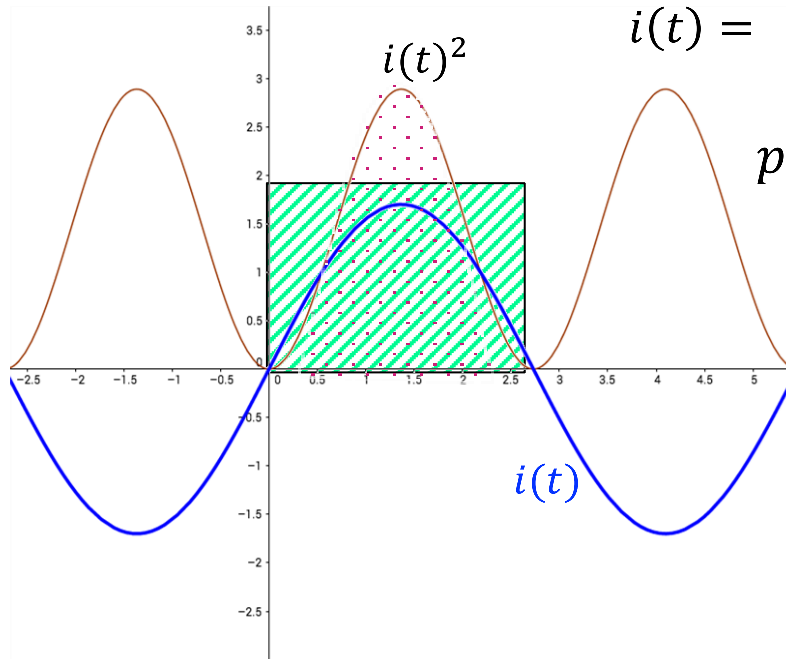




$P = I^2R$　　$p(t) = i(t)^2R$

抵抗における電力の平均値P_aからI_eを求める





$$i(t) = I_m \sin(\omega t)$$

$$p(t) = i(t)^2 R$$

$$P_a = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt$$

教科書 P54

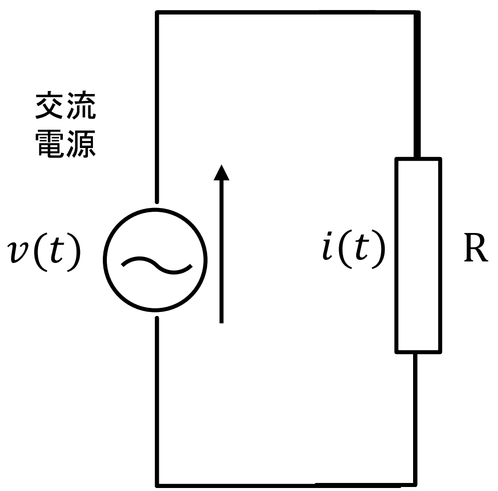
$$P_a = \frac{1}{T}\int_0^T I_m{}^2 \sin^2(\omega t)\, dt \;\; R$$

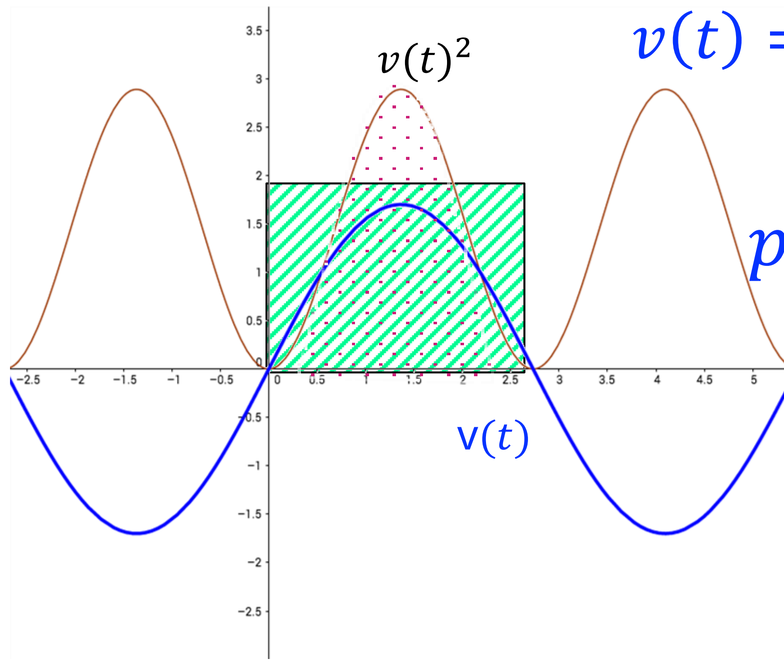
$$P_a = \frac{1}{2} I_m{}^2 \;\; R = I_e{}^2 \; R$$

電流の実効値

$$I_e = \frac{1}{\sqrt{2}} I_m$$

抵抗における電力の平均値P_aからV_eを求める





$$v(t) = V_m \sin(\omega t)$$

$$p(t) = \frac{v(t)^2}{R}$$

$$P_a = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt$$

教科書 P54

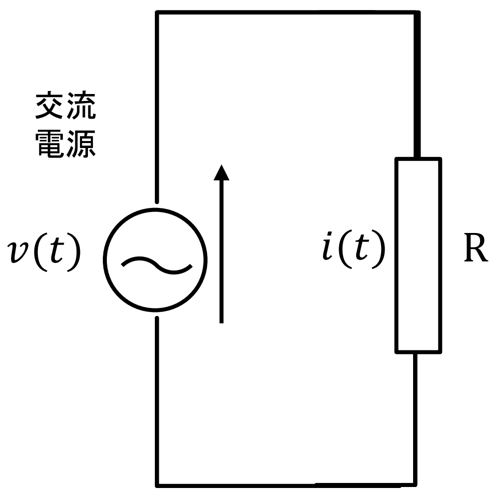
$$P_a = \boxed{\frac{1}{T}\int_0^T V_m{}^2 \sin^2(\omega t)\, dt}\ \frac{1}{R}$$

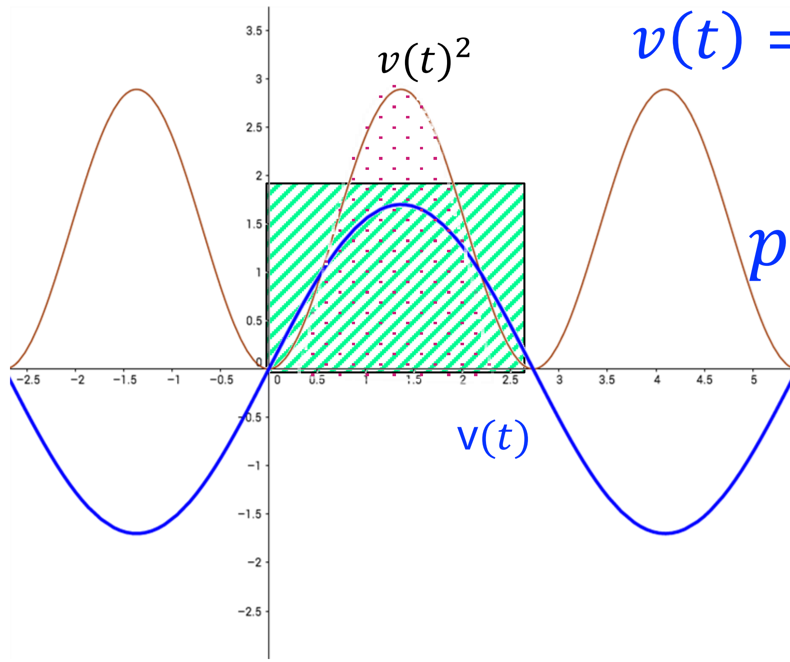
$$P_a = \frac{1}{2}\,\frac{V_m{}^2}{R} \boxed{= \frac{V_e{}^2}{R}}$$

電圧の実効値

$$V_e = \frac{1}{\sqrt{2}}\,V_m$$

抵抗における電力の平均値P_aからV_eを求める





$$v(t) = V_m \sin(\omega t)$$

$$p(t) = \frac{v(t)^2}{R}$$

$$P_a = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt$$

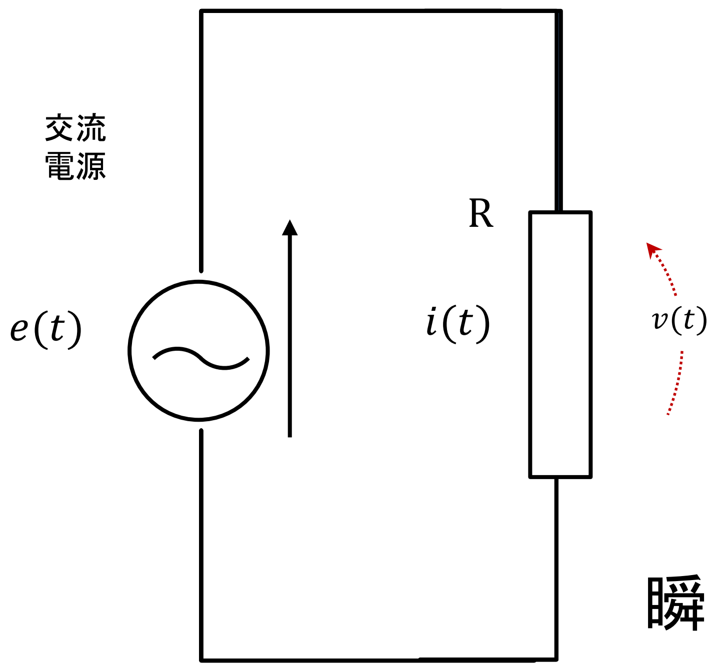
$$P_a = \boxed{\frac{1}{T}\int_0^T V_m{}^2 \sin^2(\omega t)\, dt} \quad \frac{1}{R}$$

$$P_a = \frac{1}{2}\,\frac{V_m{}^2}{R} \boxed{= \frac{V_e{}^2}{R}}$$

電圧の実効値

$$V_e = \frac{1}{\sqrt{2}}\, V_m$$

正弦波交流で抵抗を解析する:



$$e(t) = E_m \sin(\omega t - \theta)$$

$$i(t) = \frac{e(t)}{R} = \frac{E_m}{R}$$ 瞬時値

$$i(t) = I_m \sin(\omega t - \theta)$$

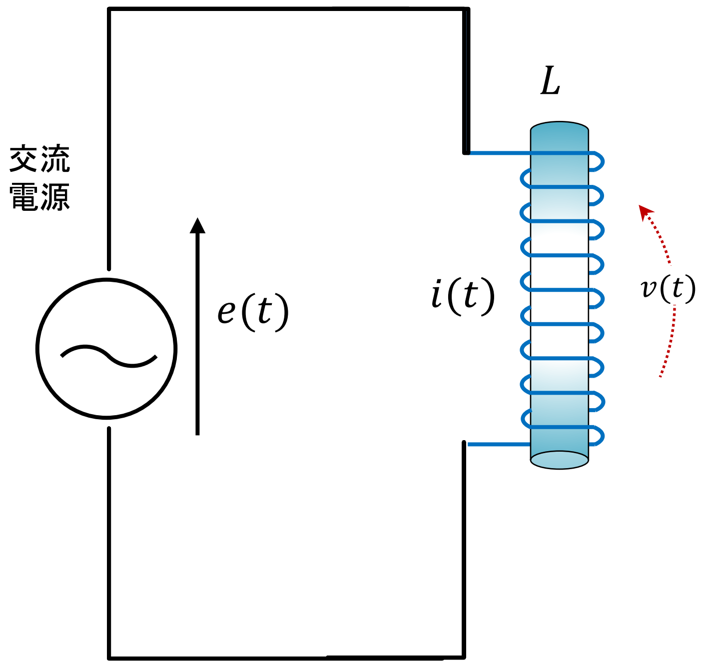
瞬時電力 $P(t) = E_m I_m \sin^2(\omega t - \theta)$

平均電力 $\boldsymbol{P_a} = \frac{1}{T}\int_0^T P(t)\,dt$

$$\boldsymbol{P_a} = \frac{1}{2} E_m I_m = \frac{\sqrt{2}}{2} \boldsymbol{I_m} \frac{\sqrt{2}}{2} \boldsymbol{E_m} = \boldsymbol{I_e} \boldsymbol{E_e}$$

電流の実効値　　電圧の実効値

正弦波交流でインダクタ(コイル)を解析する:



$$e(t) = \sqrt{2}\,E_e \sin(\omega t - \theta)$$

$$i(t) \neq \frac{e(t)}{R}$$ （間違い✗）

（インダクはオームの法則はそのまま適応できない）

インダクにおける電流電圧関係:

$$\boxed{i(t) = \frac{1}{L}\int e(t)\,dt}$$

$$i(t) = \frac{1}{L}\int v(t)\,dt = \frac{\sqrt{2}\,E_e}{L}\int \sin(\omega t - \theta)dt$$

続き

$$i(t) = \frac{-\sqrt{2}\,E_e}{L\omega}\cos(\omega t - \theta)$$

$$i(t) = \frac{\sqrt{2}\,E_e}{L\omega}\cos(\omega t - \theta - \pi)$$

$$i(t) = \frac{\sqrt{2}\,E_e}{L\omega}\sin(\omega t - \theta - \pi + \frac{\pi}{2})$$

$$i(t) = \frac{\sqrt{2}\,E_e}{L\omega}\sin(\omega t - \theta - \frac{\pi}{2})$$

続き

$$i(t) = \sqrt{2}\,\frac{E_e}{L\omega}\,\sin(\omega t - \theta - \frac{\pi}{2})$$

$$i(t) = \sqrt{2}\,I_e\ \sin(\omega t - \theta \quad - \frac{\pi}{2})$$

$$I_e = \frac{E_e}{L\omega}$$

$$e(t) = \sqrt{2}\,E_e\,\sin(\omega t - \theta)$$ 電圧

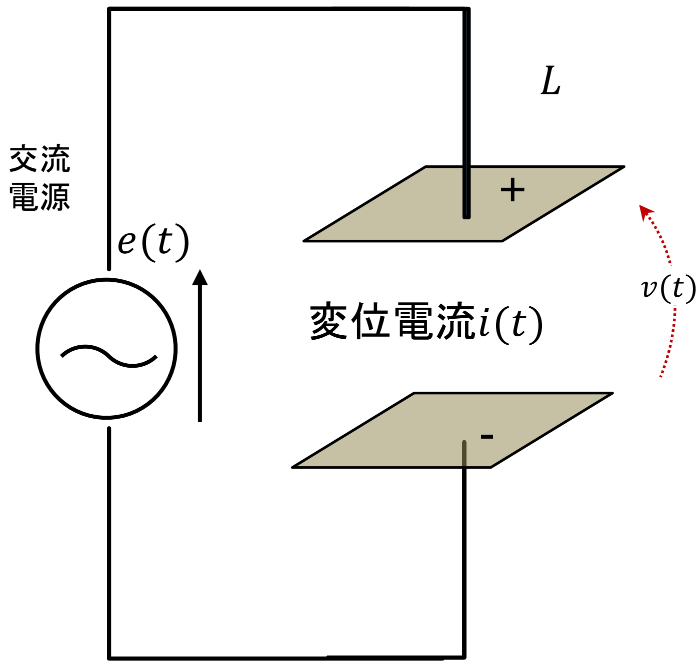
$$I_e = \frac{E_e}{L\omega}$$

ωLは抵抗とみなすことができるが、抵抗とは呼ばない、インピーダンスと呼ぶ

$-\frac{\pi}{2}$ とは

インダクタの電流は電圧より位相が $\frac{\pi}{2}$ 遅れる！

正弦波交流でキャパシタ(コンデンサ)を解析する:



$$e(t) = \sqrt{2}\,E_e \sin(\omega t - \theta)$$

$i(t)$を計算する！　$i(t) \neq \dfrac{e(t)}{R}$　（間違い✗）

（インダクはオームの法則をそのまま適応できない）

キャパシタにおける電流電圧関係:

$$\boxed{i(t) = C\,\frac{d\,e(t)}{dt}}$$

$$i(t) = \omega C\,\sqrt{2}\,E_e cos(\omega t - \theta)$$

$$i(t) = \omega C\,\sqrt{2}\,E_e sin(\omega t - \theta + \frac{\pi}{2})$$

続き

$$i(t) = \omega C\sqrt{2}\,E_e sin(\omega t - \theta + \frac{\pi}{2})$$

$$i(t) = \sqrt{2}\,\frac{E_e}{1/_{\omega C}}\sin(\omega t - \theta + \frac{\pi}{2})$$

$$i(t) = \sqrt{2}\quad I_e\quad \sin(\omega t - \theta + \frac{\pi}{2})$$

$$I_e = \frac{E_e}{1/_{\omega C}}$$

$$e(t) = \sqrt{2}\quad E_e\quad \sin(\omega t - \theta)$$

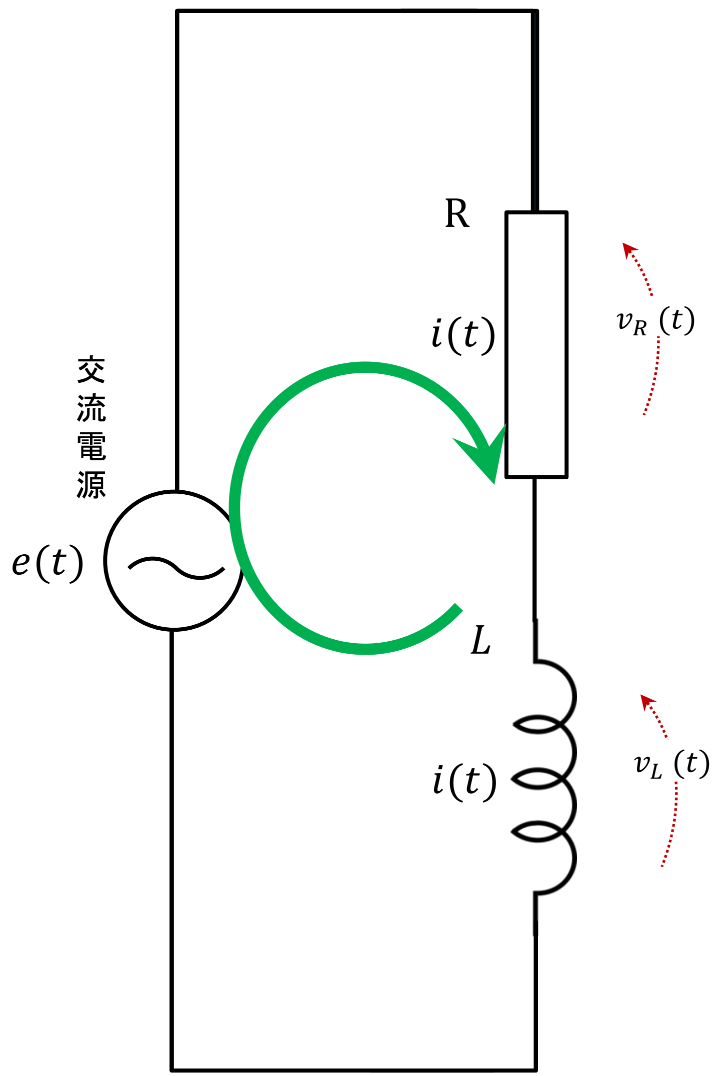
$$I_e = \frac{E_e}{1/_{\omega C}}$$

$\frac{1}{\omega C}$は抵抗とみなすことができるが、抵抗とは呼ばない、**インピーダンス**と呼ぶ

$\frac{\pi}{2}$とは

キャパシタの電流は電圧より位相が $\frac{\pi}{2}$ 進む！

正弦波交流でRL直列回路を解析する:



$$e(t) = \sqrt{2}\,E_e \sin(\omega t)$$

$i(t)$を計算する！

$$i(t) = \sqrt{2}\,I_e \sin(\omega t + \emptyset)\ (仮定)$$

KVL法則を応用する:

$$e(t) = v_R(t) + v_L(t)$$

$$e(t) = i(t)R + L\frac{di(t)}{dt}$$

$$e(t) = R\sqrt{2}\,I_e \sin(\omega t + \emptyset) + L\omega\sqrt{2}\,I_e \cos(\omega t + \emptyset)$$

正弦波交流でRL直列回路を解析する:

$$\sqrt{2}\,E_e \sin(\omega t) = R\sqrt{2}\,I_e \sin(\omega t + \emptyset) + L\omega\sqrt{2}\,I_e \cos(\omega t + \emptyset)$$

$$a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2 + b^2}\,\sin(x + \delta)$$

$$\delta = tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$

公式

$$R\sqrt{2}\,I_e \sin(\omega t + \emptyset) + L\omega\sqrt{2}\,I_e \cos(\omega t + \emptyset)$$

$$= \sqrt{(R\sqrt{2}\,I_e)^2 + (L\omega\sqrt{2}\,I_e)^2}\ \sin(\omega t + \emptyset + \delta) \qquad \delta = tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$= \sqrt{2\,R^2 {I_e}^2 + 2(L\omega)^2 {I_e}^2}\ \sin(\omega t + \emptyset + \delta) \qquad \delta = tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right)$$

$$= \sqrt{2}\,I_e \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}\ \sin(\omega t + \emptyset + \delta)$$

正弦波交流でRL直列回路を解析する:

$$\sqrt{2}\,E_e \sin(\omega t) = \sqrt{2}\,I_e \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}\ \sin(\omega t + \emptyset + \delta)$$

$$\delta = tan^{-1}(\frac{L\omega}{R})$$

$$\sqrt{2}\,E_e = \sqrt{2}\,I_e \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$$

$$I_e = \frac{E_e}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}$$

$$i(t) = \sqrt{2}\,I_e \sin(\omega t + \emptyset)$$

$$\emptyset + \delta = 0$$

$$\emptyset = -\delta$$

$$\emptyset = -tan^{-1}(\frac{L\omega}{R})$$

$$i(t) = \sqrt{2}\frac{E_e}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} \sin(\omega t - tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right))$$

正弦波交流でRL直列回路を解析する:

$$\sqrt{2}\square_e \sin(\ + \varnothing) + \ \sqrt{2}\square_e \cos(\ + \varnothing)$$

$$= \sqrt{(\sqrt{2}\square_e)^2 + (\ \sqrt{2}\square_e)^2}\,\sin\square(\ + \varnothing + \ ) \qquad = \ {}^{-1}(—)$$

$$= \sqrt{2\square^2{}_e^2 + 2(\ )^2{}_e^2}\,\sin\square(\ + \varnothing + \ ) \qquad = \ {}^{-1}(—)$$

$$= \sqrt{2}\square_e\sqrt{\ ^2 + (\ )^2}\,\sin\square(\ + \varnothing + \ )$$

$$\underbrace{\sqrt{2}\square_e \sin(\ )}\ = \underbrace{\sqrt{2}\square_e\sqrt{\ ^2 + (\ )^2}\,\sin\square(\ + \varnothing + \ )\square} \qquad = \ {}^{-1}(—)$$

$$\sqrt{2}\square_e = \sqrt{2}\square_e\sqrt{\ ^2 + (\ )^2}$$

$$\square_e = \frac{\square_e}{\sqrt{\ ^2 + (\ )^2}}$$

$$(\ ) = \sqrt{2}\square_e \sin(\ + \varnothing)$$

$$\varnothing + \ = 0$$

$$\varnothing = -$$

$$\varnothing = - \ {}^{-1}(—)$$

$$(\ ) = \sqrt{2}\,\frac{\square_e}{\sqrt{\ ^2 + (\ )^2}}\,\sin\left(\ - \ {}^{-1}\left(—\right)\right)$$

こんな複雑な計算はいらない！

秘密武器:　交流の複素数表示！