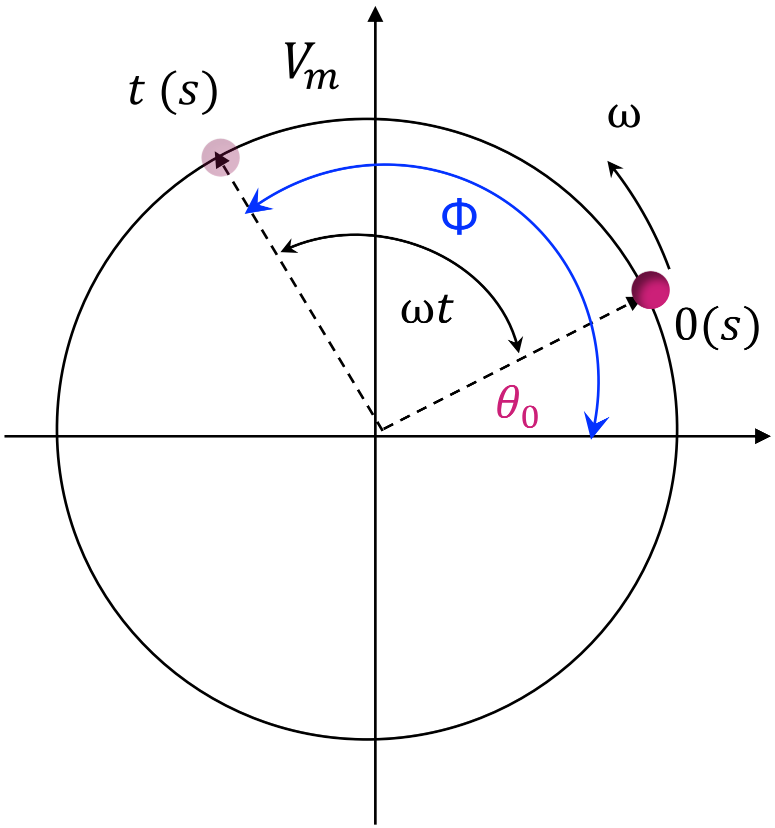
基礎電気回路CH-4

復習：　正弦波交流を表す量：位相（位相角・偏角）

位相 (phase)　Φ：自分の　[位]　置を　[相] 手に伝える

$$v(t) = V_m \sin(\underbrace{\omega * t + \theta_0}_{\Phi})$$



$$\Phi = \omega * t + \theta_0$$

Φ　：　回転位相（回転フェーザ）

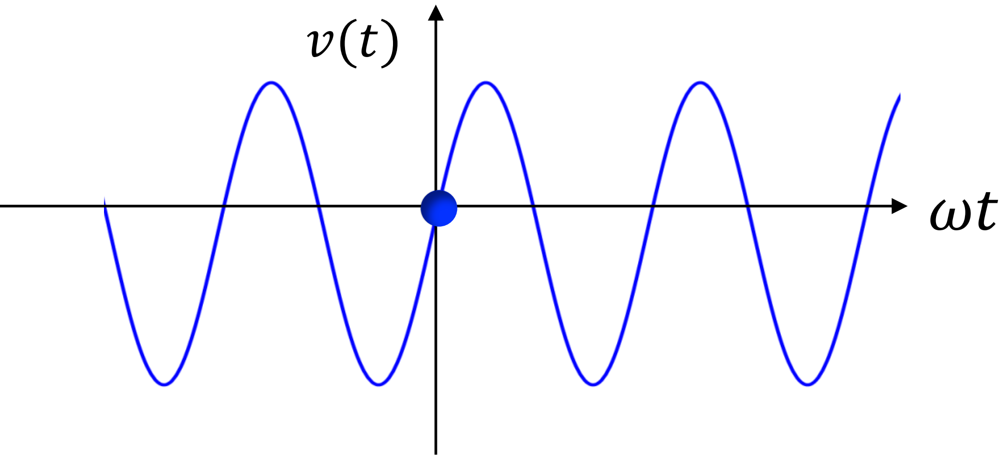
$t = 0$ 時の位相は初期位相と呼ぶ

$$\Phi = \theta_0$$

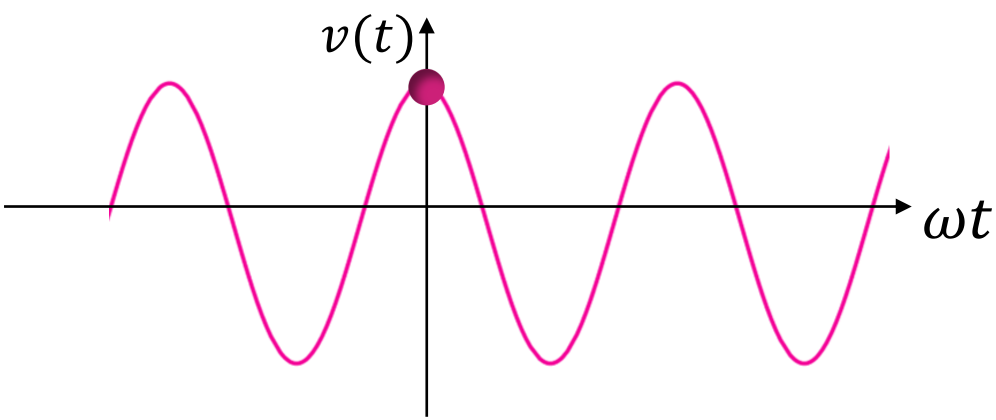
θ_0 ：位相（静止位相）

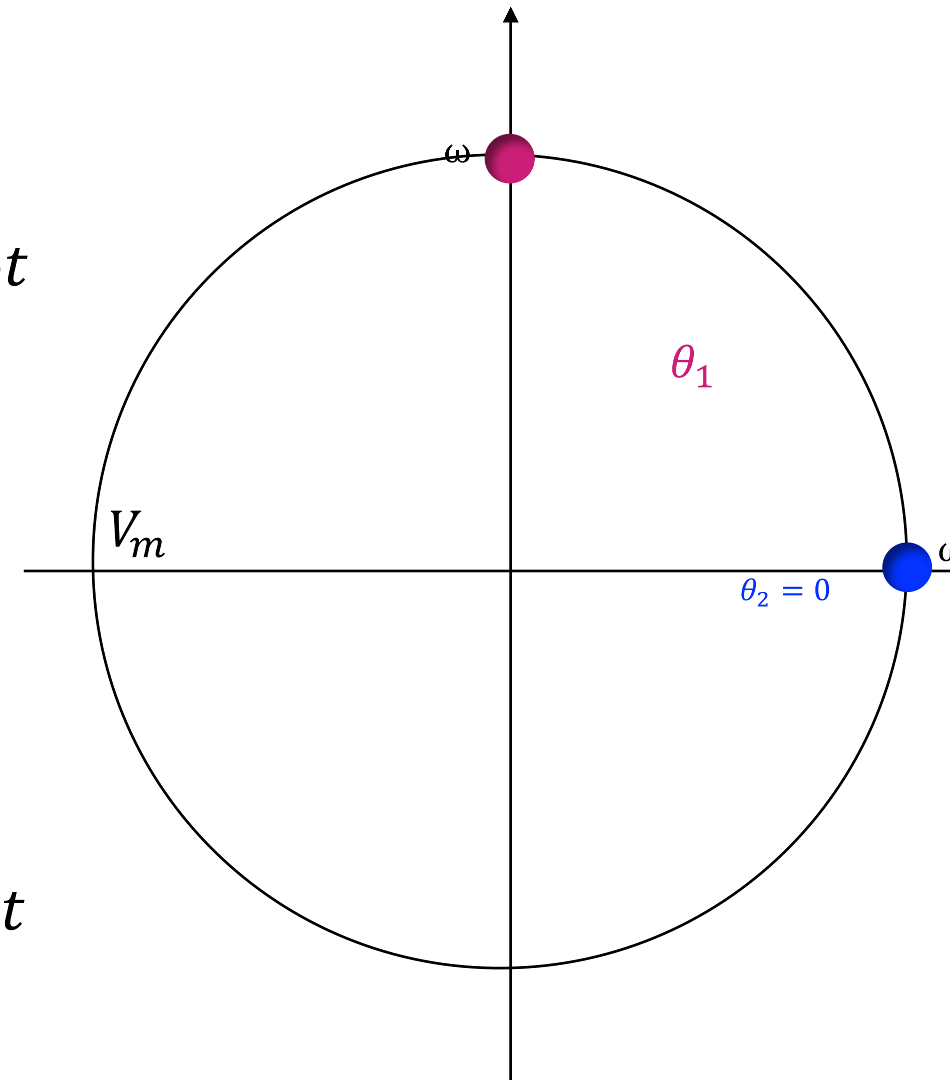
復習:　　　位相の進みと遅れ

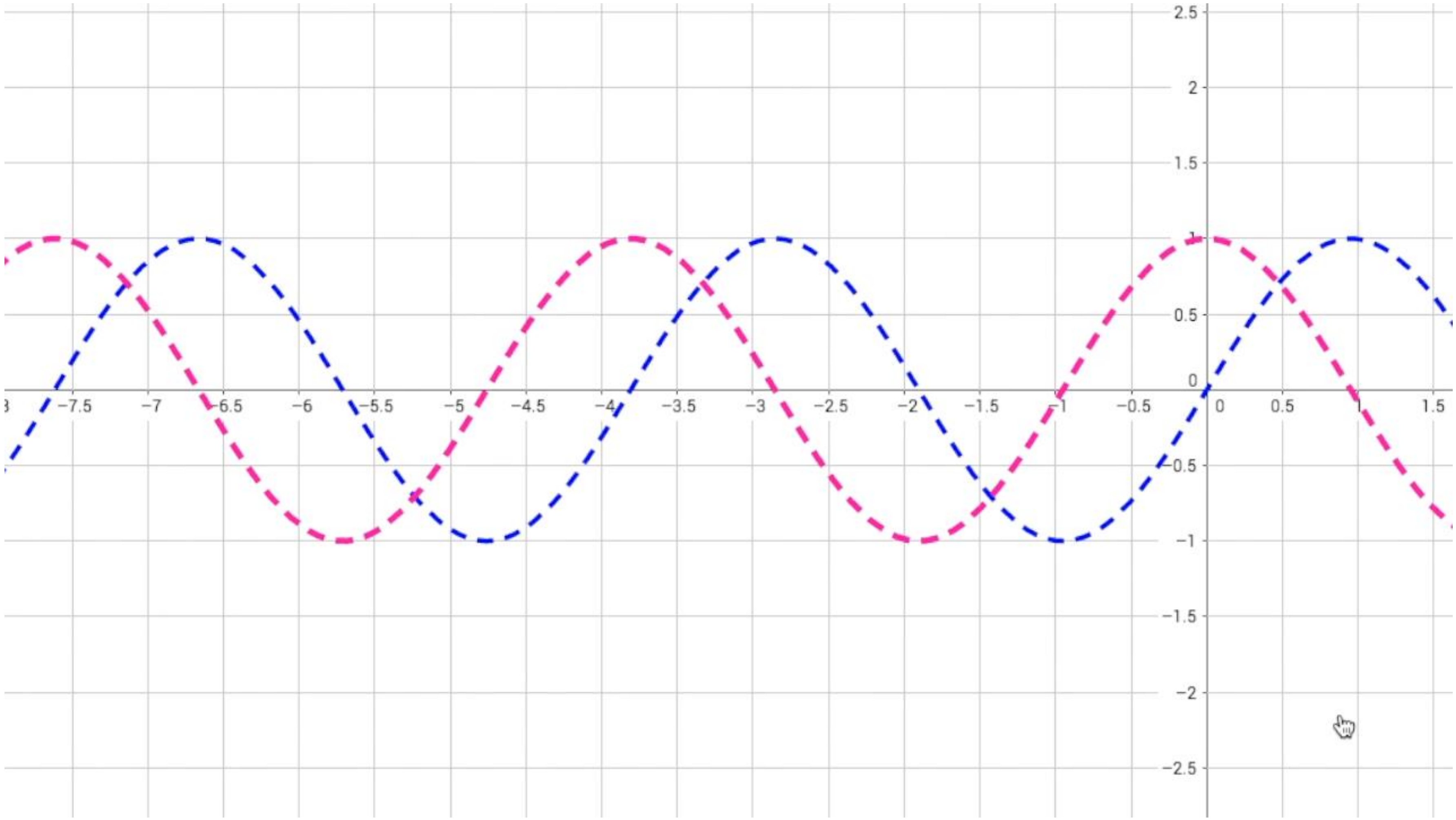
$$v(t) = V_m \sin(\omega t + 0) = V_m \sin(\omega t)$$



$$v(t) = V_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = V_m \cos(\omega t)$$

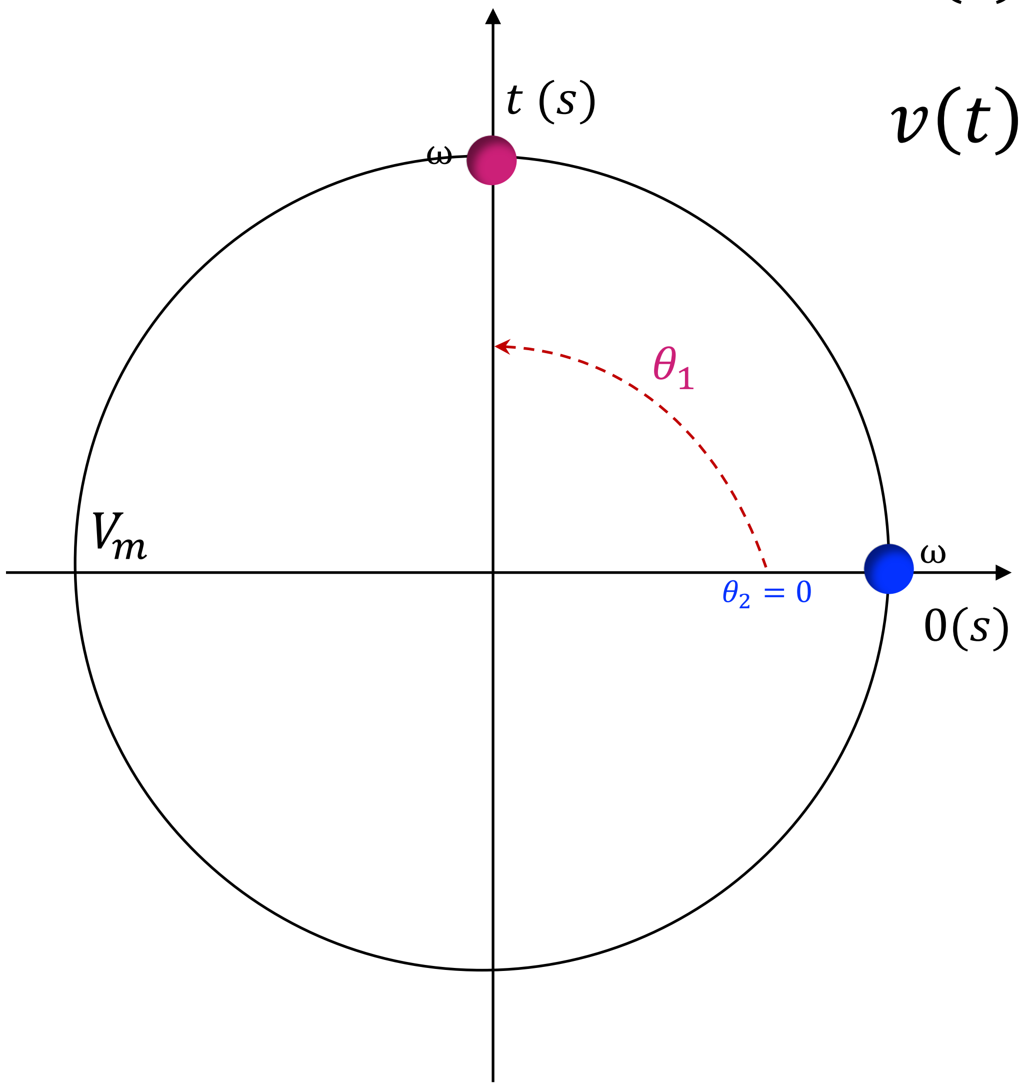






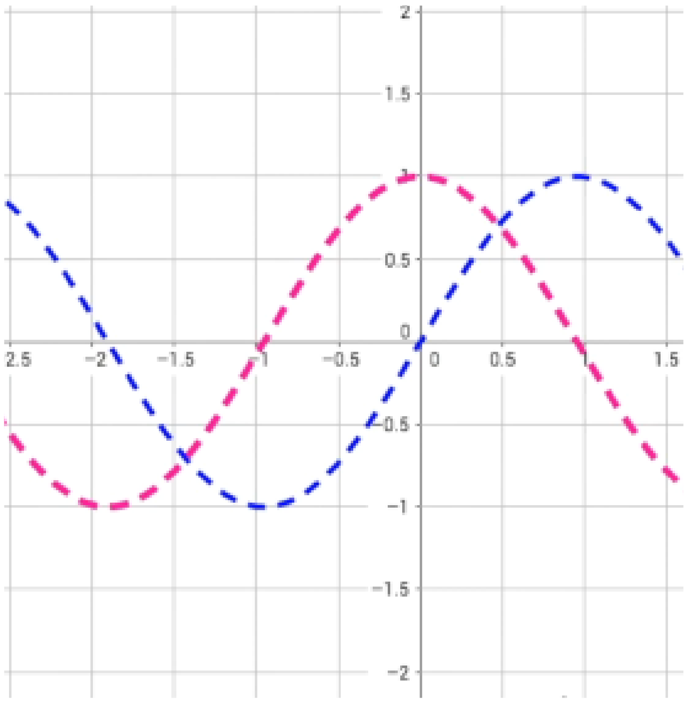
2.5
2
1.5
1
0.5
0
−0.5
−1
−1.5
−2
−2.5
−7.5
−7
−6.5
−6
−5.5
−5
−4.5
−4
−3.5
−3
−2.5
−2
−1.5
−1
−0.5
0
0.5
1
1.5

正弦波交流を表す量： 位相の遅れと進み



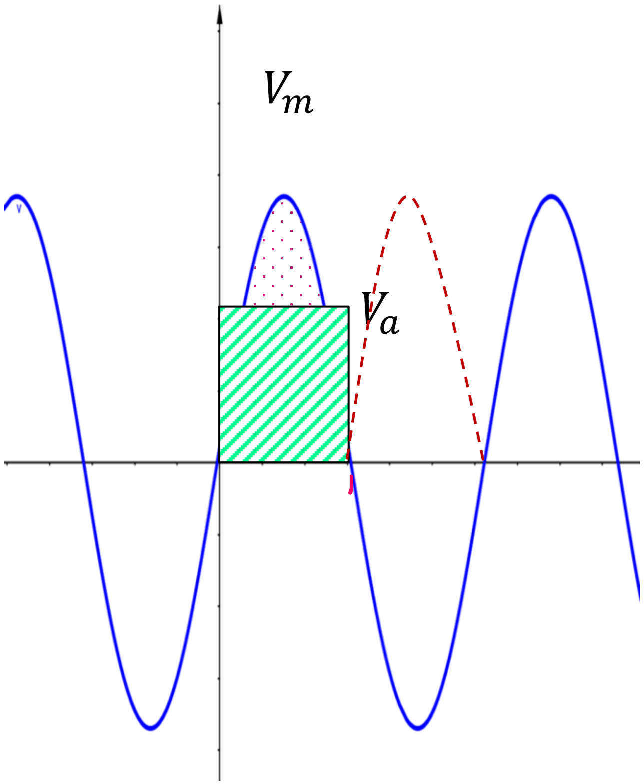
$$v(t) = V_m \sin(\omega * t + \theta_1)$$

$$v(t) = V_m \sin(\omega * t + \theta_2)$$



$\theta_1 = \pi/2$ $\theta_2 = 0$

正弦波交流: 平均値 (average)



電圧の平均値 V_a :

$$\frac{1}{0.5T}\int_0^{0.5T} V_m \sin(\omega t)\, dt$$

$\omega T = 2\pi$

$$= \frac{1}{0.5T} V_m \frac{1}{\omega} \{-\cos(\omega t)\Big|_0^{0.5T}\}$$

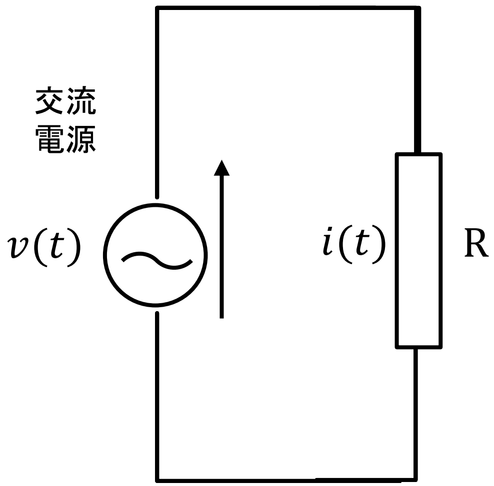
$$= \frac{V_m}{\pi} \{-(cos\pi - cos0)\}$$

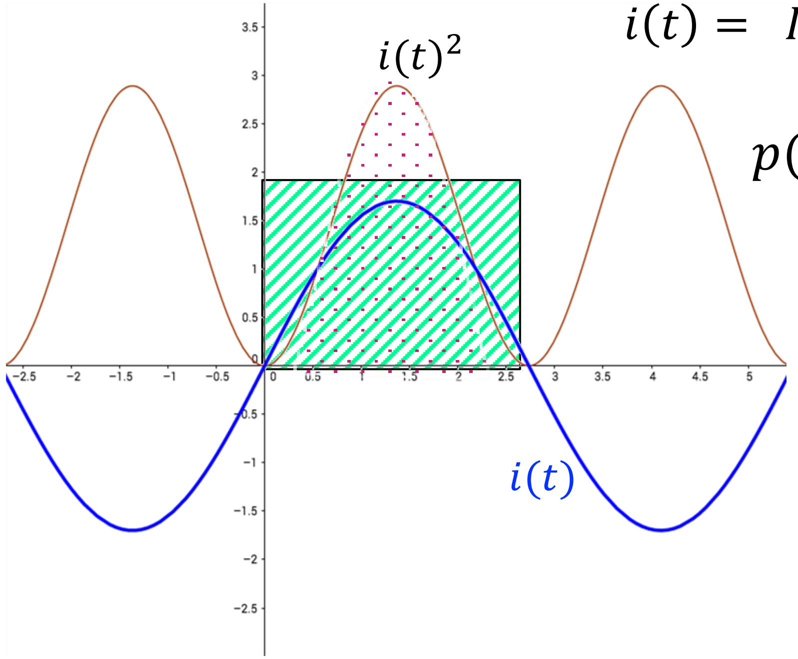
$$= \frac{2}{\pi} V_m$$

電圧の平均値 V_a: $\frac{2}{\pi} V_m \approx 0.64 V_m$

電流の平均値 I_a : $\frac{2}{\pi} I_m \approx 0.64 I_m$

抵抗における電力の平均値P_aからI_eを求める





$$i(t) = I_m \sin(\omega t)$$

$$p(t) = i(t)^2 R$$

$$P_a = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt$$

教科書 P54

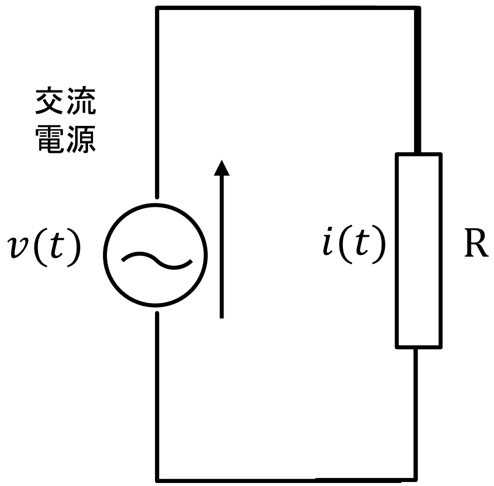
$$P_a = \frac{1}{T}\int_0^T I_m{}^2 \sin^2(\omega t)\, dt \quad R$$

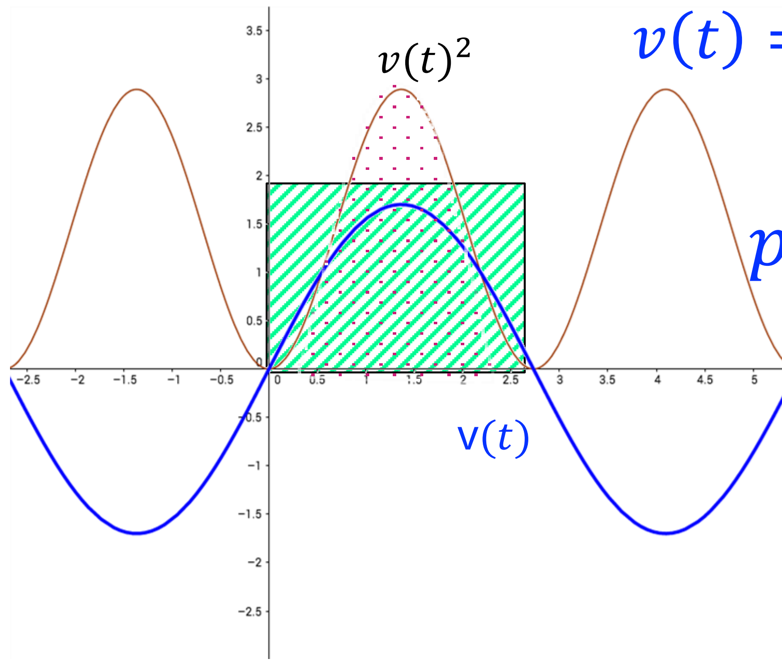
$$P_a = \frac{1}{2}\, I_m{}^2 \;R \;\; \boxed{= I_e{}^2 \; R}$$

電流の実効値

$$I_e = \frac{1}{\sqrt{2}}\, I_m$$

抵抗における電力の平均値P_aからV_eを求める





$$v(t) = V_m \sin(\omega t)$$

$$p(t) = \frac{v(t)^2}{R}$$

$$P_a = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt$$

教科書 P54

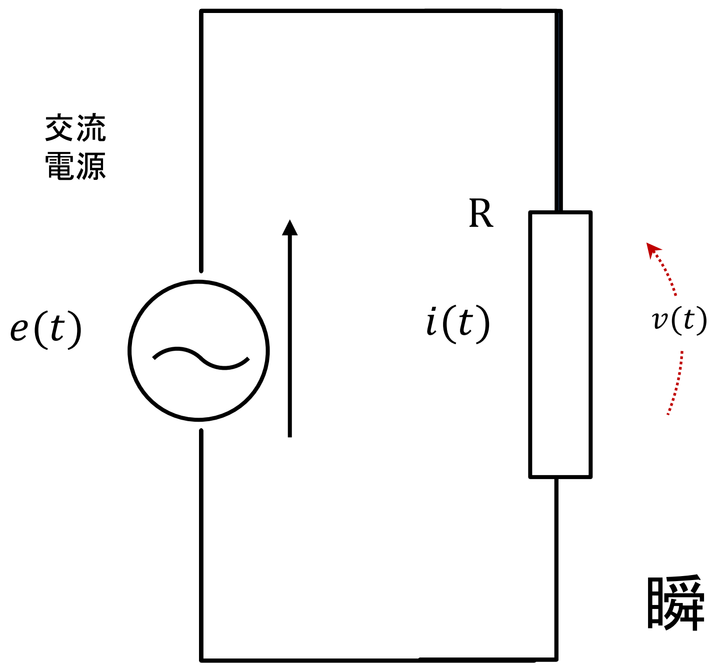
$$P_a = \frac{1}{T}\int_0^T {V_m}^2 \sin^2(\omega t)\, dt \quad \frac{1}{R}$$

$$P_a = \frac{1}{2}\frac{{V_m}^2}{R} = \frac{{V_e}^2}{R}$$

電圧の実効値

$$V_e = \frac{1}{\sqrt{2}} V_m$$

正弦波交流で抵抗を解析する:



$$e(t) = E_m \sin(\omega t - \theta)$$

$$i(t) = \frac{e(t)}{R} = \frac{E_m}{R} \quad 瞬時値$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t - \theta)$$

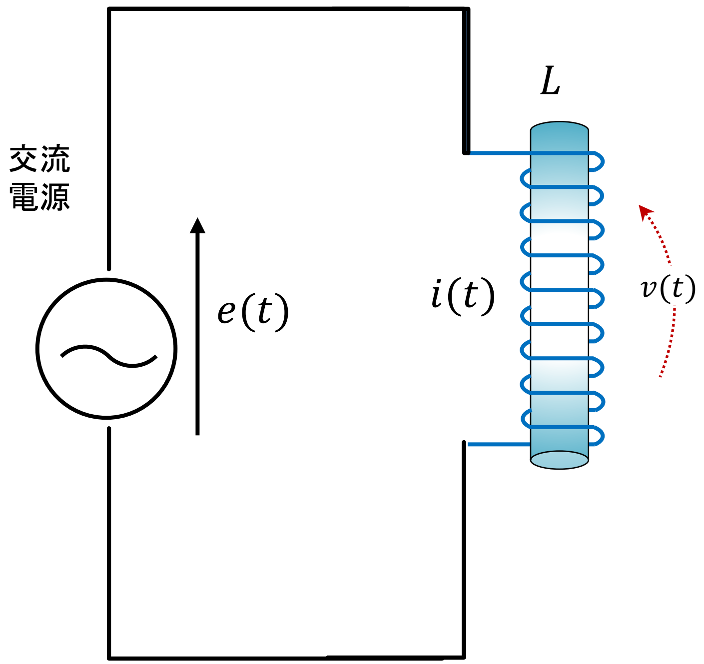
瞬時電力 $P(t) = E_m I_m \sin^2(\omega t - \theta)$

平均電力 $\boldsymbol{P_a} = \frac{1}{T}\int_0^T P(t)\,dt$

$$\boldsymbol{P_a} = \frac{1}{2} E_m I_m = \frac{\sqrt{2}}{2} \boldsymbol{I_m} \frac{\sqrt{2}}{2} \boldsymbol{E_m} = \boldsymbol{I_e} \boldsymbol{E_e}$$

電流の実効値　　電圧の実効値

正弦波交流でインダクタ(コイル)を解析する:



$$e(t) = \sqrt{2}\,E_e \sin(\omega t - \theta)$$

$$i(t) \neq \frac{e(t)}{R}$$ （間違い✗）

（インダクはオームの法則はそのまま適応できない）

インダクにおける電流電圧関係:

$$\boxed{i(t) = \frac{1}{L}\int e(t)\,dt}$$

$$i(t) = \frac{1}{L}\int v(t)\,dt = \frac{\sqrt{2}\,E_e}{L}\int \sin(\omega t - \theta)dt$$

続き

$$i(t) = \sqrt{2}\,\frac{E_e}{L\omega}\,\sin(\omega t - \theta - \frac{\pi}{2})$$

$$i(t) = \sqrt{2}\,I_e\,\sin(\omega t - \theta - \frac{\pi}{2})$$

$$I_e = \frac{E_e}{L\omega}$$

$$e(t) = \sqrt{2}\,E_e\,\sin(\omega t - \theta)$$ 電圧

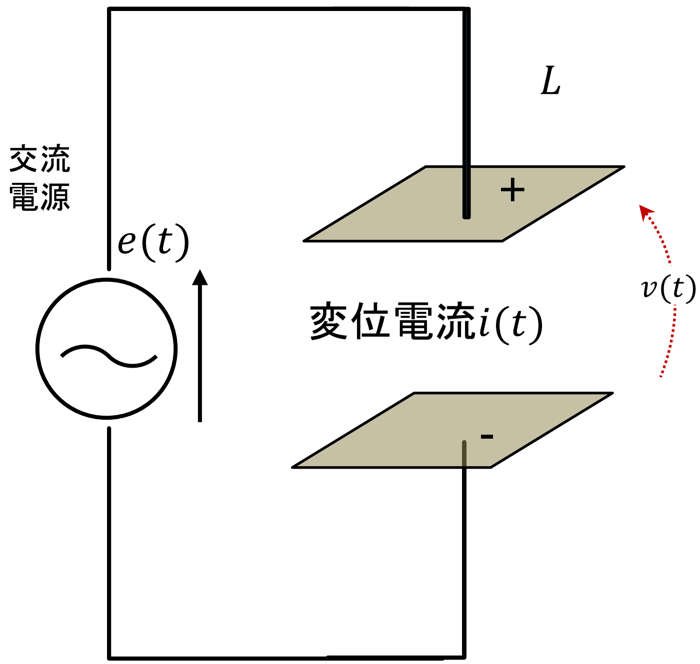
$$I_e = \frac{E_e}{L\omega}$$

ωLは抵抗とみなすことができるが、抵抗とは呼ばない、
インピーダンスと呼ぶ

$-\frac{\pi}{2}$とは

インダクタの電流は電圧より位相が $\frac{\pi}{2}$ 遅れる！

正弦波交流でキャパシタ(コンデンサ)を解析する:



$$e(t) = \sqrt{2}\,E_e \sin(\omega t - \theta)$$

$i(t)$を計算する！　$i(t) \neq \dfrac{e(t)}{R}$　（間違い✗）

（インダクはオームの法則をそのまま適応できない）

キャパシタにおける電流電圧関係:

$$\boxed{i(t) = C\,\frac{d\,e(t)}{dt}}$$

$$i(t) = \omega C\,\sqrt{2}\,E_e \cos(\omega t - \theta)$$

$$i(t) = \omega C\,\sqrt{2}\,E_e \sin\left(\omega t - \theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

続き

$$i(t) = \omega C\sqrt{2}\,E_e sin(\omega t - \theta + \frac{\pi}{2})$$

$$i(t) = \sqrt{2}\,\frac{E_e}{1/_{\omega C}}\sin(\omega t - \theta + \frac{\pi}{2})$$

$$i(t) = \sqrt{2}\quad I_e\quad \sin(\omega t - \theta + \frac{\pi}{2})$$

$$I_e = \frac{E_e}{1/_{\omega C}}$$

$$e(t) = \sqrt{2}\quad E_e\quad \sin(\omega t - \theta)$$

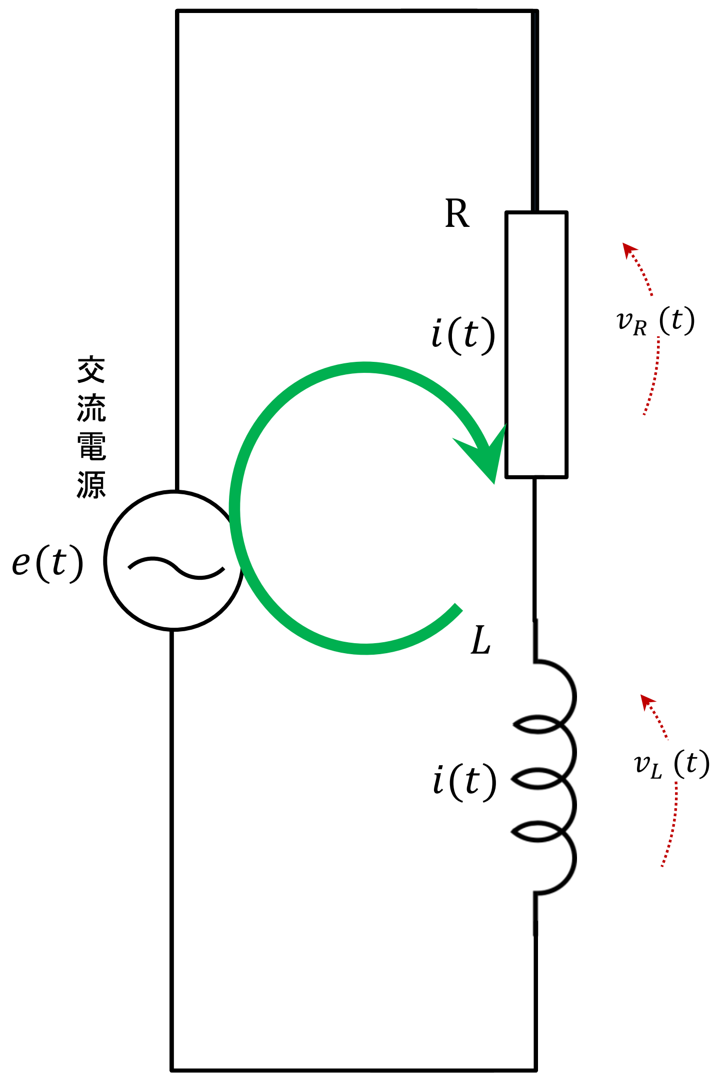
$$I_e = \frac{E_e}{1/_{\omega C}}$$

$\frac{1}{\omega C}$は抵抗とみなすことができるが、抵抗とは呼ばない、
インピーダンスと呼ぶ

$\frac{\pi}{2}$とは

キャパシタの電流は電圧より位相が $\frac{\pi}{2}$ 進む！

正弦波交流でRL直列回路を解析する:



$$e(t) = \sqrt{2}\,E_e \sin(\omega t)$$

$i(t)$を計算する！

$$i(t) = \sqrt{2}\,I_e \sin(\omega t + \emptyset)$$ (仮定)

KVL法則を応用する:

$$e(t) = v_R\ (t) + v_L\ (t)$$

$$e(t) = i(t)R + L\frac{di(t)}{dt}$$

$$e(t) = R\sqrt{2}\,I_e \sin(\omega t + \emptyset) + L\omega\sqrt{2}\,I_e \cos(\omega t + \emptyset)$$

正弦波交流でRL直列回路を解析する:

$$\sqrt{2}\,E_e \sin(\omega t) = R\sqrt{2}\,I_e \sin(\omega t + \emptyset) + L\omega\sqrt{2}\,I_e \cos(\omega t + \emptyset)$$

$$a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2}\,\sin(x + \delta)$$

$$\delta = tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$

公式

$$R\sqrt{2}\,I_e \sin(\omega t + \emptyset) + L\omega\sqrt{2}\,I_e \cos(\omega t + \emptyset)$$

$$= \sqrt{(R\sqrt{2}\,I_e)^2 + (L\omega\sqrt{2}\,I_e)^2}\ \sin(\omega t + \emptyset + \delta) \qquad \delta = tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$= \sqrt{2\,R^2 {I_e}^2 + 2(L\omega)^2 {I_e}^2}\ \sin(\omega t + \emptyset + \delta) \qquad \delta = tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right)$$

$$= \sqrt{2}\,I_e \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}\ \sin(\omega t + \emptyset + \delta)$$

正弦波交流でRL直列回路を解析する:

Im

$$\underbrace{\sqrt{2}\,E_e}\sin(\omega t) = \underbrace{\sqrt{2}\,I_e\sqrt{R^2+(L\omega)^2}}\sin(\omega t+\phi+\delta)$$

$$\boxed{\delta = tan^{-1}(\frac{L\omega}{R})}$$

$$\sqrt{2}\,E_e = \sqrt{2}\,I_e\sqrt{R^2+(L\omega)^2}$$

$$I_e = \frac{E_e}{\sqrt{R^2+(L\omega)^2}}$$

$$i(t) = \sqrt{2}\,I_e \sin(\omega t+\phi)$$

$$\phi+\delta = 0$$

$$\phi = -\delta$$

$$\phi = -tan^{-1}(\frac{L\omega}{R})$$

$$i(t) = \sqrt{2}\frac{E_e}{\sqrt{R^2+(L\omega)^2}}\sin(\omega t - tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right))$$

正弦波交流でRL直列回路を解析する:

$$\sqrt{2}\,\square_e \sin(\quad+\varnothing)+\quad\sqrt{2}\,\square_e\cos(\quad+\varnothing)$$

$$=\sqrt{(\quad\sqrt{2}\,\square_e)^2+(\quad\sqrt{2}\,\square_e)^2}\,\sin(\quad+\varnothing+\quad) \qquad = \quad {}^{-1}(\,—\,)$$

$$=\sqrt{2\,\square^2{}_e{}^2+2(\quad)^2{}_e{}^2}\,\sin(\quad+\varnothing+\quad) \qquad = \quad {}^{-1}(\,—\,)$$

$$=\sqrt{2}\,\square_e\sqrt{\ {}^2+(\quad)^2}\,\sin(\quad+\varnothing+\quad)$$

$$\sqrt{2}\,\square_e\,\sin(\quad)=\sqrt{2}\,\square_e\sqrt{\ {}^2+(\quad)^2}\,\sin(\quad+\varnothing+\quad)\,\square \qquad = \quad {}^{-1}(\,—\,)$$

$$\sqrt{2}\,\square_e = \sqrt{2}\,\square_e\sqrt{\ {}^2+(\quad)^2}$$

$$\square_e=\frac{\square_e}{\sqrt{\ {}^2+(\quad)^2}}$$

$$(\ )=\sqrt{2}\,\square_e\sin(\quad+\varnothing)$$

$$\varnothing+\quad=0$$

$$\varnothing=-$$

$$\varnothing=-\quad{}^{-1}(\,—\,)$$

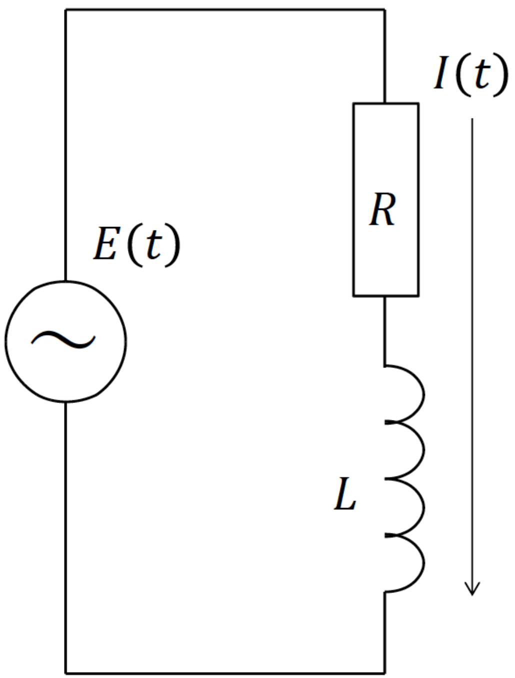
$$(\ )=\sqrt{2}\,\frac{\square_e}{\sqrt{\ {}^2+(\quad)^2}}\sin\left(\quad-\quad{}^{-1}\left(\,—\,\right)\right)$$

こんな複雑な計算はいらない！

秘密武器:　交流の複素数表示！

R-L直列回路複素数解析

$$E(t) = E_m \sin(\omega t + \varphi) \quad \Rightarrow \dot{E}(t) = E_m \exp[j(\omega t + \varphi)]$$



$$\dot{Z} = R + j\omega L \qquad \alpha = \tan^{-1}(\frac{\omega L}{R})$$

$$= \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}\exp(j\alpha)$$

$$\dot{I}(t) = \frac{\dot{E}(t)}{\dot{Z}}$$

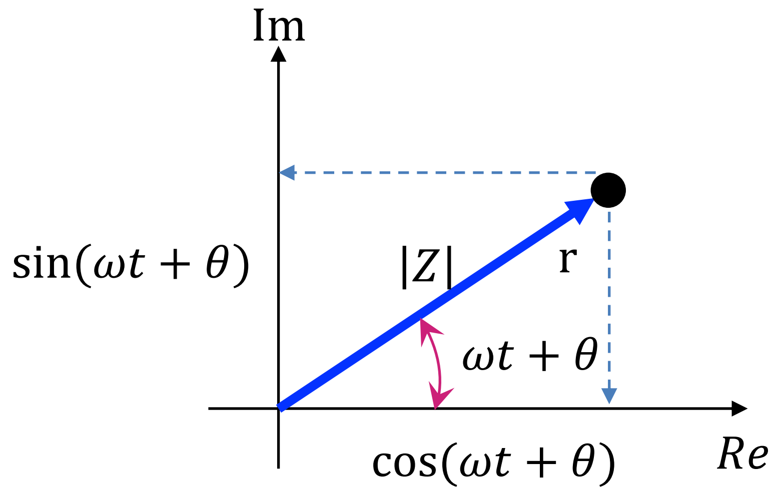
$$= \frac{E_m \exp[j(\omega t + \varphi)]}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}\exp(j\alpha)}$$

$$= \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}\exp[j(\omega t + \varphi - \alpha)]$$

$$i(t) = \mathrm{Im}[\dot{I}(t)] = \sqrt{2}\frac{E_e}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}\sin(\omega t + \emptyset - tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right))$$

$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \theta)$$

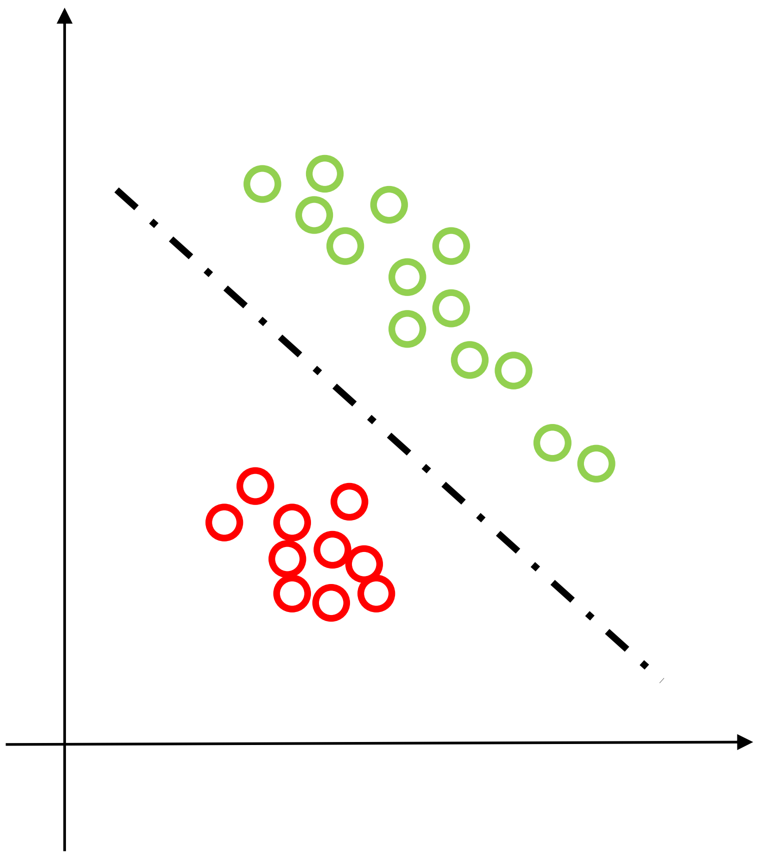
$$e(t) \equiv E_m e^{j(\omega t+\theta)}$$



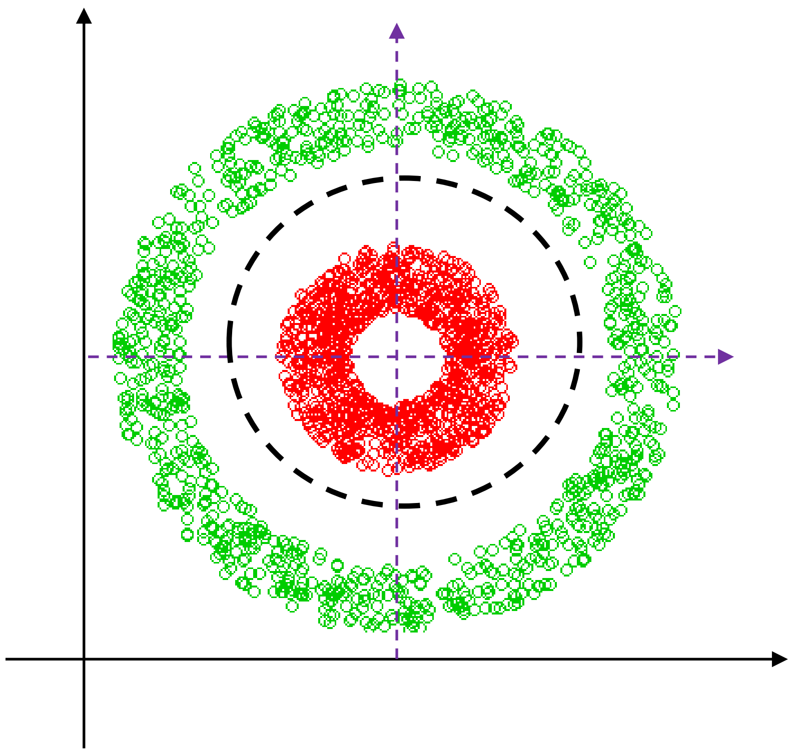
$$\frac{de(t)}{dt}$$

$$\int e(t)dt$$

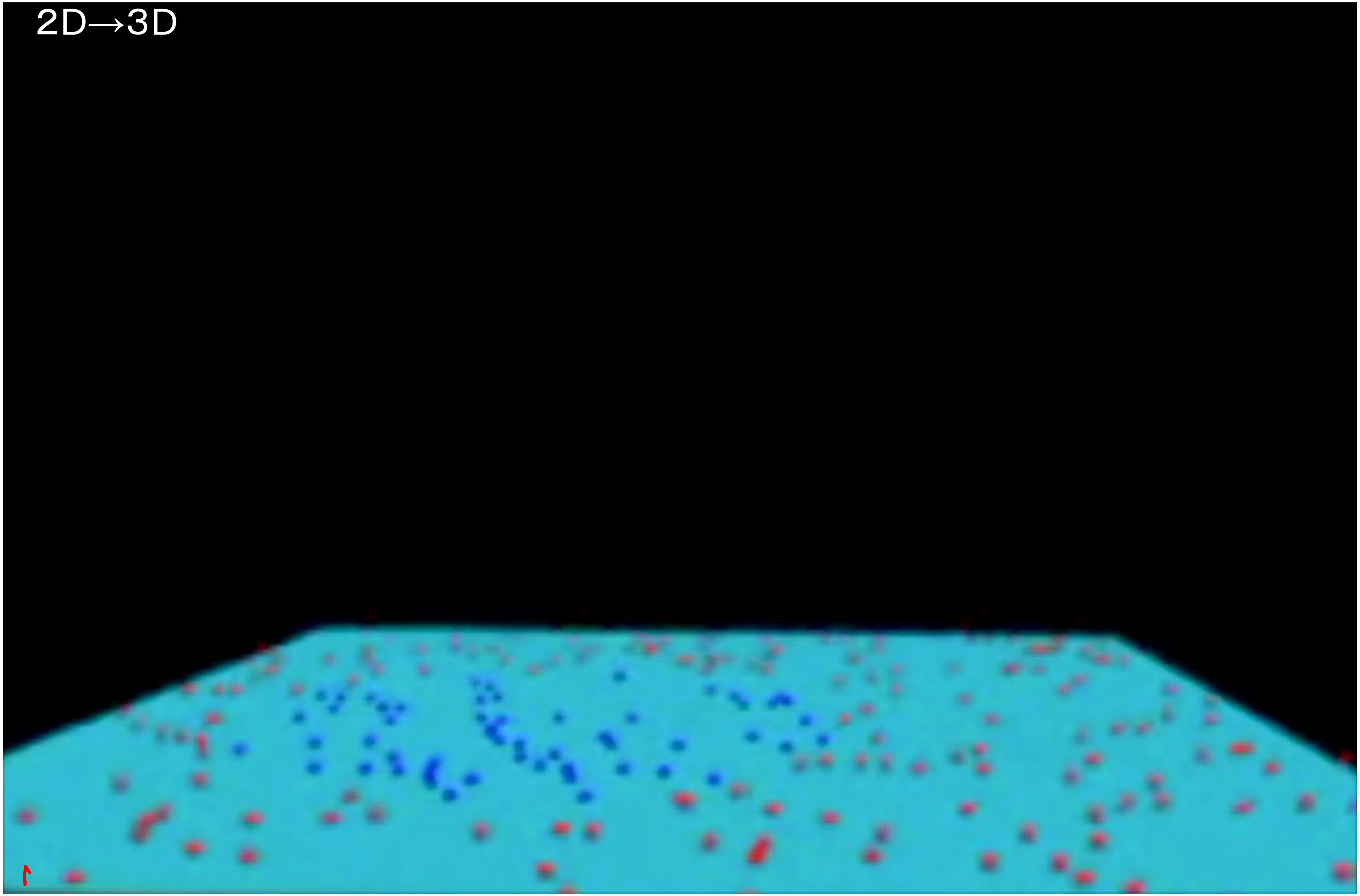
次元を上げるといいことがいっぱい起きる！



線形分離可能



線形分離不可能

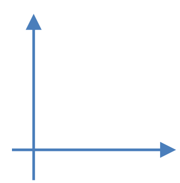


引用元:http://www.zutopedia.com/udia.html

$i(t)$ $\Rightarrow$ $\dot{I}(t)$ $\Rightarrow$ $i(t)$

実数　　複素数　　実数

1次元　　2次元　　1次元

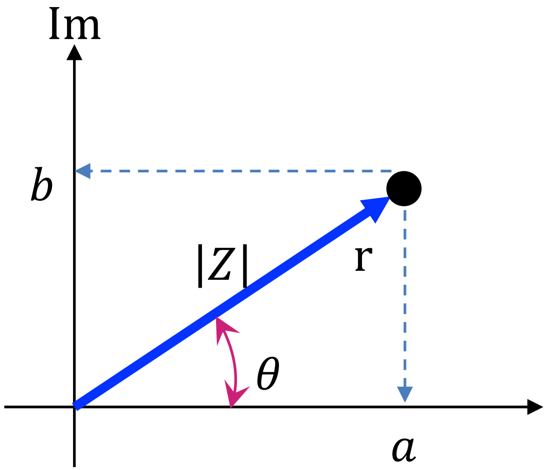


この画像は何次元ですか？

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	20	66	142	191	254	254	254	255	205	156	47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	5	202	248	215	149	122	122	122	122	205	230	244	79	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	45	218	52	0	0	0	0	0	0	0	27	218	225	19	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	7	59	0	0	0	0	0	0	0	0	0	169	221	16	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	27	247	136	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	47	225	247	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	32	128	253	249	84	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13	102	223	254	188	64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	52	221	249	189	37	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	119	234	253	245	188	188	153	112	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	153	188	188	188	212	230	254	254	254	149	12	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	18	28	66	149	250	223	39	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	70	234	213	11	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	172	253	103	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	215	253	86	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13	167	244	136	2	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13	89	228	253	74	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	53	11	0	0	0	21	140	245	253	215	57	2	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	235	146	123	123	167	230	248	175	58	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	130	253	253	197	148	65	49	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

復習：❏複素数の表現

フェーザ：Phaser



直交座標表示：$\boldsymbol{Z = a + jb}$

極座標フェーザ表示 $\dot{Z} = |Z|\angle\theta$

指数フェーザ表示 $\dot{Z} = |Z|e^{j\theta}$

❏電流電圧の複素数表現を使っても、線形電気回路方程式が成り立つ！

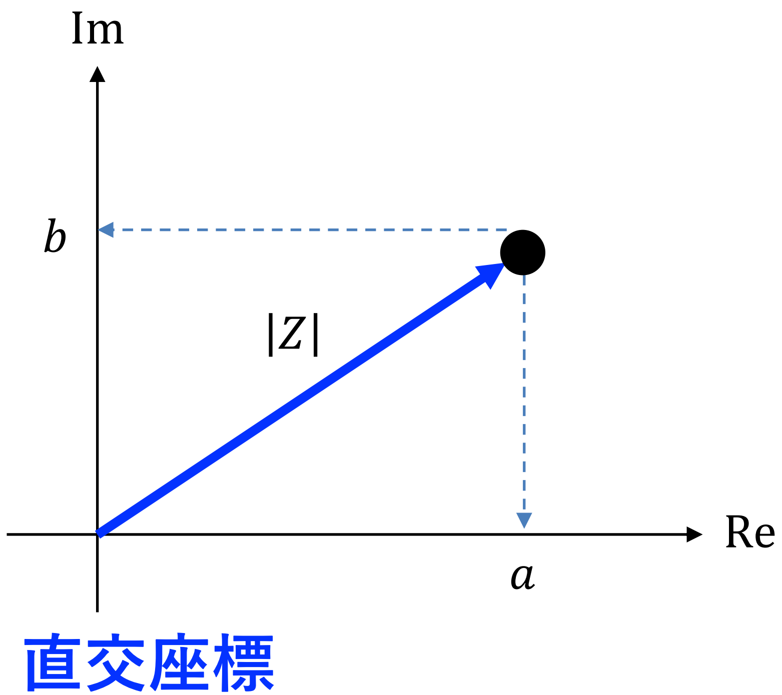
$$e(t) = \sqrt{2}\,E_e \sin(\omega t - \theta)$$

$$e(t) = \sqrt{2}E_e e^{j(\omega t - \theta)}$$

$$\dot{E} = E_e e^{j\theta}$$

複素数1: 直交座標表示

複素数 $\dot{Z} = a + jb$



a: 実数成分・実部・ Re

b: 虚数成分・虚部・ Im

$$\mathrm{Re}(\dot{Z}) = a$$

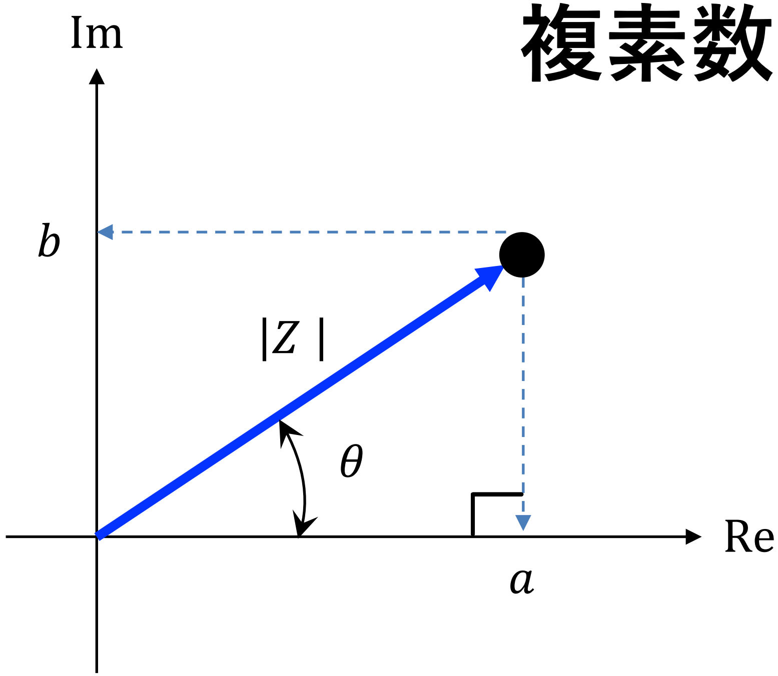
$$\mathrm{Im}(\dot{Z}) = b$$

j： 虚数単位

$$j \cdot j = -1 \qquad j = \sqrt{-1}$$

（ i を使わない理由は電流のiと混同するからです）

複素数: 直交座標表示⇒極座標表示



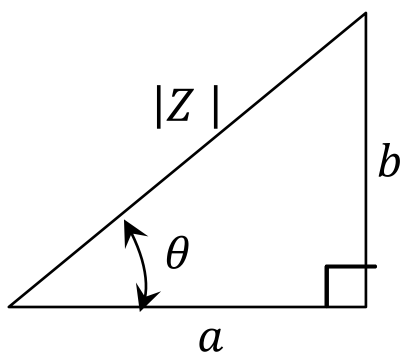
複素数の絶対値(実効値）|z|は

$$|Z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

複素数の偏角θ

$$\theta = tan^{-1}(\frac{b}{a})$$

注：交流回路ではθは位相角あるいはインピーダンス角と呼ぶ

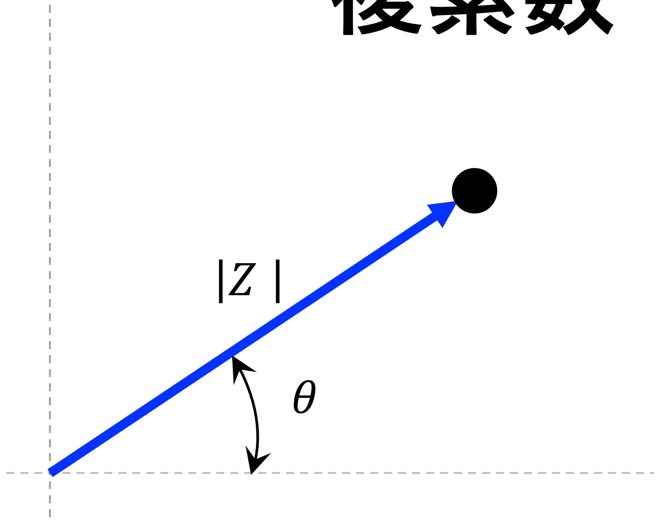


$$a = |Z|cos(\theta)$$

$$b = |Z|sin(\theta)$$

複素数: 極座標表示(フェーザ phaser表示)

複素数 $\dot{Z} = |Z|cos\theta + j|Z|sin\theta$



極座標表示

$$\dot{Z} = |Z|(cos\theta + jsin\theta)$$

$$\dot{Z} = |Z|\angle\theta$$

極座標表示

フェーザ表示

位相角θ: phase angle

注意:位相角と絶対値(実効値)を使って複素数を表現すると簡単にはなるが、複素数を代表する**単位 j はない**！！

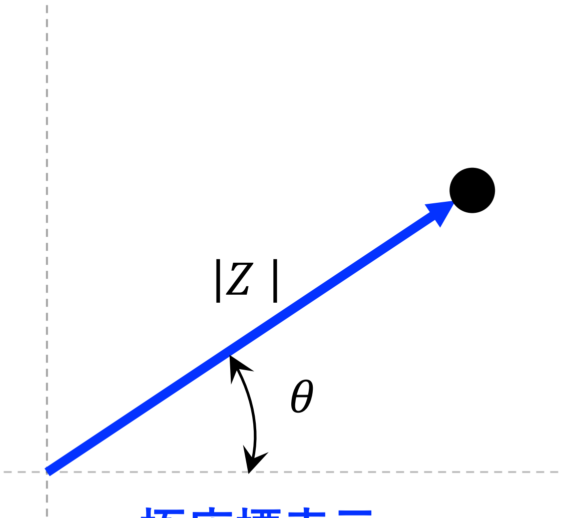
$$|Z|\angle\theta$$

何らかの方法で複素数の影が出るようにしたい！

複素数: フェーザ表示の指数関数表示拡張：

$$\dot{Z} = |Z|\angle\theta \quad \Longleftrightarrow \quad \dot{Z} = a + jb$$

$$|Z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$



極座標表示

$$\dot{Z} = |Z|(cos\,\theta + j\,sin\,\theta)$$

オイラー等式: $e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$

$$\dot{Z} = |Z|(\cos\theta + j\sin\theta) = |Z|e^{j\theta}$$

指数関数表示とフェーザ表示の恒等変換

$$\dot{Z} = |Z|e^{j\theta} = |Z|\angle\theta$$

関数$e^{j\theta}$の性質

オイラー公式

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

$$1 = e^{j0}$$

$$e^{j(-\theta)} = \cos\theta - j\sin\theta$$

$$-1 = e^{j\pi}$$

$$\cos\theta = \frac{e^{j\theta} + e^{j(-\theta)}}{2}$$

$$j = e^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$\sin\theta = \frac{e^{j\theta} - e^{j(-\theta)}}{2j}$$

$$-j = e^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)}$$

関数$e^{j\theta}$の性質

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

$$|Z1|e^{j\theta 1} \times |Z2|e^{j\theta 2} = |Z1|\,|Z2|e^{j(\theta 1+\theta 2)}$$

絶対値を掛けて、偏角（位相）が$\theta 2$進める

$$|Z1|e^{j\theta 1} \div |Z2|e^{j\theta 2} = \frac{|Z1|}{|Z2|}\,e^{j(\theta 1-\theta 2)}$$

絶対値を割って、偏角（位相）が$\theta 2$遅れる

$$|Z1|e^{j\theta 1} \times j = |Z1|e^{j\theta 1} \times e^{j\frac{\pi}{2}} = |Z1|e^{j(\theta 1+\frac{\pi}{2})}$$

絶対値そのまま、偏角（位相）が$\frac{\pi}{2}$進める

$$|Z1|e^{j\theta 1} \times \frac{1}{j} = |Z1|e^{j\theta 1} \times (-j) = |Z1|e^{j\theta 1} \times e^{j(-\frac{\pi}{2})} = |Z1|e^{j(\theta 1-\frac{\pi}{2})}$$

絶対値そのまま、偏角（位相）が$\frac{\pi}{2}$遅れる

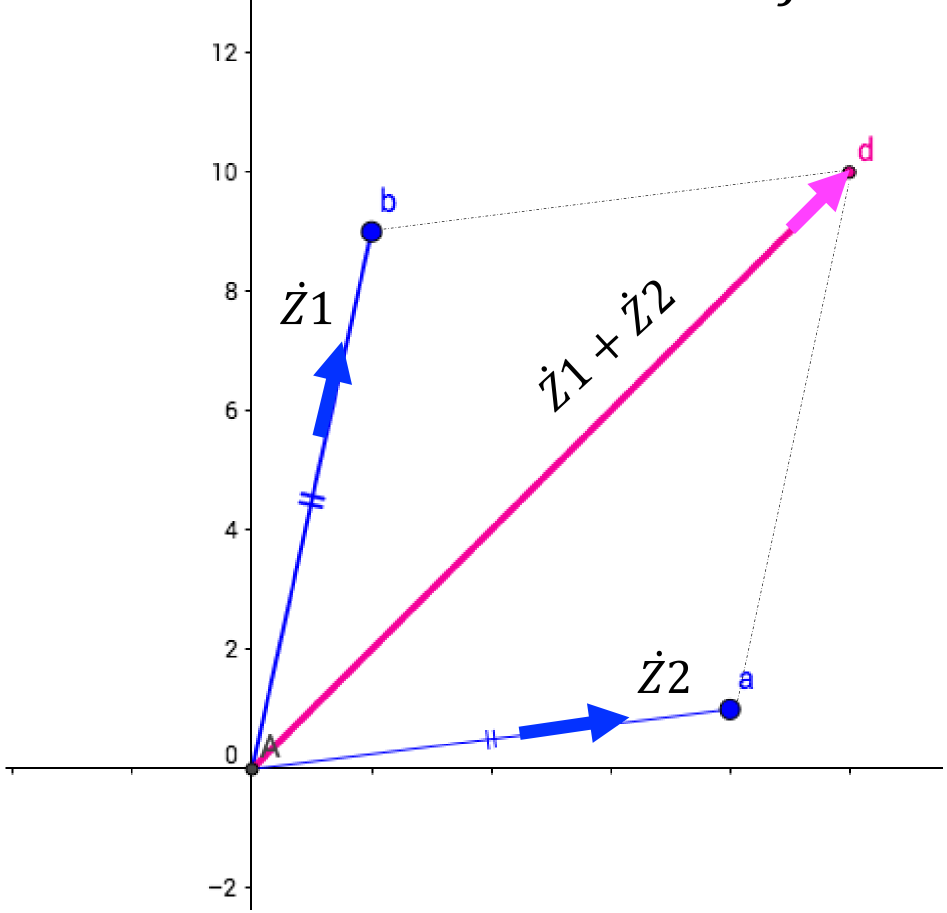
$$|Z1|e^{j\theta 1} \times (-1) = |Z1|e^{j\theta 1} \times e^{j(\pi)} = |Z1|e^{j(\theta 1+\pi)}$$

絶対値そのまま、偏角（位相）がπ遅れる

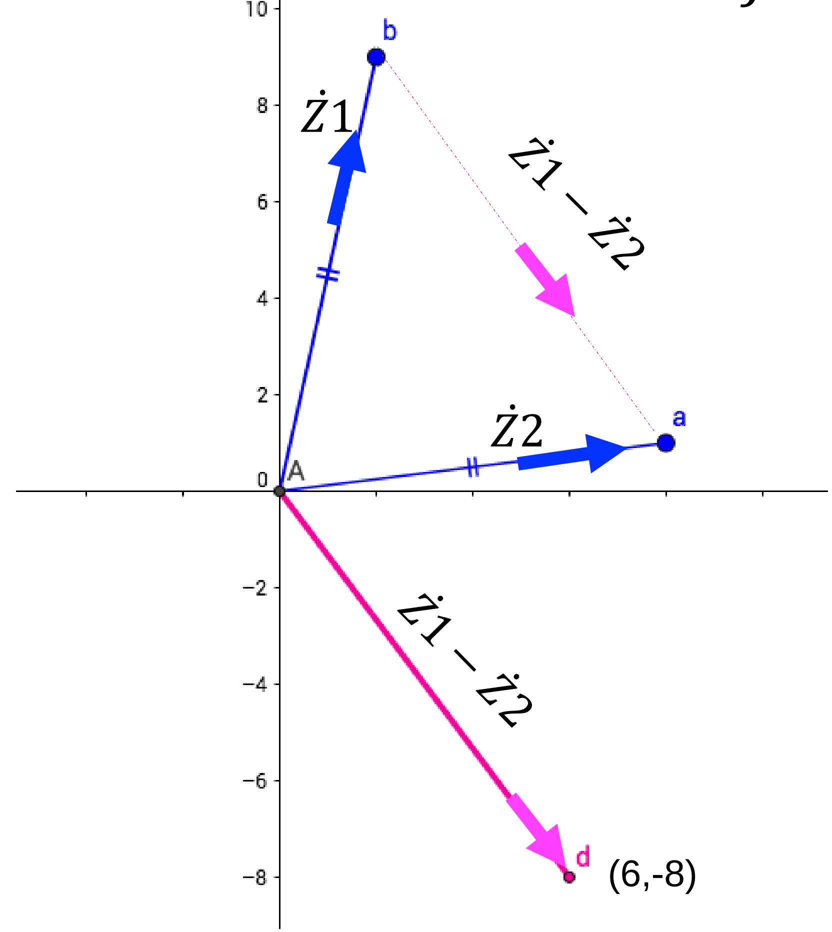
複素数加減乗除の練習:　足し算と引き算:

$$\dot{Z}1 = 8 + j1 \qquad \dot{Z}2 = 2 + j9$$

$$\dot{Z}1 + \dot{Z}2 = 10 + j10$$

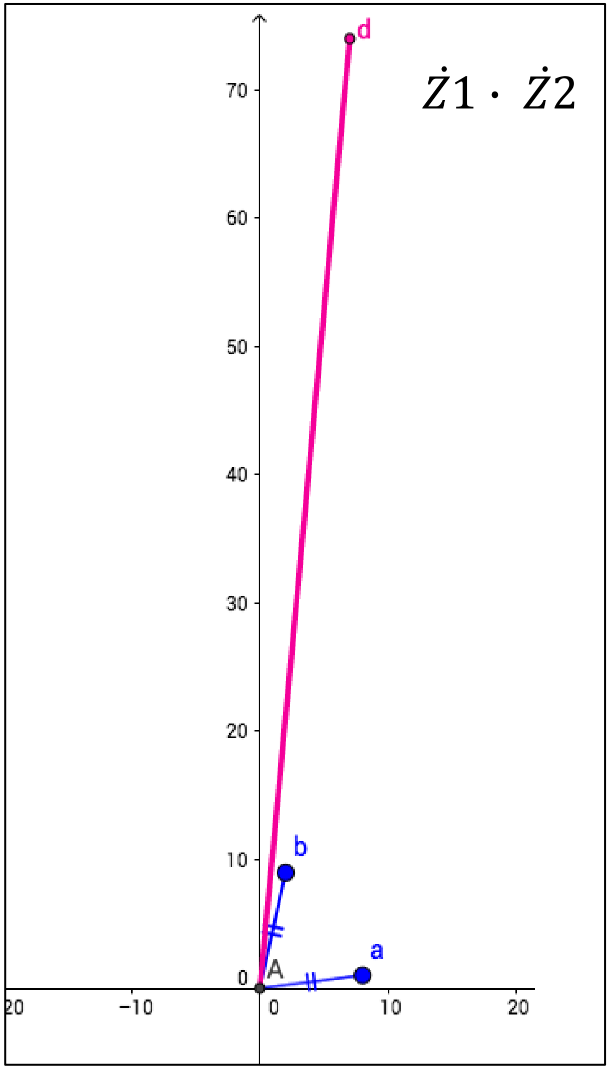


$$\dot{Z}1 - \dot{Z}2 = 6 - j8$$



複素数加減乗除の練習:　　　　掛け算:

$$\dot{Z}1 = 8 + j1 \qquad \dot{Z}2 = 2 + j9$$



$$\dot{Z}1\ \dot{Z}2 = (8 + j1)(2 + j9)$$

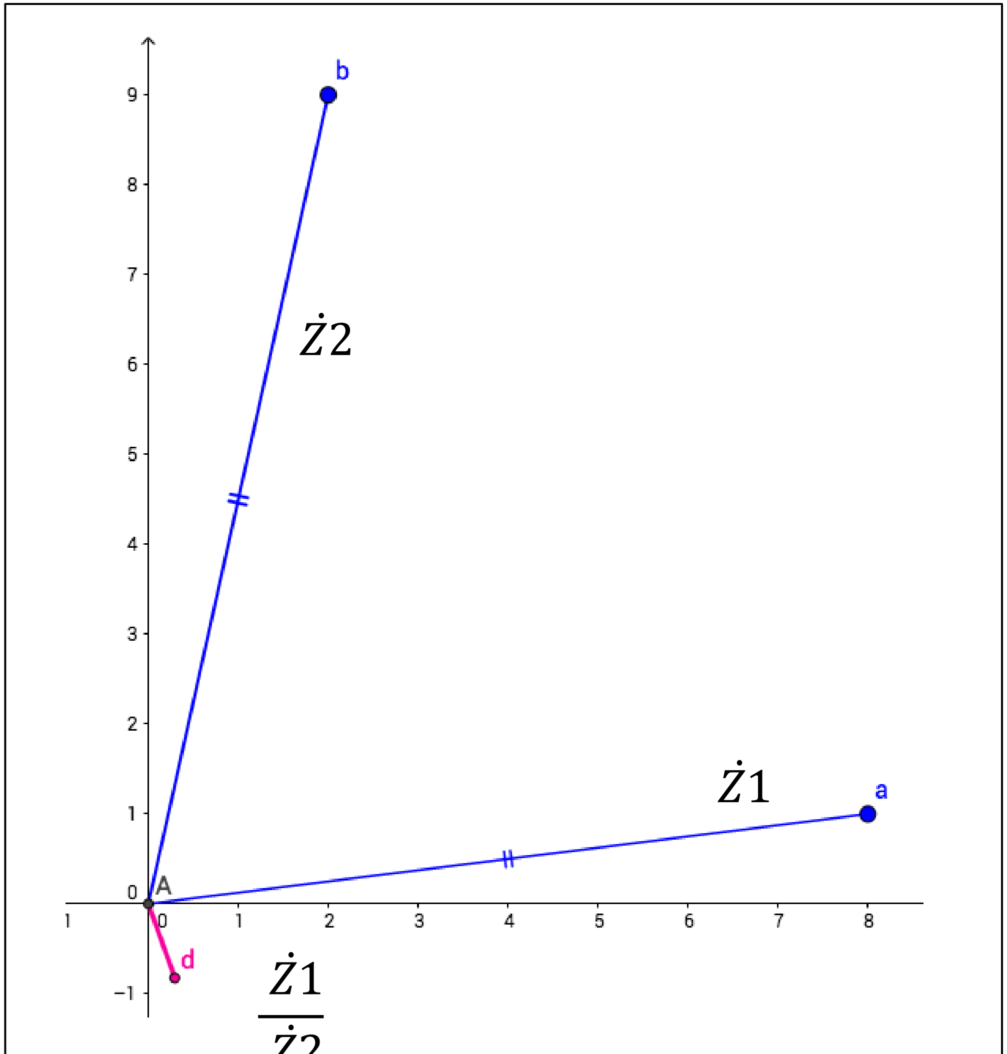
$$= 16 + j72 + j2 + (j \cdot j)9$$

$$= 16 + j74 + (-1)9$$

$$= 7 + j74$$

複素数加減乗除の練習:　割り算:

$$\dot{Z}1 = 8 + j1 \qquad \dot{Z}2 = 2 + j9$$



$$\frac{\dot{Z}1}{\dot{Z}2} = \frac{8 + j1}{2 + j9}$$

$$= \frac{(8 + j1)(2 - j9)}{(2 + j9)(2 - j9)}$$

$$= \frac{25 - j70}{85}$$

$$= 0.28 - j0.82$$

フェーザ表示における複素数の乗除演算法則の由来

$$\dot{Z} = |Z|e^{j\theta} = |Z|\angle\theta$$

$$\dot{Z}1 \cdot \dot{Z}2 = |Z1|e^{j\theta 1} \cdot |Z2|e^{j\theta 2} = |Z1||Z2|\, e^{j(\theta 1+\theta 2)}$$

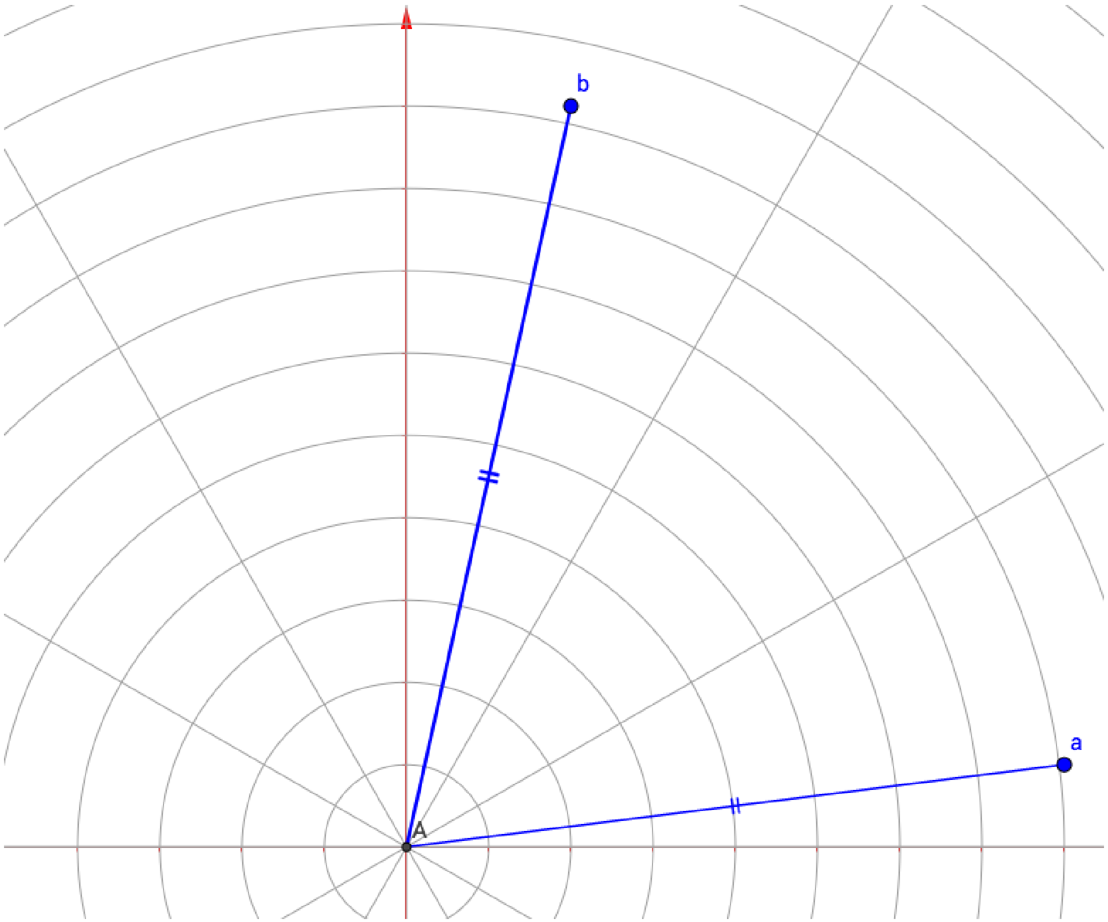
$$\dot{Z}1 \cdot \dot{Z}2 = |Z1||Z2|\, e^{j(\theta 1+\theta 2)} = |Z1||Z2|\angle(\theta 1 + \theta 2)$$

$$\frac{\dot{Z}1}{\dot{Z}2} = \frac{|Z1|e^{j\theta 1}}{|Z2|e^{j\theta 2}} = \frac{|Z1|}{|Z2|}\, e^{j(\theta 1-\theta 2)}$$

$$\frac{\dot{Z}1}{\dot{Z}2} = \frac{|Z1|}{|Z2|}\, e^{j(\theta 1-\theta 2)} = \frac{|Z1|}{|Z2|}\angle(\theta 1 - \theta 2)$$

複素数加減乗除の練習:　　フェーザ表示

$$\dot{Z}1 = 8 + j1 = |Z1|\angle\theta 1 \qquad \dot{Z}2 = 2 + j9 = |Z2|\angle\theta 2$$



$$|Z1| = \sqrt{8^2 + 1^2} = \sqrt{65}$$

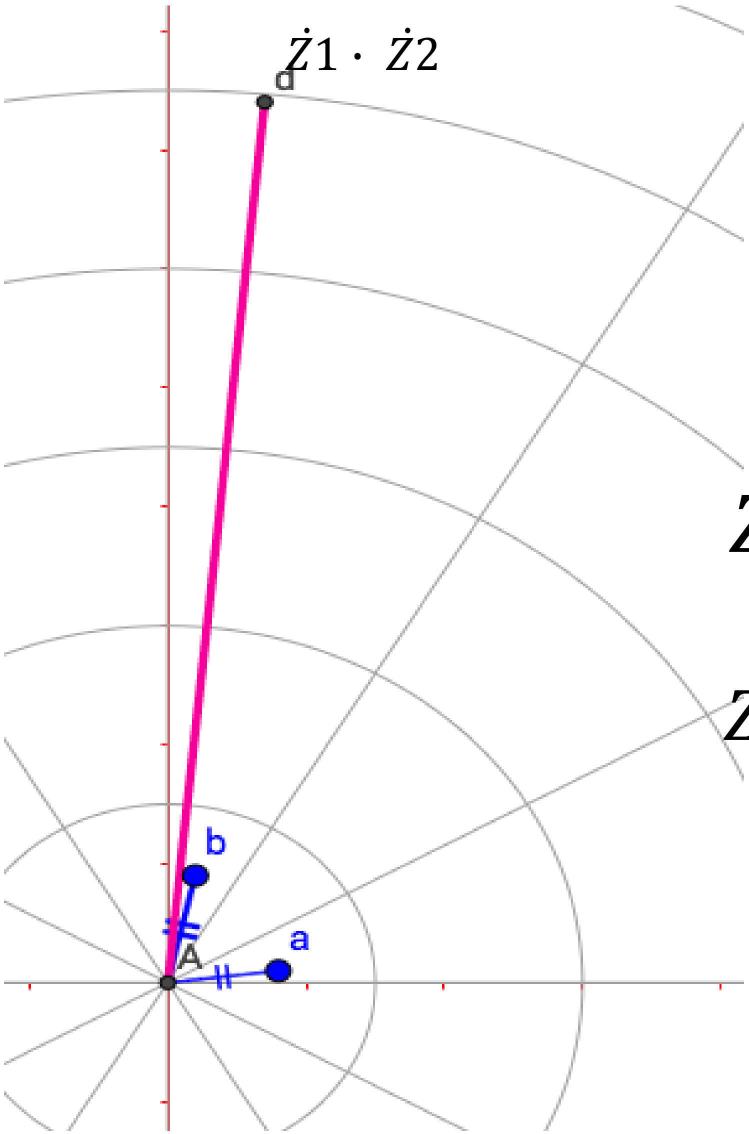
$$\theta 1 = tan^{-1}\frac{1}{8} = 7.1^o$$

$$|Z2| = \sqrt{2^2 + 9^2} = \sqrt{85}$$

$$\theta 2 = tan^{-1}\frac{9}{2} = 77.5^o$$

フェーザ表示

掛け算:



$|Z1| = \sqrt{65}$ $\theta1 = 7.1^o$

$|Z2| = \sqrt{85}$ $\theta2 = 77.5^o$

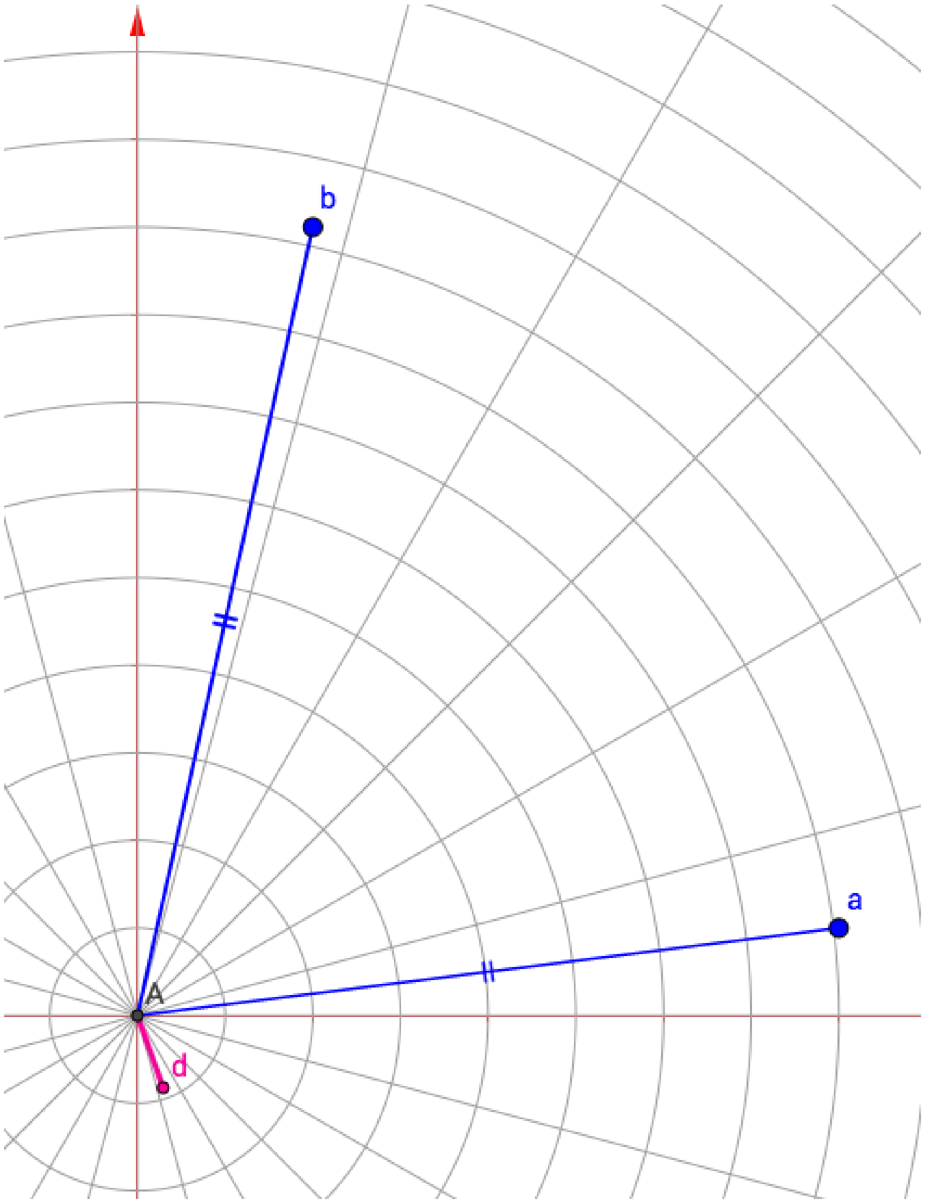
$$\dot{Z}1 \cdot \dot{Z}2 = (|Z1|\angle\theta1)\ (|Z2|\angle\theta2)$$

$$\dot{Z}1 \cdot \dot{Z}2 = |Z1||Z2|\angle(\theta1 + \theta2)$$

$$\dot{Z}1 \cdot \dot{Z}2 = \sqrt{65 * 85}(77.5^o + 7.1^o)$$

$$\dot{Z}1 \cdot \dot{Z}2 = 74.3\angle 84.6^o$$

フェーザ表示　　　　　　　　割り算:



$$|Z1| = \sqrt{65} \qquad \theta 1 = 7.1^o$$

$$|Z2| = \sqrt{85} \qquad \theta 2 = 77.5^o$$

$$\frac{\dot{Z}1}{\dot{Z}2} = \frac{|Z1|\angle\theta 1}{|Z2|\angle\theta 2}$$

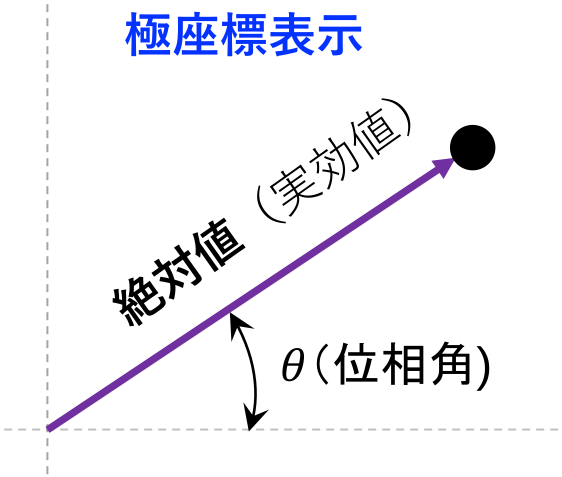
$$= \frac{|Z1|}{|Z2|}\angle(\theta 1 - \theta 2)$$

$$\frac{\dot{Z}1}{\dot{Z}2} = \sqrt{\frac{\mathbf{65}}{\mathbf{85}}}\ (7.1^o - 77.5^o)$$

$$\frac{\dot{Z}1}{\dot{Z}2} = 0.87 \ \angle -70.4^o$$

交流を複素数で表現する： 考え方１

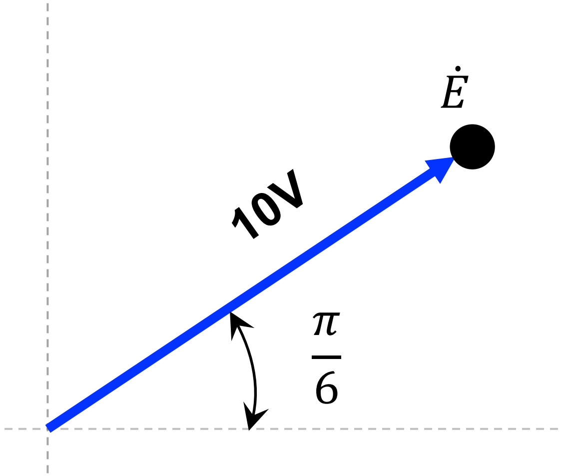
極座標表示



$$v(t) = \sqrt{2}\ V_e \sin(\omega t + \theta)$$

実効値: $V_e = 10V$　　　位相角 $\theta = \frac{\pi}{6}$

$$v(t) = \sqrt{2}\ 10 \sin(\omega t + \frac{\pi}{6})$$



$$\dot{V} = V_e\ \angle\theta$$

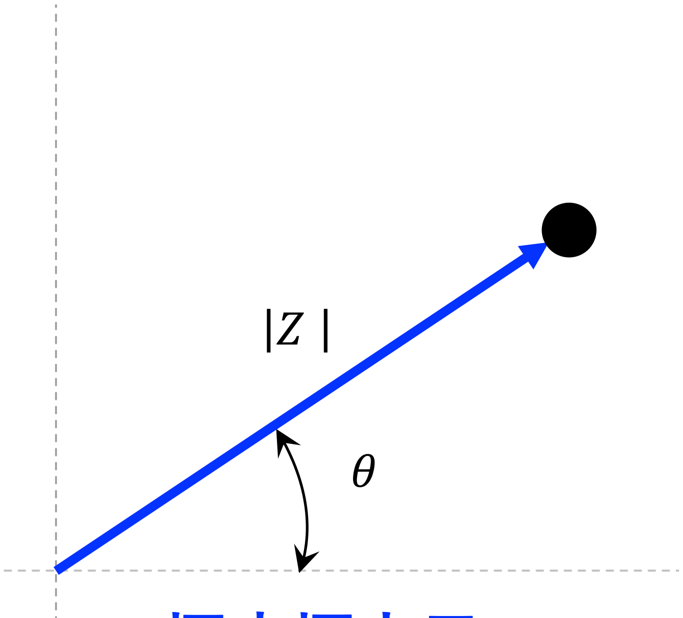
$$\dot{V} = 10\ \angle\frac{\pi}{6}$$

交流電圧の極座標表示

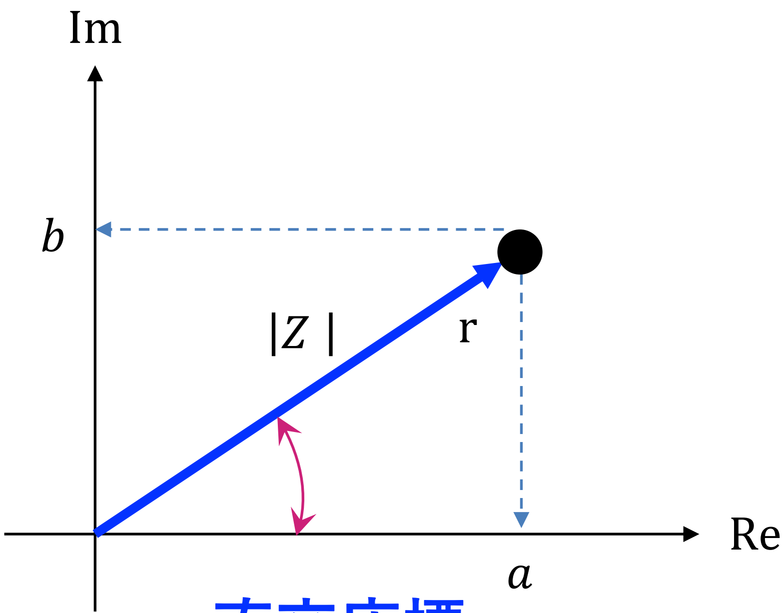
交流を複素数で表現する： 極座標⇒直交座標

$$\dot{V} = |V| \angle \theta$$

$$\dot{V} = |Z| \cos\theta + j|Z| \sin\theta$$



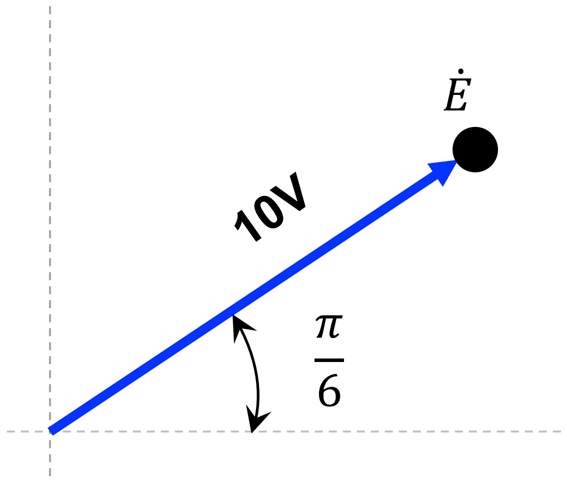
極座標表示
フェーザ表示



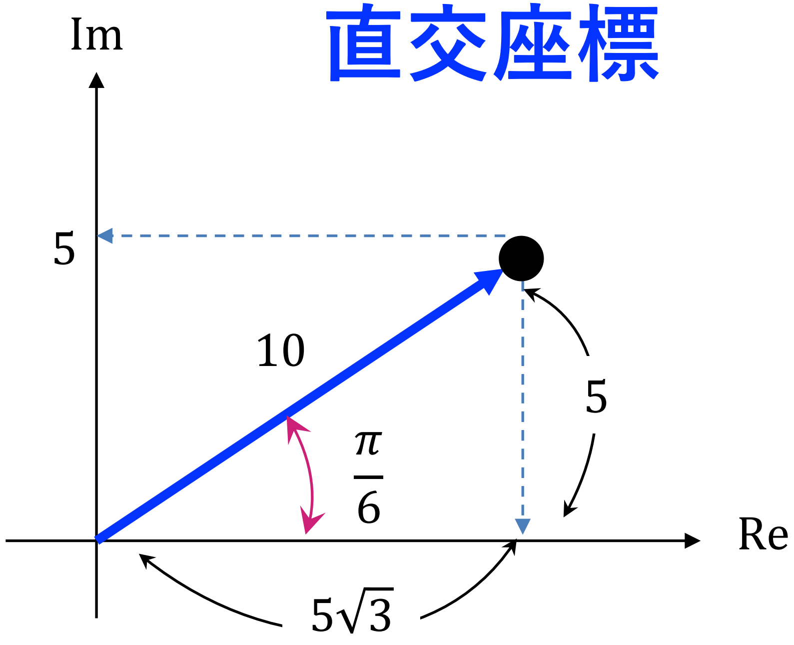
直交座標

交流を複素数で表現する： 極座標⇒直交座標

極座標表示



直交座標

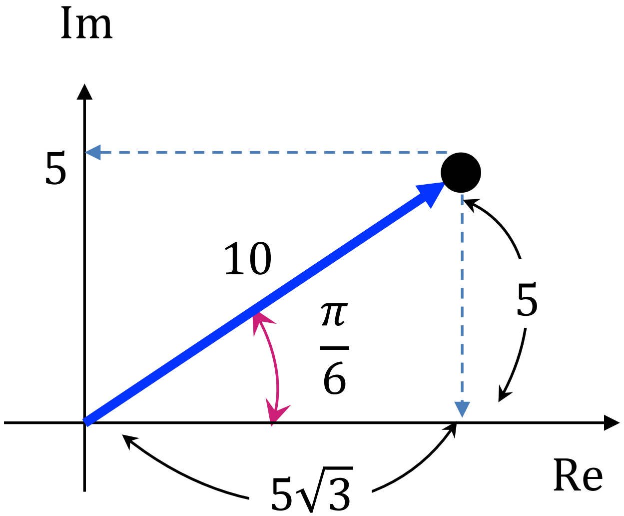


$$\dot{V} = 10 \angle \frac{\pi}{6}$$

$$\dot{V} = 10\cos\frac{\pi}{6} + j\,10\sin\frac{\pi}{6}$$

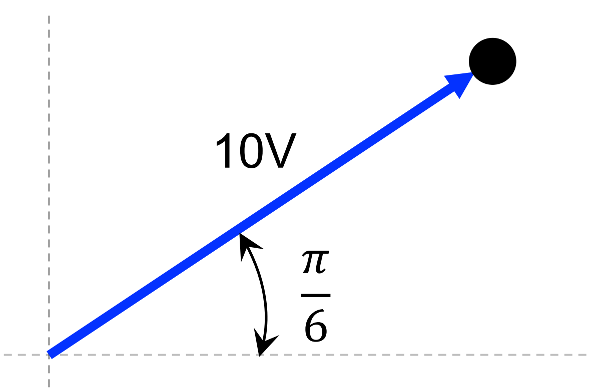
$$\dot{V} = 5\sqrt{3} + j\,5$$

指数フェーザ表示拡張



オイラー等式: $e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$

$$\dot{Z} = |Z|(\cos\theta + j\cos\theta) = |Z|e^{j\theta}$$



極座標の指数表示拡張

$$\dot{V} = 10\cos\frac{\pi}{6} + j\,10\sin\frac{\pi}{6}$$

$$\dot{V} = 10\,e^{j\frac{\pi}{6}}$$

交流を複素数で表現する：考え方２

$$v(t) = \sqrt{2}\ 10\sin(\omega t + \frac{\pi}{6})$$

複素数まで拡張する！

$$v(t) = \sqrt{2}\ 10\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) + j\sqrt{2}\ 10\,sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\boldsymbol{v(t) = \sqrt{2}\ 10\ e^{j(\omega t + \frac{\pi}{6})}}$$

電流電圧の複素数表現を使っても、線形電気回路方程式が成り立つ！

回転フェーザ

$$v(t) = \sqrt{2}\ \ 10\ e^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)}$$

静止フェーザ

$$v(t) = 10\ e^{j\left(\frac{\pi}{6}\right)}$$

交流複素数と静止フェーザ

$$v(t) = \sqrt{2}\ 10\ e^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)}$$

$j\omega t$を使ってフェーザを表示するのは回転フェーザと呼ぶ（教科書P56)

$j\omega t$を除く

実効値を使用

位相を使用

静止ベクトル表記

$$\dot{V} = 10 \angle \frac{\pi}{6}$$

極座標フェーザ表示

$$\dot{V} = 10\ e^{j\frac{\pi}{6}}$$

指数フェーザ表示（静止）

交流を複素数で表すために、実効値　と　位相角を使って極座標表示（フェーザ表示）や極座標の指数関数拡張表示をする。

例題:

次の電流電圧の瞬時値vを指数関数表現で表しなさい。また、実効値と最大値を求め、フェーザ図を作成しない。

$$v(t) = 141.42\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)[V] \qquad i(t) = 71.7\sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)[A]$$

解答:

例題 :

次の電流電圧の瞬時値vを指数関数表現で表しなさい。また、実効値と最大値を求め、フェーザ図を作成しない。

$$v(t) = 141.42 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) [V] \qquad i(t) = 71.7 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) [A]$$

解答 :

$$v(t) = \sqrt{2}\, 100 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \qquad i(t) = \sqrt{2}\, 50 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$V_m = 141.42V \qquad I_m = 71.7A$$

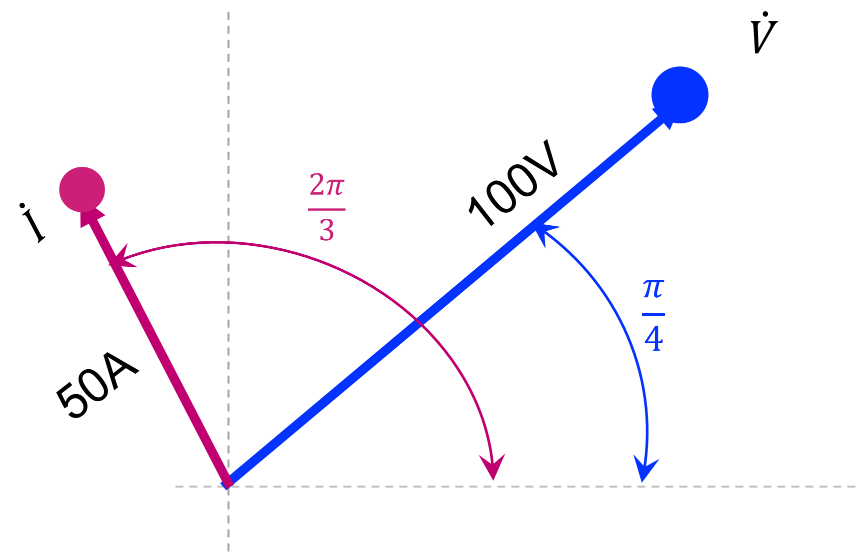
$$V_e = 100V \qquad V_e = 50A$$

$$\theta = \frac{\pi}{4} \qquad \theta = \frac{2\pi}{3}$$

$$\dot{V} = 100\, e^{j\frac{\pi}{4}}$$

$$\dot{I} = 50\, e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

フェーザ図



例題:

次の電圧の指数関数表現を瞬時値vで表しなさい。また、実効値と最大値を求め、フェーザ図を作成しなさい。

$$\dot{V} = 20\, e^{j\left(-\frac{\pi}{6}\right)}$$

解答:

例題:

次の電圧の指数関数表現を瞬時値vで表しなさい。また、実効値と最大値を求め、フェーザ図を作成しなさい。

$$\dot{V} = 20\ e^{j(-\frac{\pi}{6})}$$

解答:

$$V_m = 20 * 1.414 = 28.28V$$

$$\theta = -\frac{\pi}{6}$$

従って

$$v(t) = 28.28\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)[V]$$

$$v(t) = 28.28\sin(\omega t - 30^o)[V]$$

例題:

次の電圧の指数関数表現を瞬時値vで表しなさい。また、実効値と最大値を求め、フェーザ図を作成しなさい。

$$\dot{V} = 20\ e^{j(-\frac{\pi}{6})}$$

解答:

$$V_m = 20 * 1.414 = 28.28V$$

$$\theta = -\frac{\pi}{6}$$

従って

$$v(t) = 28.28\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)[V]$$

$$v(t) = 28.28\sin(\omega t - 30^o)[V]$$