



i-PERC

電気通信大学

基礎電子工学CH-14

曽我部 東馬

電気通信大学

i-パワードエネルギーシステム研究センター(i-PERC)

復習と予習が
一様に重要であ
ることを改めて教
えてくれました。

復 習

物理定数の値と単位： 単位の

$$h = 6.63 \times 10^{-34} [J \cdot s]$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} [C]$$

$$1eV = 1.6 \times 10^{-19} [J] : \text{電子ボルト}$$

$$c = 3 \times 10^8 [m/s]$$

$$m = 9.1 \times 10^{-31} [kg]$$

$$1nm = 1 \times 10^{-9} [m]$$

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} [F/m]$$

電子密度の計算:

$$n = \int_{E_c}^{\infty} \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{8\pi^2 m_e^*}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} (E - E_c)^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_f}{kT}\right) + 1} dE$$

Fermi-Diracの分布 $\rightarrow$ Boltzmann 分布

$$\frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_f}{kT}\right) + 1} = \exp\left(-\frac{E - E_f}{kT}\right)$$

$$n = N_c \exp\left(\frac{E_f - E_c}{kT}\right)$$

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_e^* kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

伝導帯の有効状態密度 N_c :

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_e^* kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

シリコンの場合:

$$N_c = 6.2 \times 10^{15} \cdot T^{\frac{3}{2}} [cm^{-3}]$$

$$N_c = 3.2 \times 10^{19} [cm^{-3}]: \text{室温} 300[K]$$

$$n = 3.2 \times 10^{19} \exp\left(\frac{E_f - E_c}{kT}\right)$$

ホール密度の計算:

$$p = \int_{-\infty}^{E_V} \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{8\pi^2 m_h^*}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} (E_V - E)^{\frac{1}{2}} \times \left\{ 1 - \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_f}{kT}\right) + 1} \right\} dE$$

ホールの分布関数 f_p : $1 - f_n$

Fermi-Diracの分布 $\rightarrow$ Boltzmann 分布

$$1 - \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_f}{kT}\right) + 1} = \exp\left(\frac{E - E_f}{kT}\right)$$

$$p = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_f}{kT}\right)$$

$$N_V = 2 \left(\frac{2\pi m_h^* kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

価電子帯の有効状態密度 N_V :

$$N_V = 2 \left(\frac{2\pi m_h^* kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

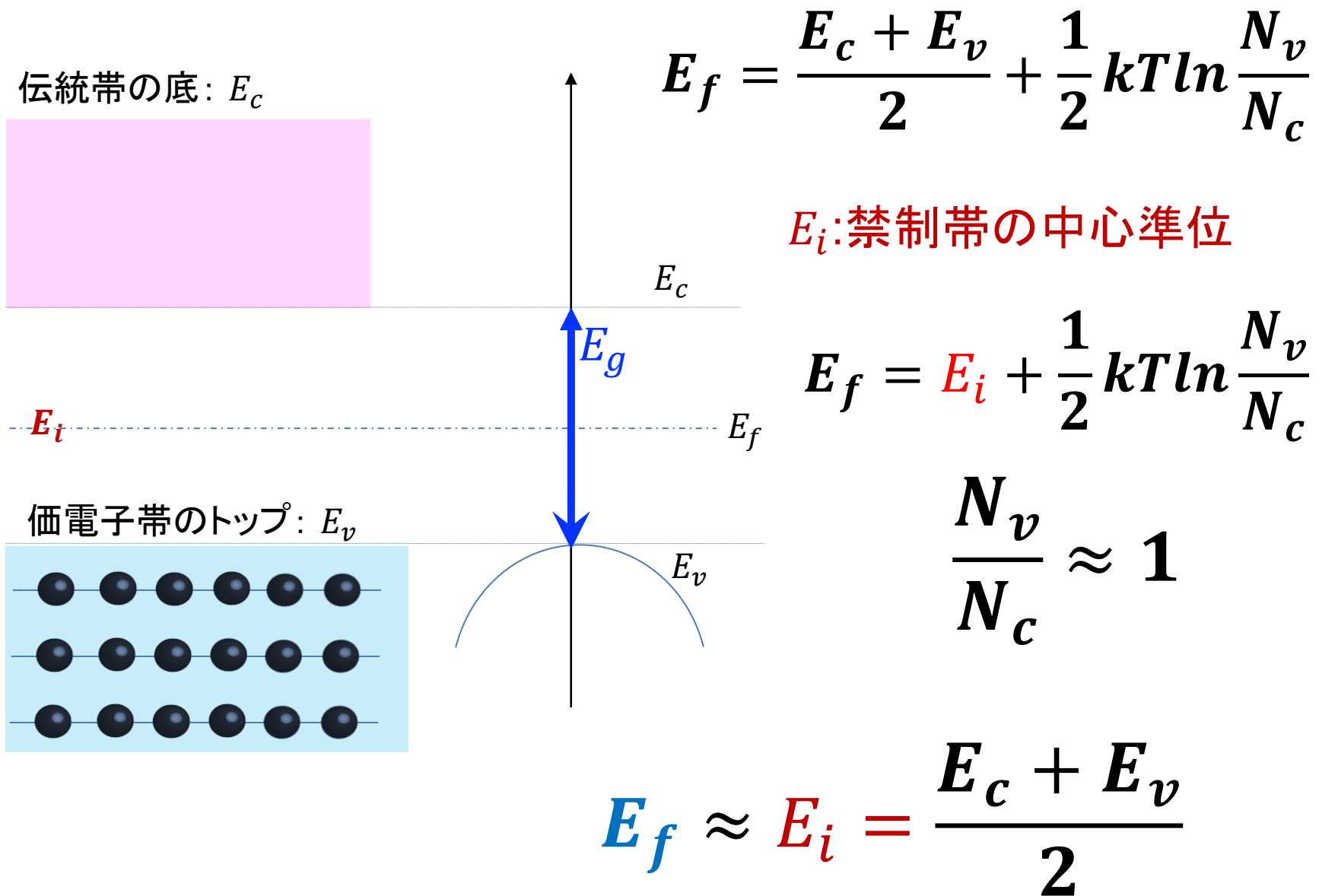
シリコンの場合:

$$N_V = 3.5 \times 10^{15} \cdot T^{\frac{3}{2}} [cm^{-3}]$$

$$N_V = 1.82 \times 10^{19} [cm^{-3}]: \text{室温} \\ 300[K]$$

$$p = 1.82 \times 10^{19} \exp\left(\frac{E_V - E_f}{kT}\right)$$

真性半導体のフェルミ準位と禁制帯の中心準位との関係：



真性半導体の真性キャリア密度:

$$n_i^2 = N_c N_v \exp\left(\frac{-E_g}{kT}\right)$$

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(\frac{-E_g}{2kT}\right)$$

Siの場合

$$N_c = 3.2 \times 10^{19}, \quad N_v = 1.8 \times 10^{19}, \quad E_g = 1.1[eV],$$

$$kT = 0.025[eV],$$

$$n_i^2 = 1.82 \times 3.2 \times 10^{38} \times 7.78 \times 10^{-20} \approx 1 \times 10^{20}$$

$$n_i \approx 1 \times 10^{10} [cm^{-3}]$$

熱平衡状態における pn 積

$$pn = n_i^2$$

真性半導体
N型半導体
P型半導体 } 成立

真性半導体

$$n = p$$

$$n = p = n_i$$

N型半導体 P型半導体

$$n \neq p$$

$$n \neq p \neq n_i$$

不純物半導体のキャリア密度：N型半導体の電子密度

最も簡単な場合：完全イオン化近似@室温(初級編)

$$n^- = p^+ + N_d^+$$

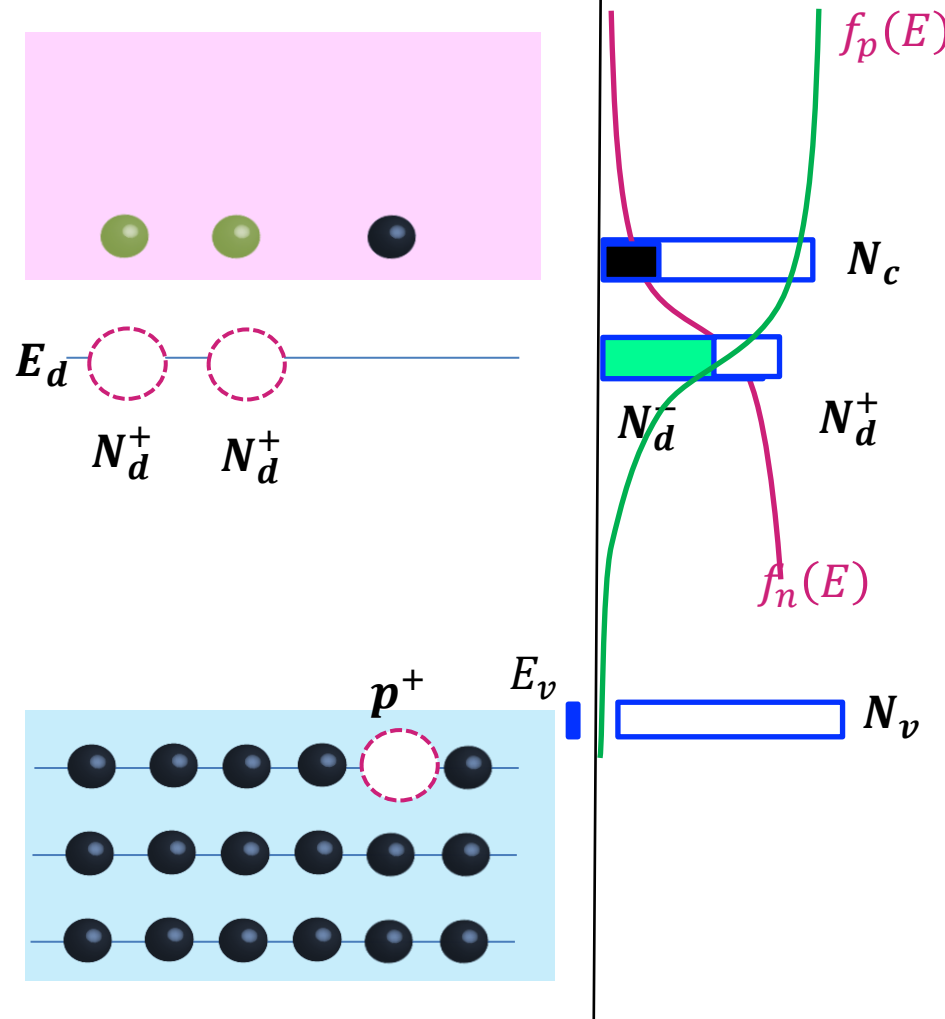
$$n = p + N_d^+$$

$$p \ll n$$

$$n \approx N_d^+ = N_d$$

$$pn = n_i^2$$

$$p = \frac{n_i^2}{N_d}$$



最も簡単な場合: 完全イオン化近似@室温(初級編)

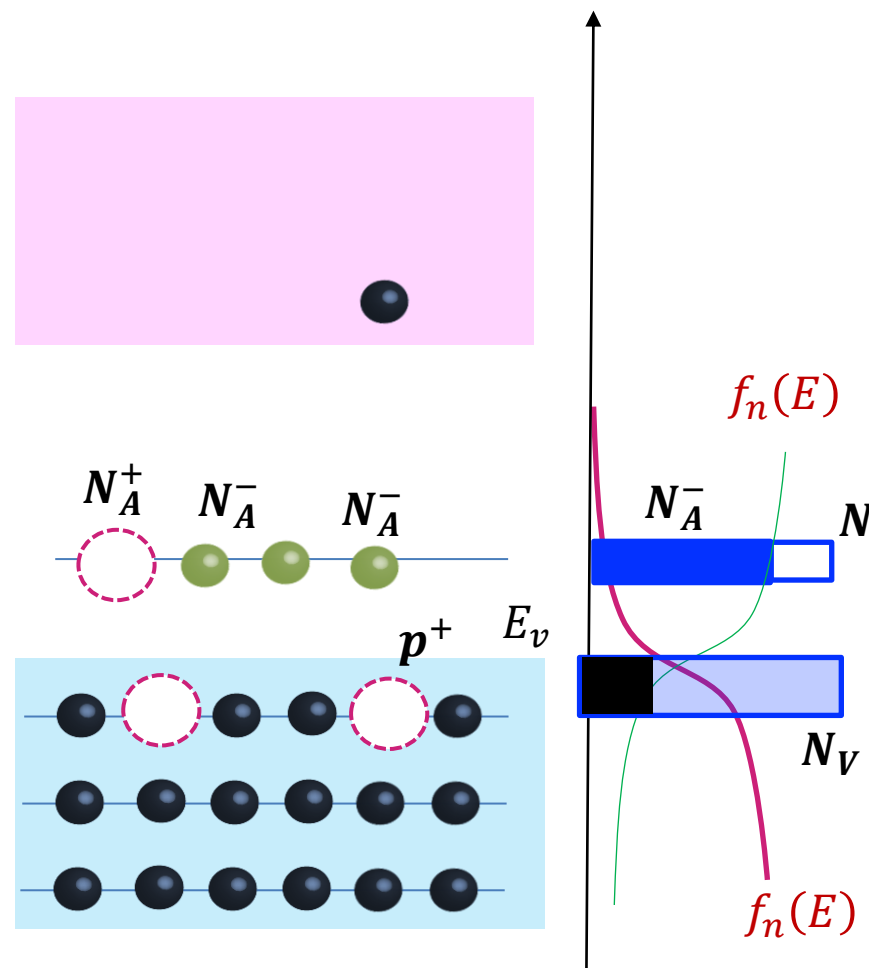
$$p^+ = n^- + N_A^-$$

$$p = n + N_A^-$$

$$n \ll p$$

$$p \approx N_A^- = N_A$$

$$n = \frac{n_i^2}{p}$$

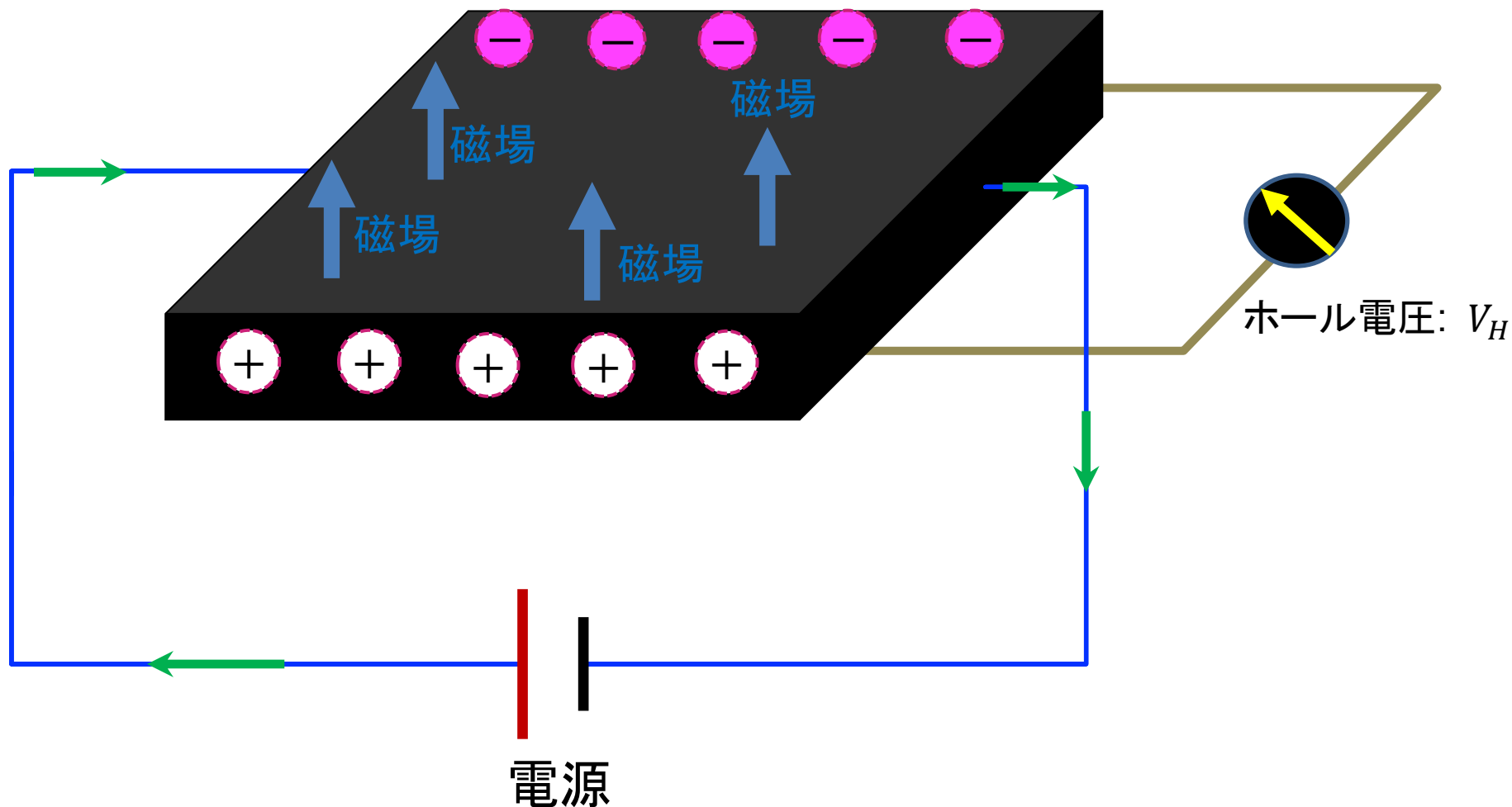


Q1: シリコンの伝導帯と価電子帯の有効状態密度は $N_c = 3.2 \times 10^{19}/\text{cm}^3$, $N_v = 1.8 \times 10^{19}/\text{cm}^3$ である。また真性キャリア密度 n_i は $1 \times 10^{10} [\text{cm}^{-3}]$ である。本半導体のフェルミ準位 E_f は伝導帯底 E_c より下の $200[\text{meV}]$ に位置すると仮定する。温度は $T=300\text{K}$ 、ボルツマン定数は $k=1.38 \times 10^{-23} [\text{J/K}]$ そして $kT = 25\text{meV}$ とする。

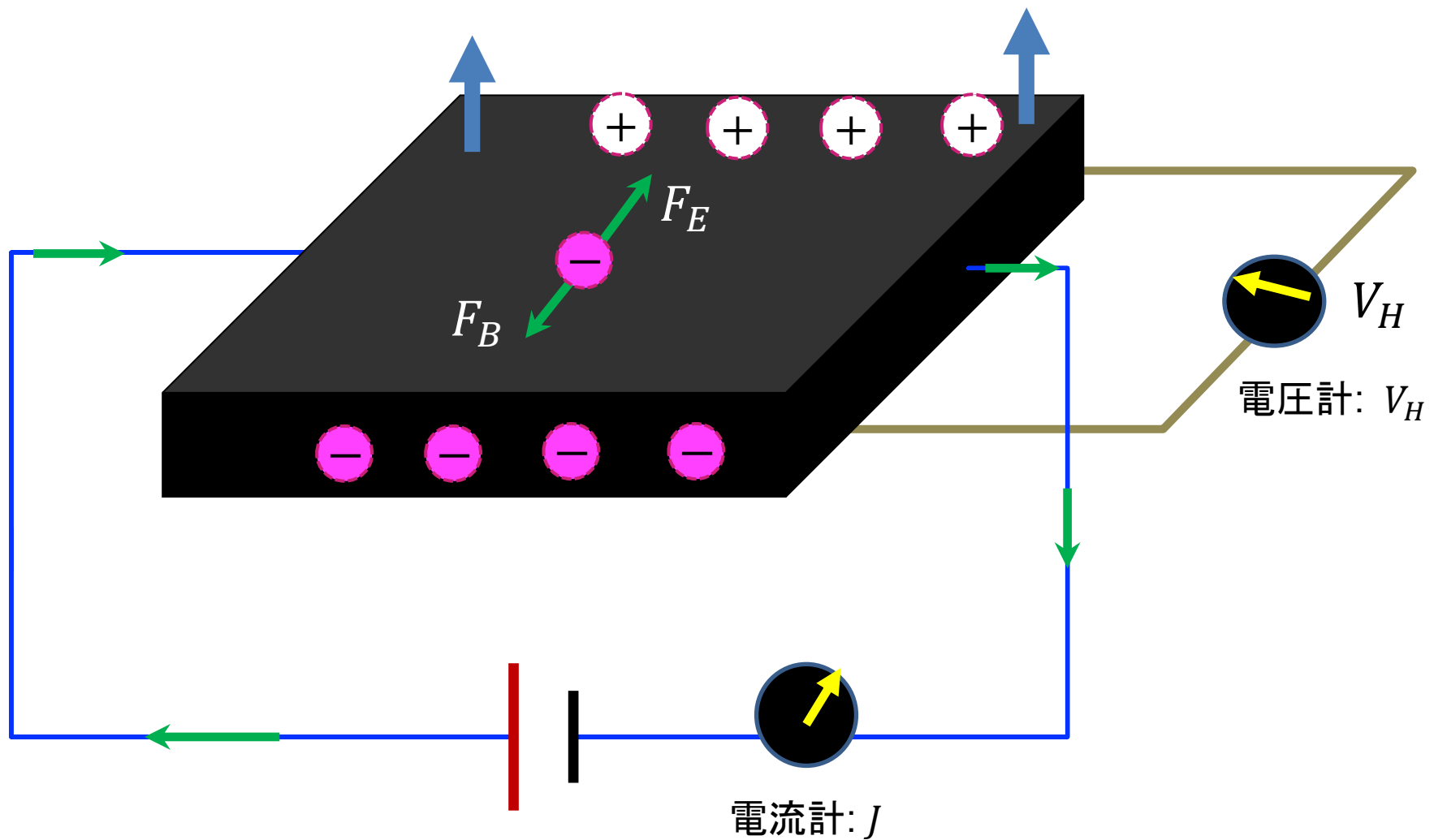
- ① 上記の条件に従い、伝導帯 E_c 、価電子帯 E_v 、フェルミ準位 E_f 、バンドギャップ E_g の情報を明記したバンド図を作成せよ（スケッチで可）。
- ④ 有効状態密度 N_c から電子密度 n_e を求めよ。
- ⑤ 有効状態密度 N_v からホール密度 n_h を求めよ。
- ⑦ 以上で求めた値から、真性キャリア密度と電子密度とホール密度の3者間の関係式を確かめよ。
- ⑧ 本半導体はN型それともP型であるかについて答えよ。

ホール測定

P型半導体：多数キャリアは正孔



ホール測定



ホール測定

ローレンツ力

$$F_B = qvB$$

B : 磁場[T] v : 速度

電界力(クーロン力)

$$F_E = qE$$

平衡状態

$$F_B = F_E \quad v = \frac{E[Vm^{-1}]}{B[Vsm^{-2}]}$$

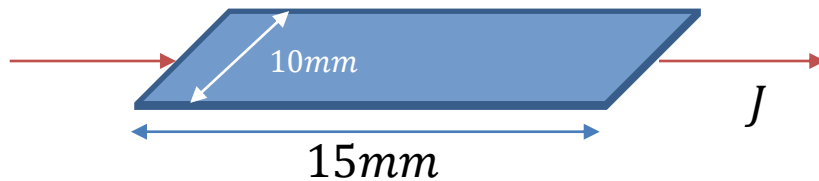
$$J = \frac{I}{A} = qn \frac{E}{B} \quad E = \frac{V_H}{d}$$

$$V_H = \frac{BJd}{qn}$$

$$n = \frac{BJd}{qV_H}$$

例題 5.3

p 型半導体のホール測定を行った．幅 10 [mm]，長さ 15 [mm] の長方形の半導体薄片の長さ方向に 10 [mA] の電流を流し，薄片に垂直に 0.15 [T] の磁束を印加した．このとき，薄片の幅方向の電圧を測ると 100 [mV] であった．ホール定数，正孔密度を求めよ．



$$J = \frac{10 \times 10^{-3}}{15 \times 10 \times 10^{-6}} = \frac{200}{3} \left[\frac{A}{m^2} \right]$$

$$p = \frac{BJd}{qV_H}$$

$$p = \frac{0.15 \times \left[\frac{Vs}{m^2} \right] \times \frac{200}{3} \left[\frac{A}{m^2} \right] \times 10 \times 10^{-3} [m]}{1.6 \times 10^{-19} [A \cdot s] \times 0.1 [V]} = \frac{1}{1.6 \times 10^{-19}} = 6.7 \times 10^{19} (m^{-3}) = 6.7 \times 10^{13} (cm^{-3})$$

ドリフト拡散電流方程式

$$J_n = D_n \frac{dn}{dx} q \qquad J_n = qn\mu_n E$$

$$J_p = -D_p \frac{dp}{dx} q \qquad J_p = qp\mu_p E$$

$$\begin{aligned} J &= J_n + J_p \\ &= qn\mu_n E + D_n \frac{dn}{dx} q + qp\mu_p - D_p \frac{dp}{dx} q \end{aligned}$$

アインシュタイン関係式：
拡散係数と移動度を結ぶ

応用編

連続式:

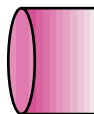
$$\frac{\partial n(x)}{\partial t} = \frac{1}{-q} \frac{\partial J_N}{\partial x} + G - R$$

ドリフト拡散電流方程式

$$J_N = qn(x)\mu_n E + D_n \frac{\partial n(x)}{\partial x} q$$

例題：過剰キャリアの位置依存性

$x = 0$



N型半導体

$$G_L = 0$$

$$G_0 = \frac{p_0}{\tau_p}$$

$$R = \frac{p(x)}{\tau_p}$$

$$\frac{\partial p(x)}{\partial t} = \frac{1}{-q} \frac{\partial J_p}{\partial x} + G_0 - R = 0$$

$$J_p = qp(x)\mu_p E - D_p \frac{\partial p(x)}{\partial x} q$$

定常状態を考える: $\frac{\partial p(x)}{\partial t} = 0$, また電場は存在しないので、 $E = 0$

$$\frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x} = G_0 - R \quad \rightarrow \quad D_p \frac{\partial^2 p(x)}{\partial x^2} = \frac{p(x) - p_0}{\tau_p}$$

例題：過剰キャリアの位置依存性

$$\frac{\partial^2 p(x)}{\partial x^2} - \frac{p(x) - p_0}{D_p \tau_p} = 0$$

$$p(x) - p_0 = C_1 \exp\left(\frac{x}{\sqrt{D_p \tau_p}}\right) + C_2 \exp\left(-\frac{x}{\sqrt{D_p \tau_p}}\right)$$

境界条件

境界条件

$$\begin{aligned} x = 0 \\ p(x) = p_{x=0} - p_0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} C_1 &= 0 \\ C_2 &= p_{x=0} - p_0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} x &= \infty \\ p(x) &= p_0 \\ p(x) - p_0 &= 0 \end{aligned}$$

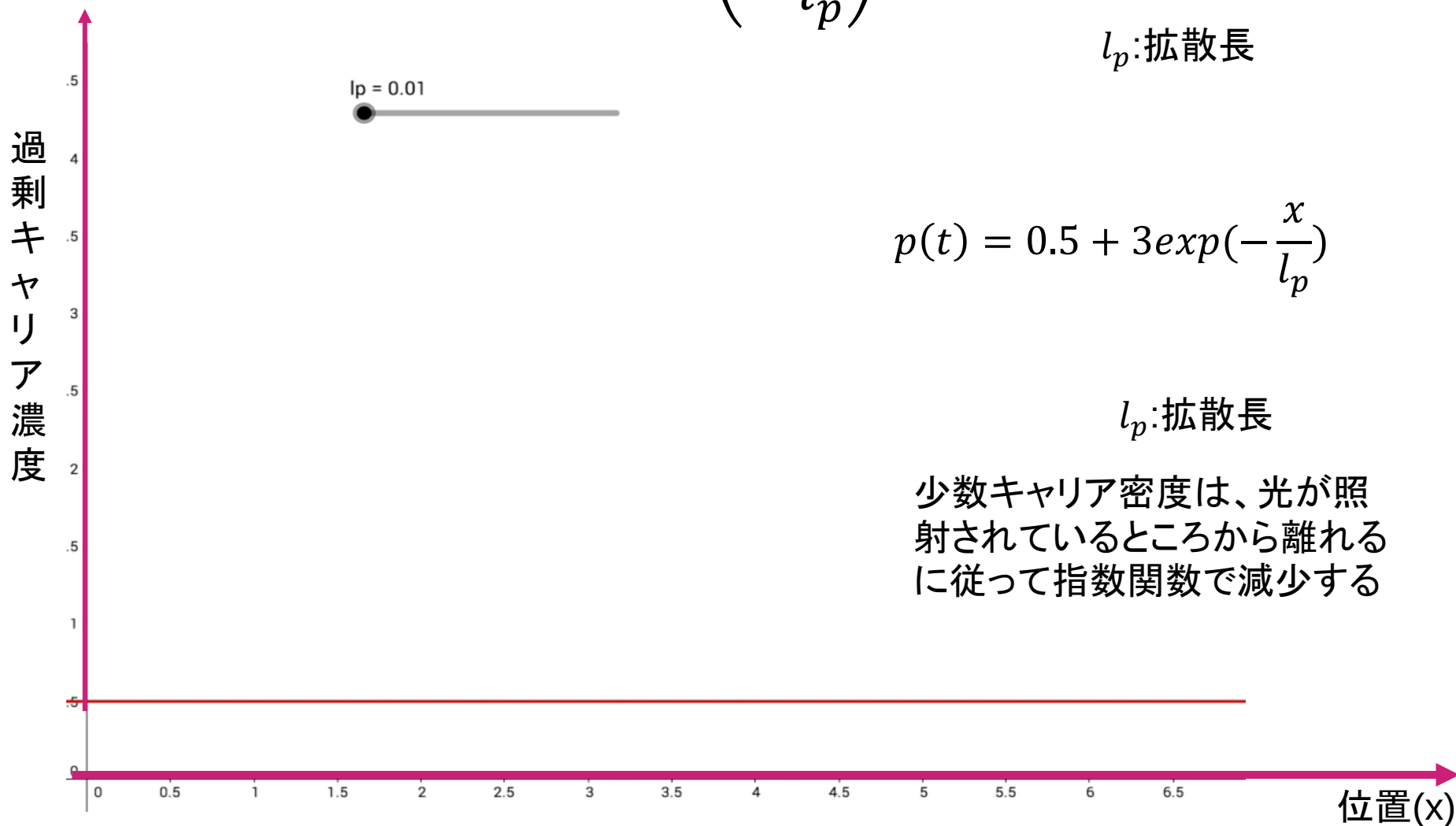
$$p(x) - p_0 = [p_{x=0} - p_0] \exp\left(-\frac{x}{\sqrt{D_p \tau_p}}\right)$$

例題：過剰キャリアの位置依存性

$$p(x) = p_0 + [p_{x=0} - p_0] \exp\left(-\frac{x}{l_p}\right)$$

$$\sqrt{D_p \tau_p} = l_p$$

l_p : 拡散長



例題：過剰キャリアによる電流

$$J_p = \cancel{qp(x)\mu_p E} - D_p \frac{\partial p(x)}{\partial x} q$$

$$p(x) = p_0 + [p_{x=0} - p_0] \exp\left(-\frac{x}{l_p}\right)$$

$$\frac{\partial p(x)}{\partial x} = -[p_{x=0} - p_0] \frac{1}{l_p} \exp\left(-\frac{x}{l_p}\right)$$

$$J_p = qD_p [p_{x=0} - p_0] \frac{1}{l_p} \exp\left(-\frac{x}{l_p}\right)$$

Q2: 電子密度が $2 \times 10^{16}/\text{cm}^3$ の n 型半導体の一端に光を照射して $3 \times 10^{19}/\text{cm}^3$ の電子とホールを発生させた。端面から 0.5mm 離れたところの電子密度と電流密度を求めよ。ただし、電子の拡散長 $l_n = 4 \times 10^{-5}\text{m}$, $D_n = 4 \times 10^{-3} \text{ m}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$, $q = 1.6 \times 10^{-19}(\text{A} \cdot \text{s})$ とする。

$x = 0$

N型半導体



$$n(x) = n_0 + [n_{x=0} - n_0] \exp\left(-\frac{x}{l_n}\right)$$

$$n_0 = 2 \times 10^{16} / \text{cm}^3 \quad n_{x=0} = 3 \times 10^{19} / \text{cm}^3$$

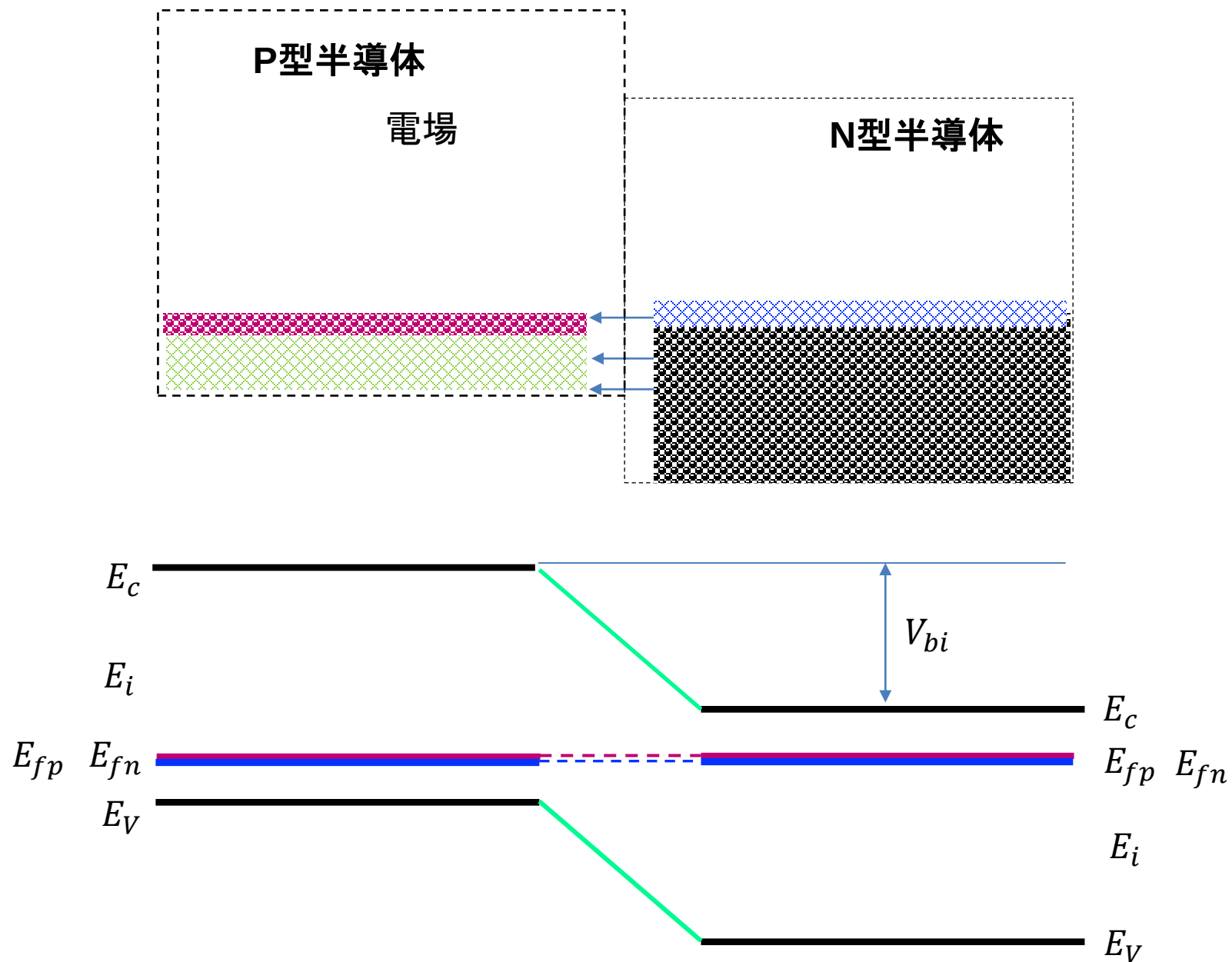
$$n_0 \ll n_{x=0}$$

$$n(x) = n_{x=0} \exp\left(-\frac{x}{l_n}\right)$$

$$J_n = qD_n[n_{x=0} - n_0] \frac{1}{l_n} \exp\left(-\frac{x}{l_n}\right)$$

$$J_n = qn_{x=0} \frac{D_n}{l_n} \exp\left(-\frac{x}{l_n}\right)$$

PN接合



關係式1: Built-in Potential → 內藏電場: V_{bi}

$$\textcircled{1} \quad n_N = N_c \exp\left(\frac{E_{fn} - E_{c1}}{kT}\right) = N_d$$

$$\textcircled{2} \quad n_P = N_c \exp\left(\frac{E_{fn} - E_{c2}}{kT}\right) = \frac{n_i^2}{p_P} = \frac{n_i^2}{N_a}$$

$$E_{c2} = E_{c1} + V_{bi}$$

$$\frac{\textcircled{1}}{\textcircled{2}} = \exp\left(\frac{E_{c2} - E_{c1}}{kT}\right) = \exp\left(\frac{V_{bi}}{kT}\right) = \frac{N_d N_a}{n_i^2}$$

內藏電場: V_{bi}

$$\exp\left(\frac{V_{bi}}{kT}\right) = \frac{N_d N_a}{n_i^2}$$

$$V_{bi} = kT \ln\left(\frac{N_d N_a}{n_i^2}\right)$$

Q3: ドナー密度が $1 \times 10^{16}/\text{cm}^3$,アクセプタ密度が $2 \times 10^{17}/\text{cm}^3$ のシリコンのp-n接合ダイオードの室温(300K)での内蔵電場 V_{bi} を求めよ。ただし、真性半導体のキャリア密度を $1 \times 10^{10}/\text{cm}^3$ とし、ドナーとアクセプタ不純物は全てイオン化しているものとする。

$$V_{bi} = kT \ln\left(\frac{N_d N_a}{n_i^2}\right)$$

$$kT = 0.025\text{eV}$$

PN接合の電流電圧特性式・ショックレーの電圧電流特性式

$$J = qn_i^2 \left(\frac{D_n}{N_a l_n} + \frac{D_p}{N_d l_p} \right) \left[\exp \left(\frac{qV}{kT} \right) - 1 \right]$$

飽和電流を導入する:

$$J_s = qn_i^2 \left(\frac{D_n}{N_a l_n} + \frac{D_p}{N_d l_p} \right)$$

$$J = J_s \left[\exp \left(\frac{qV}{kT} \right) - 1 \right]$$

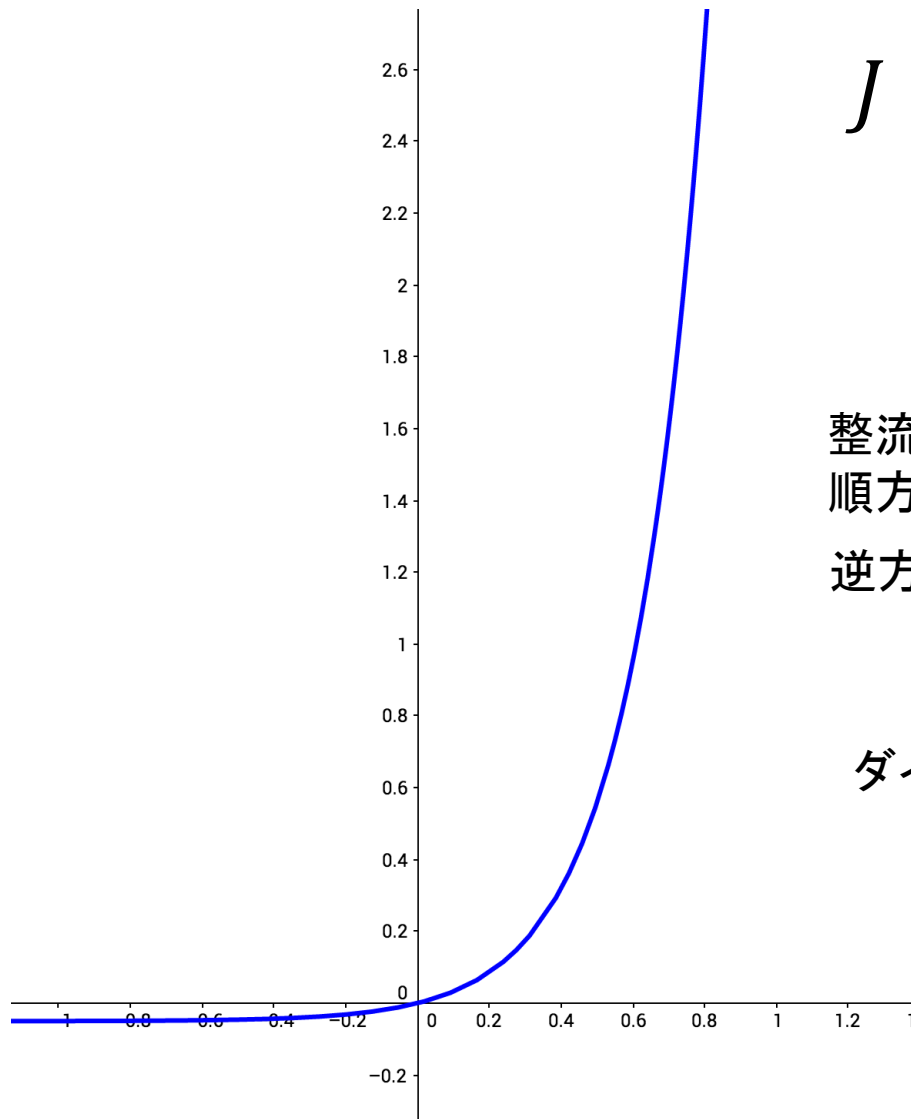
$$J = J_s \left[\exp \left(\frac{V}{kT} \right) - 1 \right]$$

整流特性:

順方向電圧を与えると、電流が流れる

逆方向電圧を与えると、電流が殆ど流れない

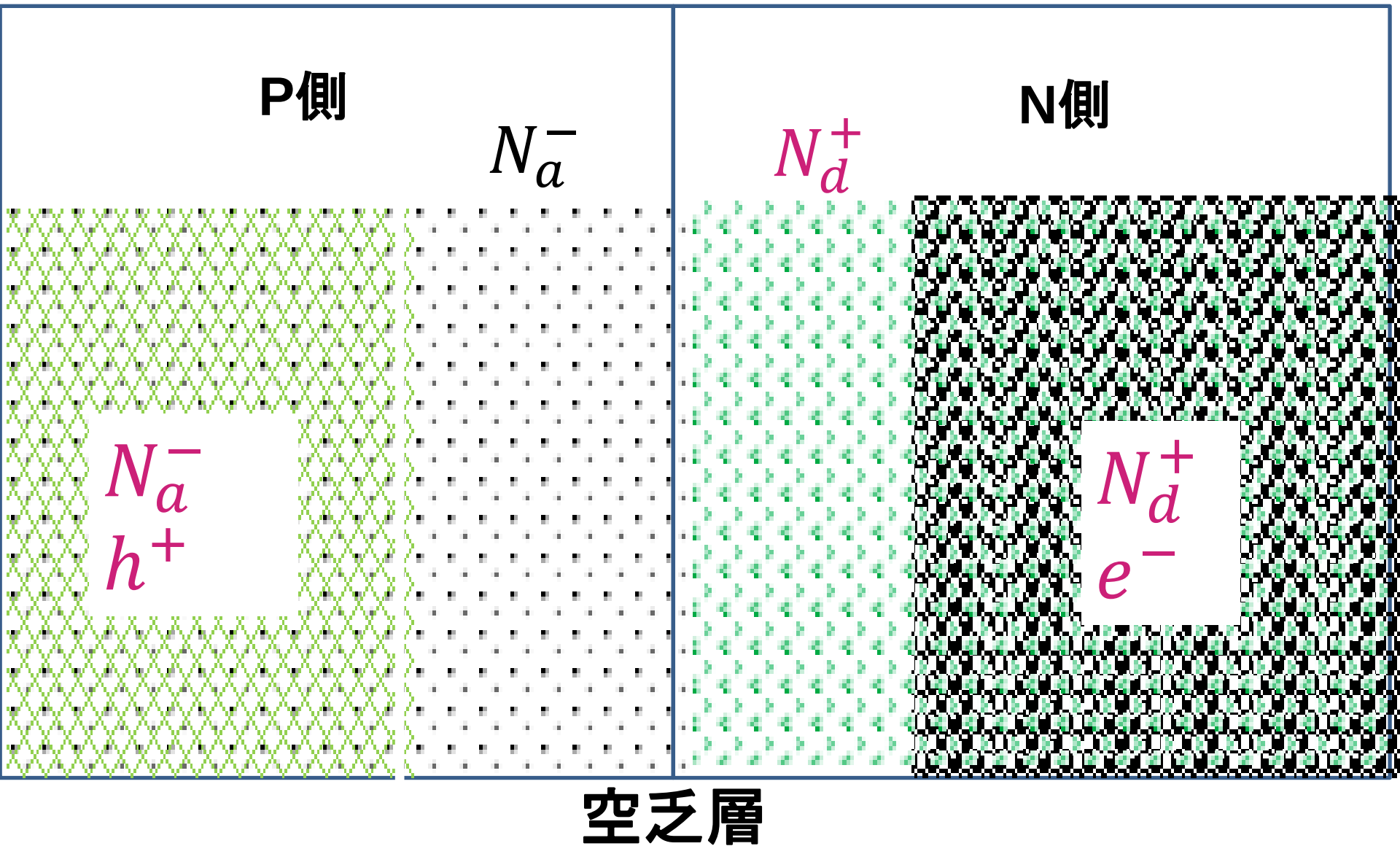
ダイオード、トランジスタ等の半導体デバイスに広く応用されている。



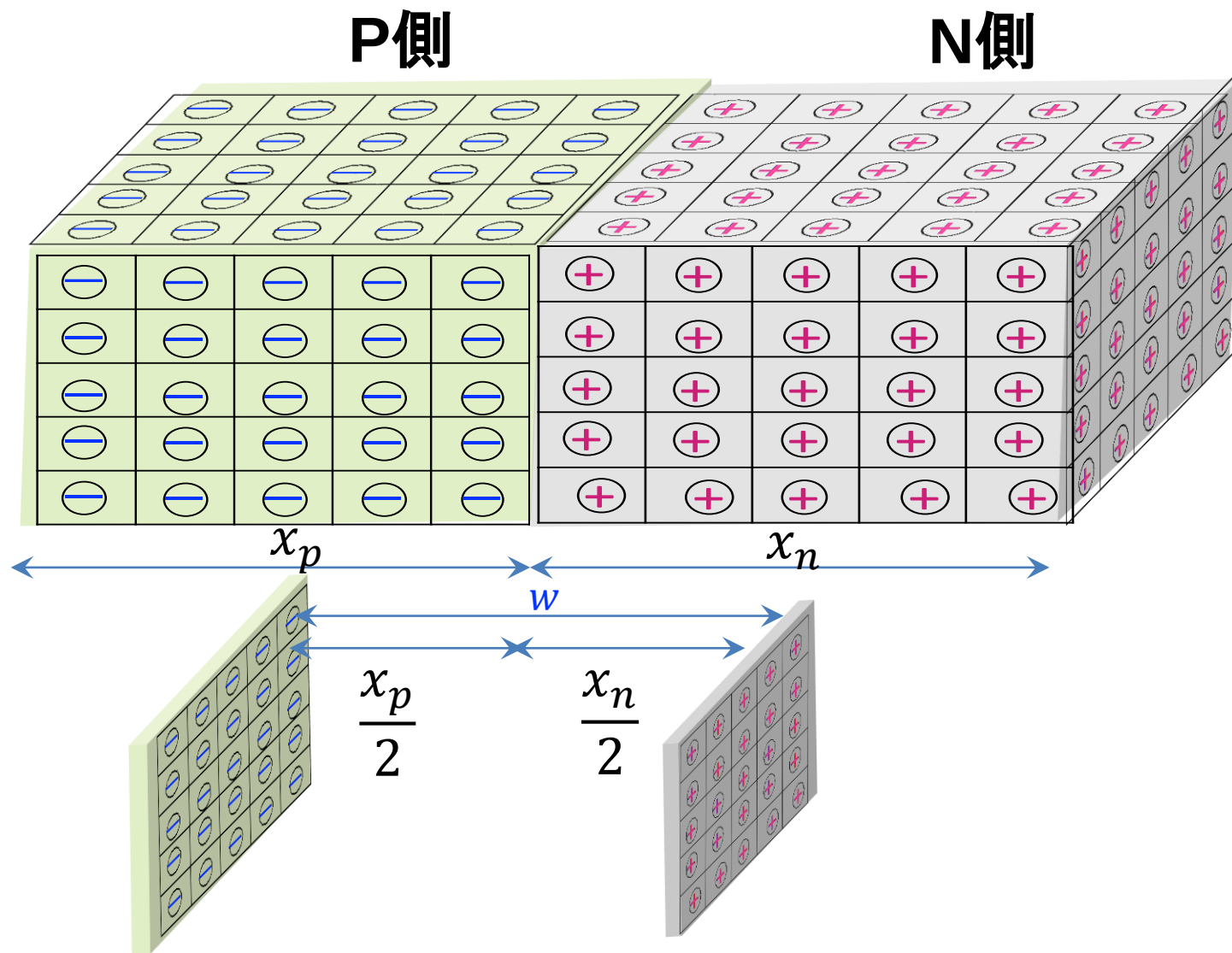
Q4: ドナー密度が $1 \times 10^{15}/\text{cm}^3$,アクセプタ密度が $5 \times 10^{15}/\text{cm}^3$ のシリコンのp-n接合ダイオードの室温(300K)での拡散電流の飽和電流密度を求めよ。ただし、真性半導体のキャリア密度を $1 \times 10^{10}/\text{cm}^3$ とし、ホールと電子の拡散係数と拡散長は次のようになる。 $D_n = 4 \times 10^{-3} \text{ m}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$, $D_p = 1 \times 10^{-3} \text{ m}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$; $l_n = 8 \times 10^{-4} \text{ m}$, $l_p = 4 \times 10^{-5} \text{ m}$ とする。

$$J_s = qn_i^2 \left(\frac{D_n}{N_a l_n} + \frac{D_p}{N_d l_p} \right)$$

PN接合



PN接合PN接合の空乏層を通常のコンデンサに変換する



$$Q_p = N_a^- * x_p * A * e \quad Q_n = N_d^- * x_n * A * e$$

P側とN側の電圧から空乏層の幅を計算する



$$x_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_{bi}}{e} \cdot \frac{N_a}{N_d(N_a + N_d)}}$$

$$x_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_{bi}}{e} \cdot \frac{N_d}{N_a(N_a + N_d)}}$$

$$w = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_{bi}}{e} \cdot \frac{(N_a + N_d)}{N_d N_a}}$$

PN接合の電圧-静電容量

$$C = \varepsilon \frac{A}{w}$$

単位面積仮定 : $A = 1$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_s$$

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_s \frac{1}{w}$$

$$w = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_s V_{bi}}{e} \cdot \frac{(N_a + N_d)}{N_d N_a}}$$



$$w = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_s (V_{bi} - V)}{e} \cdot \frac{(N_a + N_d)}{N_d N_a}}$$

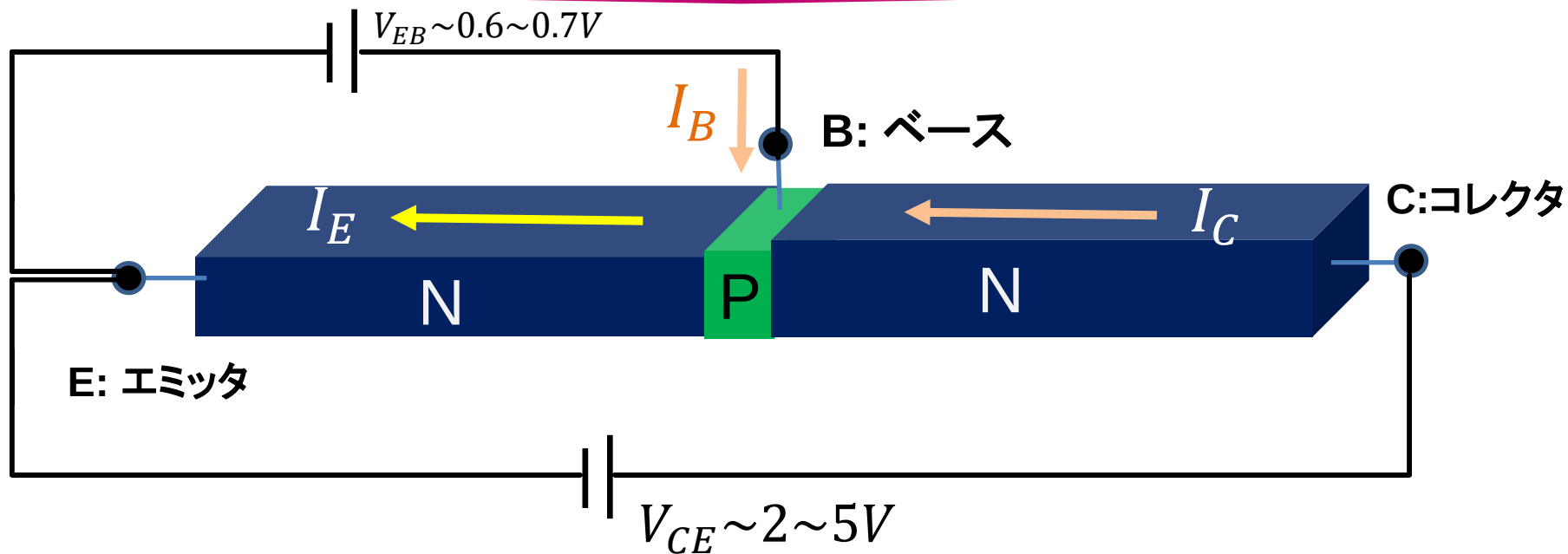
$$\frac{1}{w} = \sqrt{\frac{e}{2\varepsilon_0 \varepsilon_s (V_{bi} - V)} \cdot \frac{N_d N_a}{(N_a + N_d)}}$$

Q5 シリコンのp-n接合ダイオードにおいて、内蔵電場 V_{bi} は0.75Vであった。ドナーとアクセプタ不純物密度をそれぞれ $6 \times 10^{14} \text{ [/cm}^3\text{]}$ と $9 \times 10^{14} \text{ [/cm}^3\text{]}$ とする。その際に空乏層の幅と単位面積あたりの静電容量 C をもとめよ。ただし、真空誘電率 ϵ_0 は $8.85 \times 10^{-12} \text{ [F/m]}$ 、シリコンの比誘電率 ϵ_s を12とする。

$$C = \epsilon_0 \epsilon_s \frac{1}{w}$$

$$\frac{1}{w} = \sqrt{\frac{e}{2\epsilon_0 \epsilon_s (V_{bi})} \cdot \frac{N_d N_a}{(N_a + N_d)}}$$

NPN接合：増幅率の計算

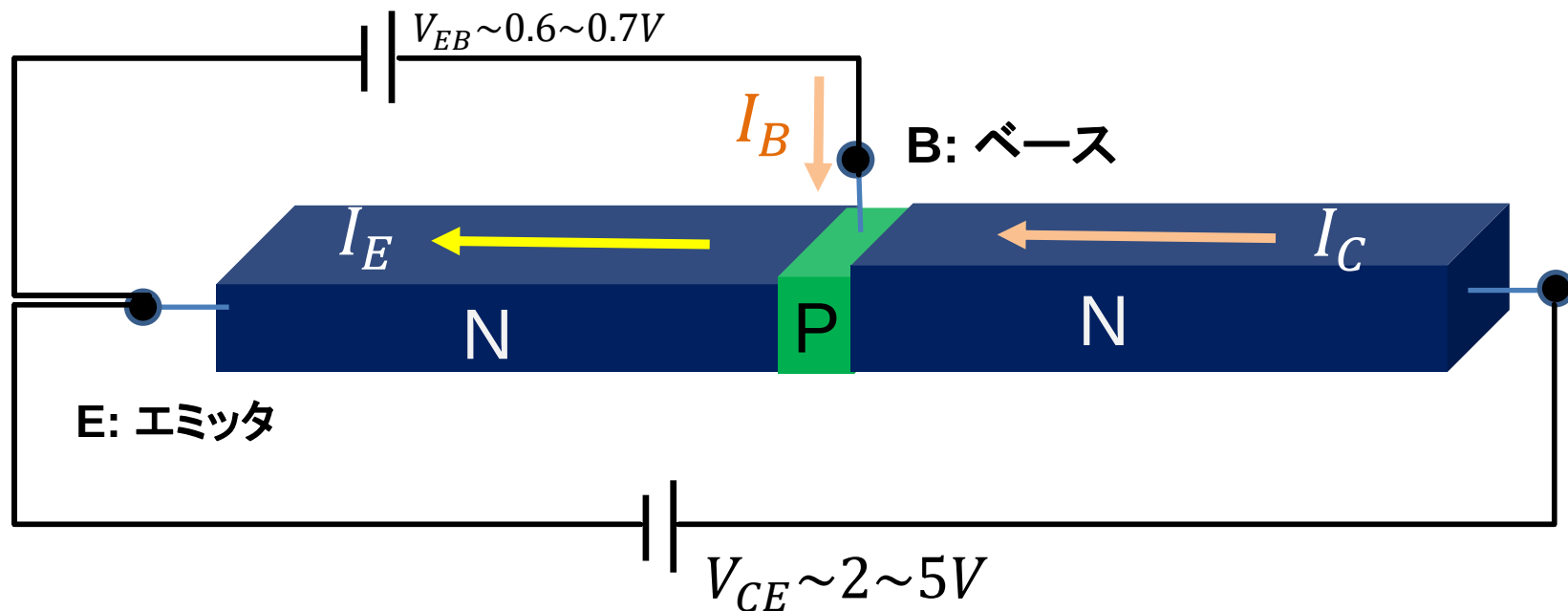


$$I_B + I_C = I_E \quad \beta = \frac{I_C}{I_B} \quad \alpha = \frac{I_C}{I_E}$$

$$\frac{I_B}{I_C} + 1 = \frac{I_E}{I_C}$$

$$\frac{1}{\beta} + 1 = \frac{1}{\alpha}$$

NPN接合：増幅率の計算

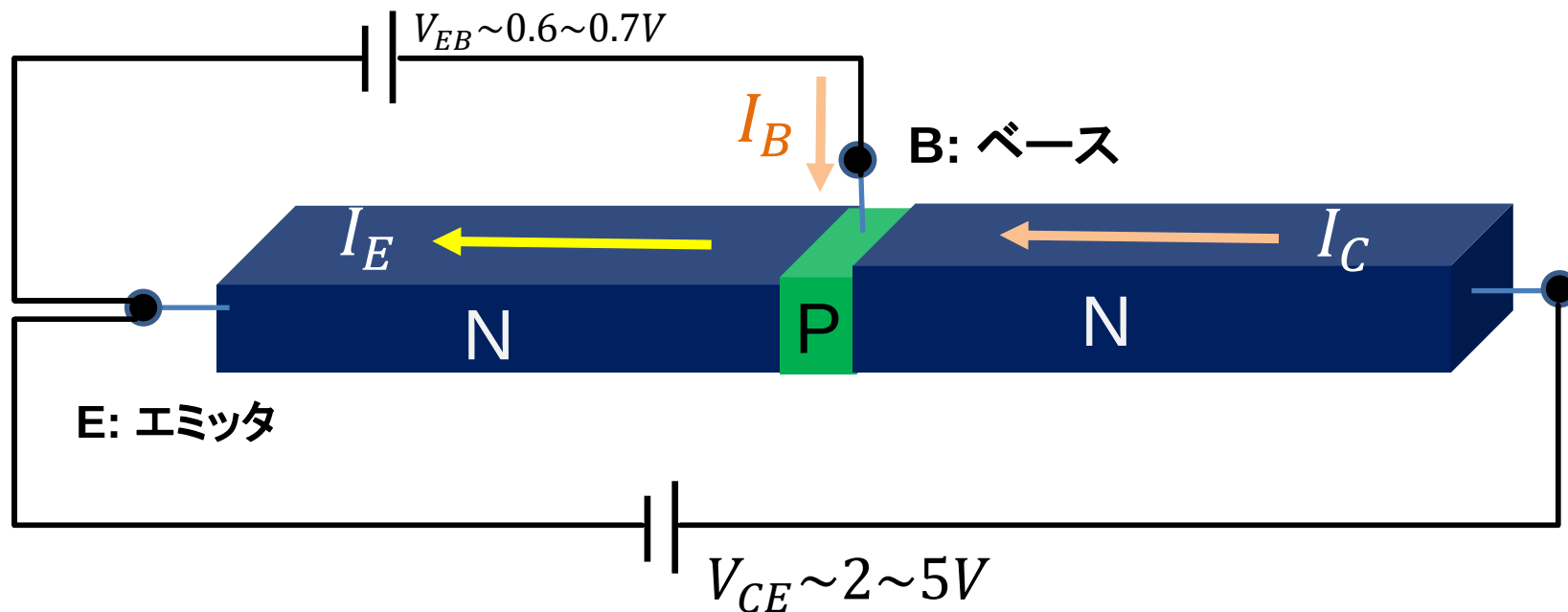


$$\beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$$

例 : $\alpha \cong 0.999$ $\alpha = \frac{I_C}{I_E}$

$\beta = 999$ $\beta = \frac{I_C}{I_B}$

NPN接合：増幅率の計算



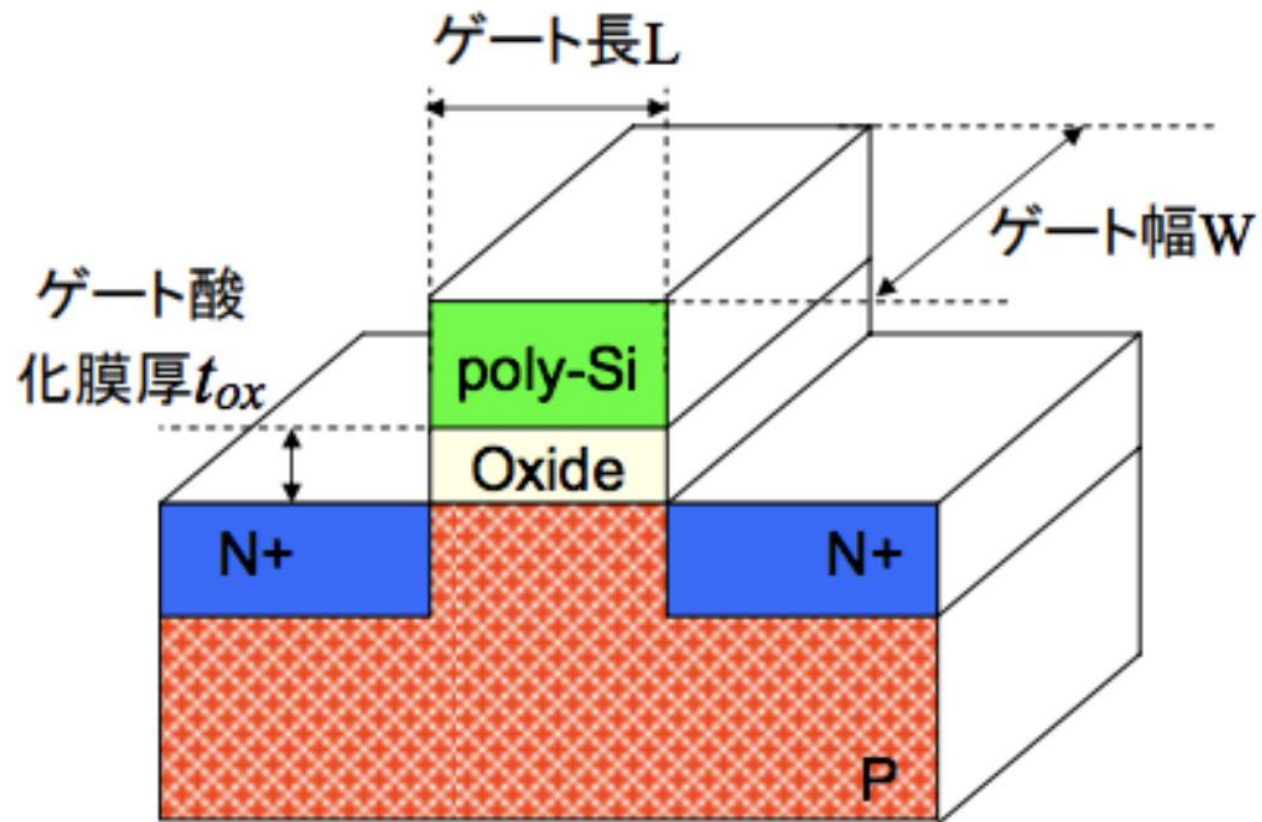
$$\beta = 999$$

$$I_C = 999I_B$$

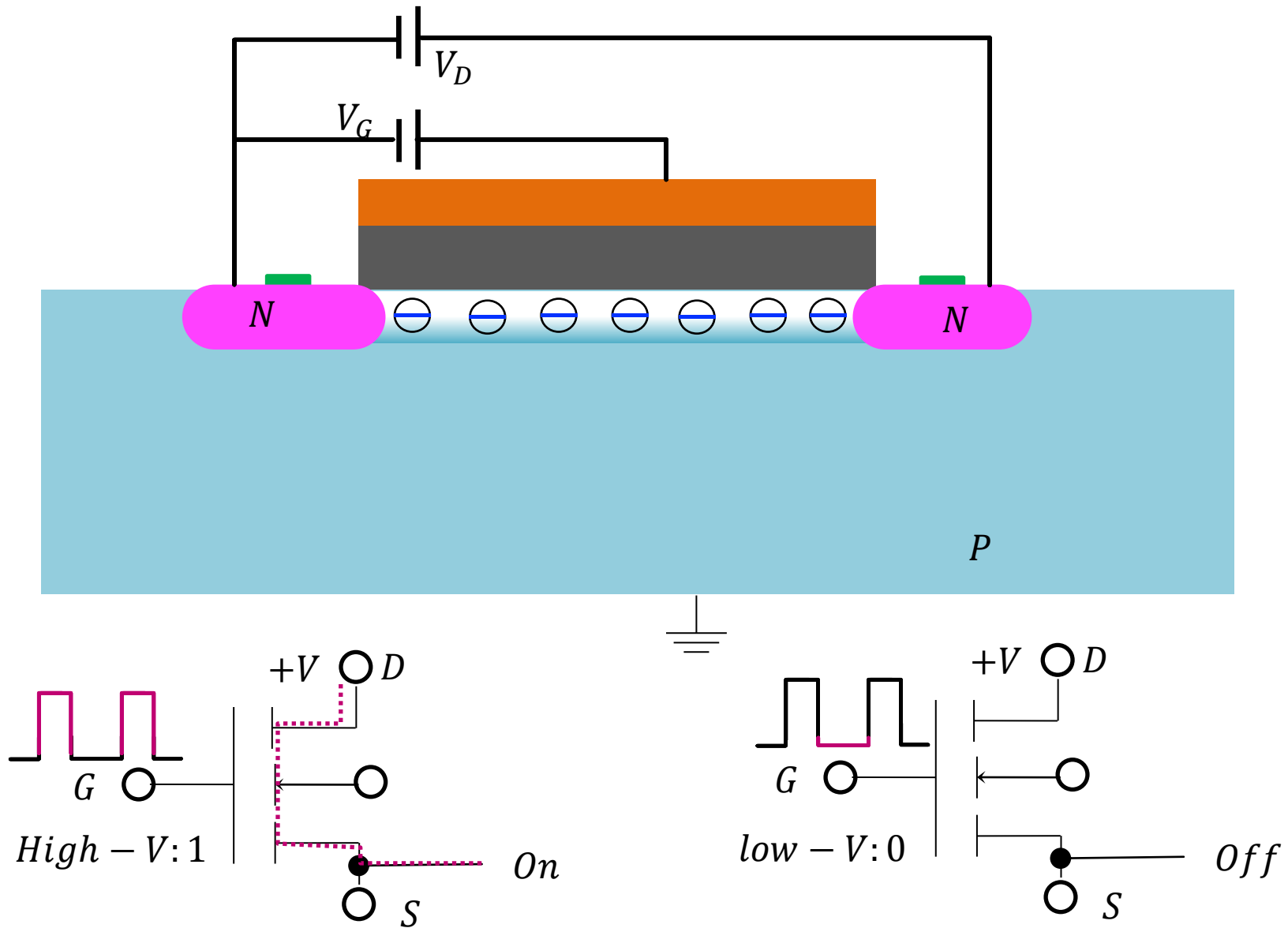
$$999 = \frac{I_C}{I_B}$$

電流が増幅される

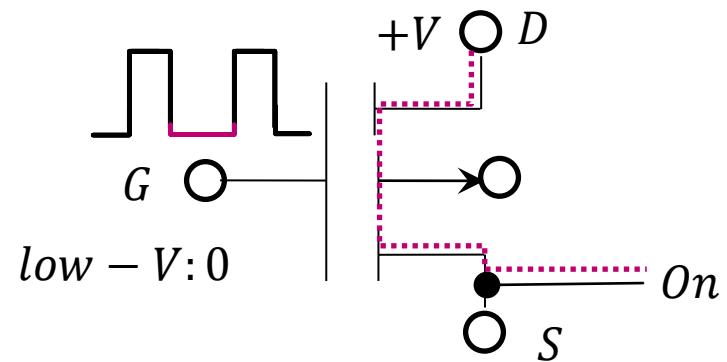
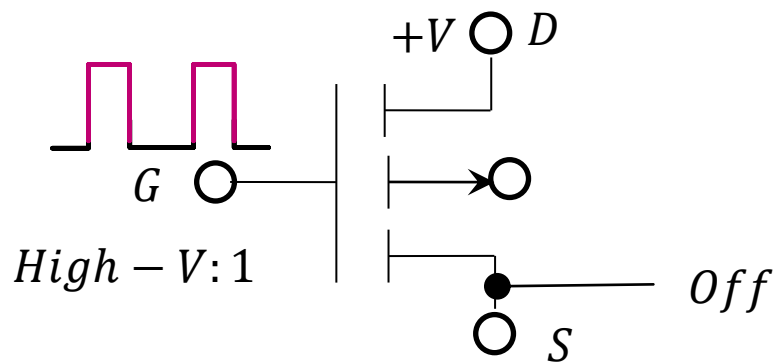
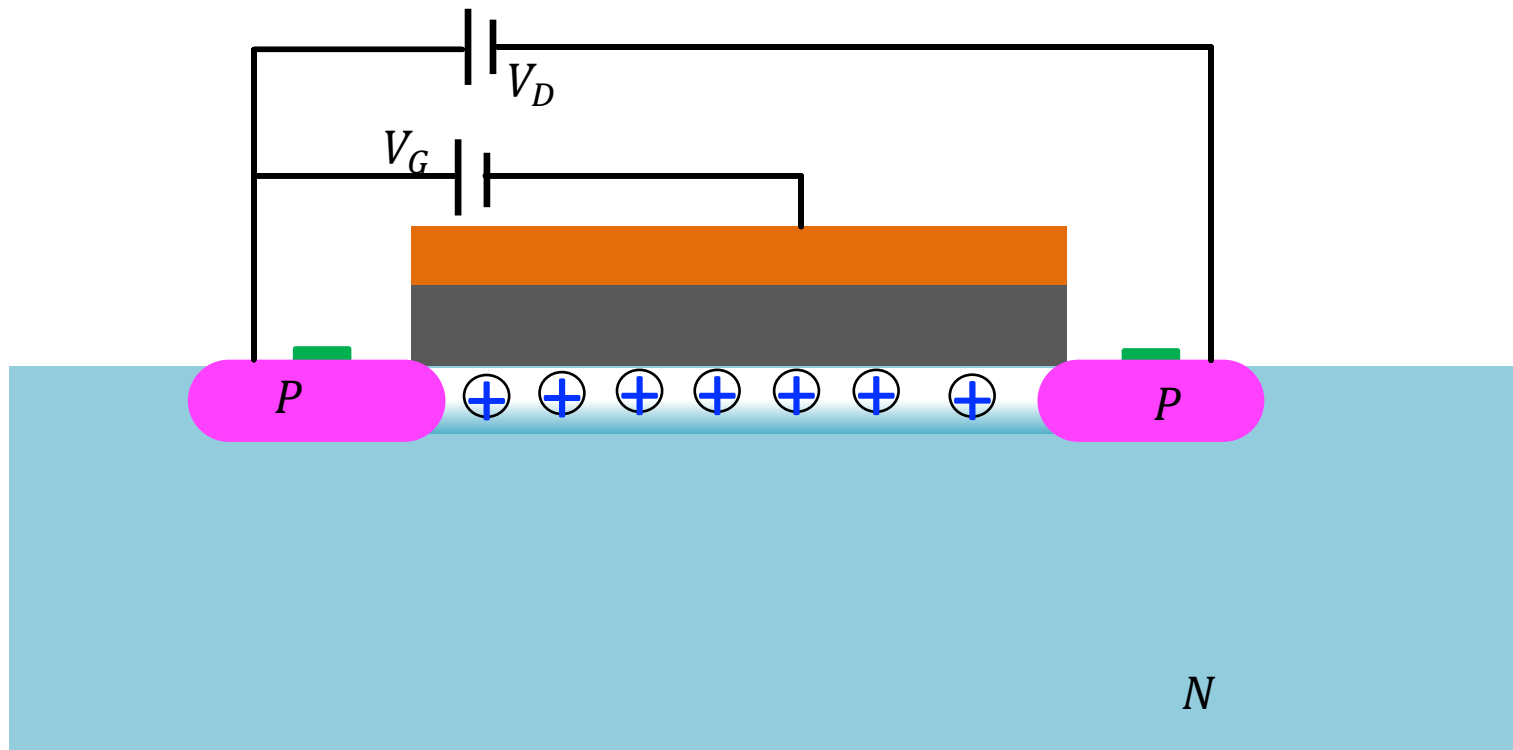
- Q6 エミッタ接地型NPNバイポーラトランジスタにおいて、ベース接地電流増幅率 α とし、エミッタ接地電流増幅率 β とする。(1) β と α の関係式を導け、(2) α が 0.995 のトランジスタエミッタ接地電流増幅率 β をもとめよ。



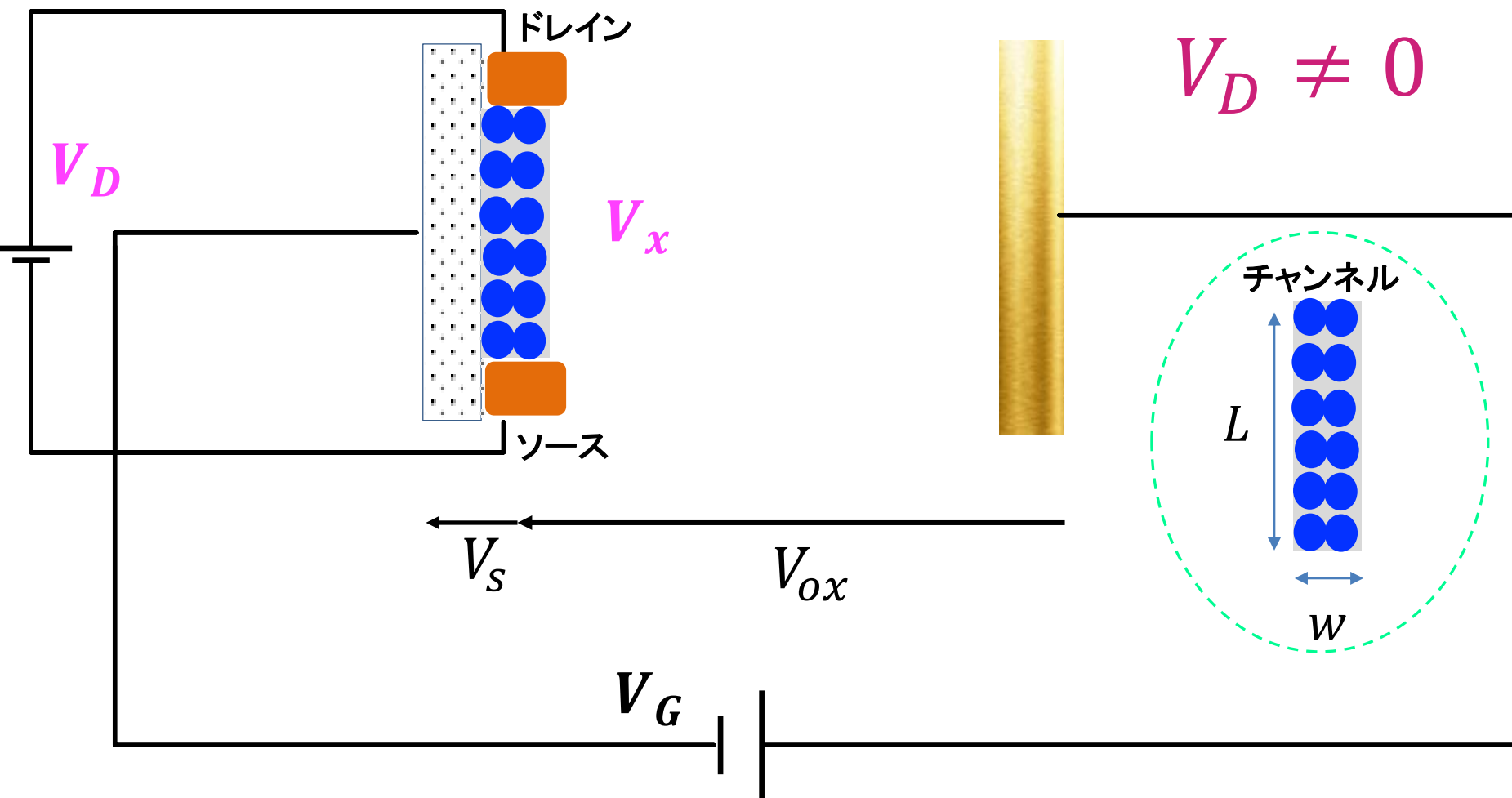
MOSFET : N-MOSと論理演算



MOSFET : P-MOSと論理演算

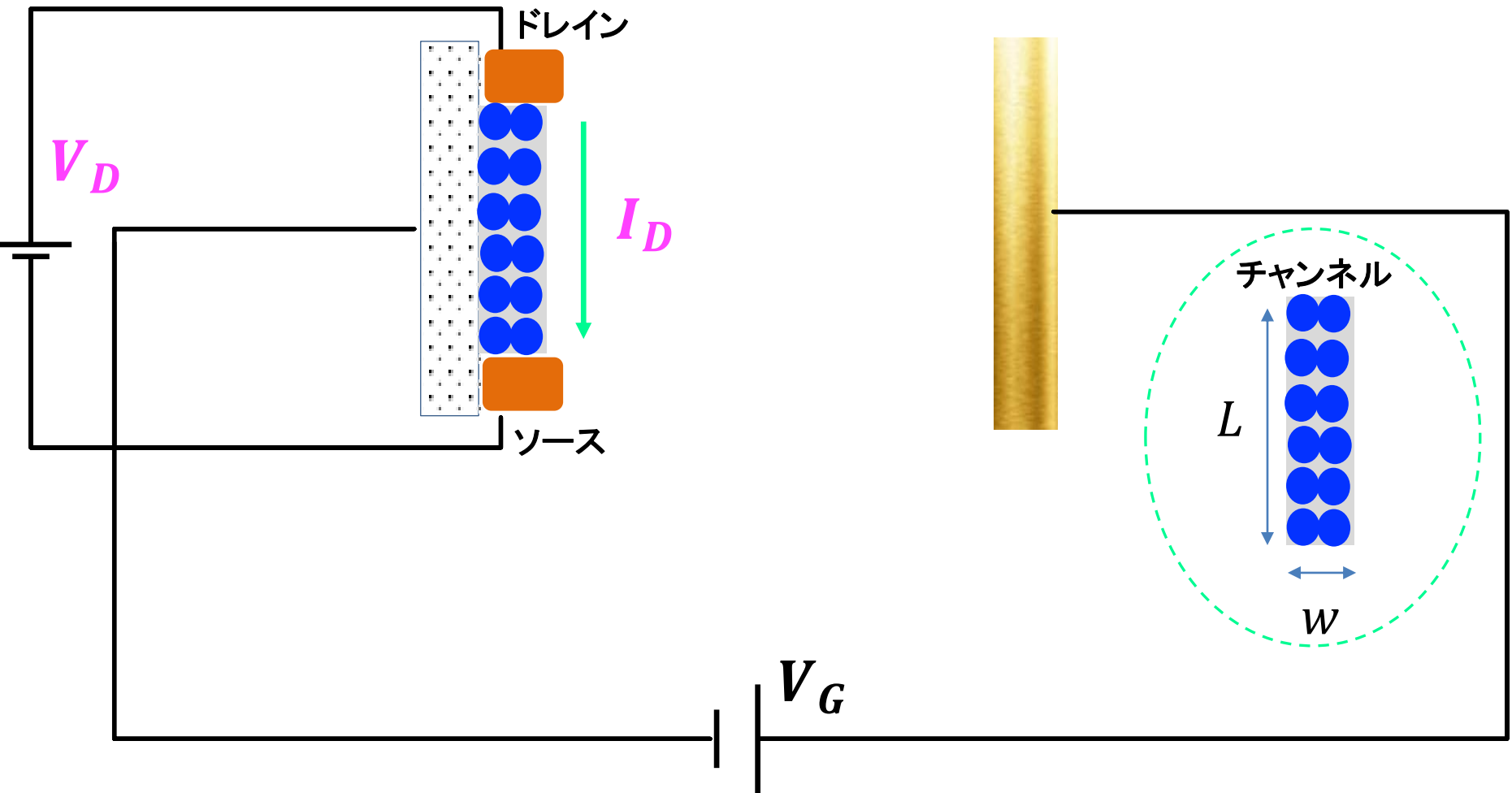


2次元電子から作ったチャンネル電流： I_D



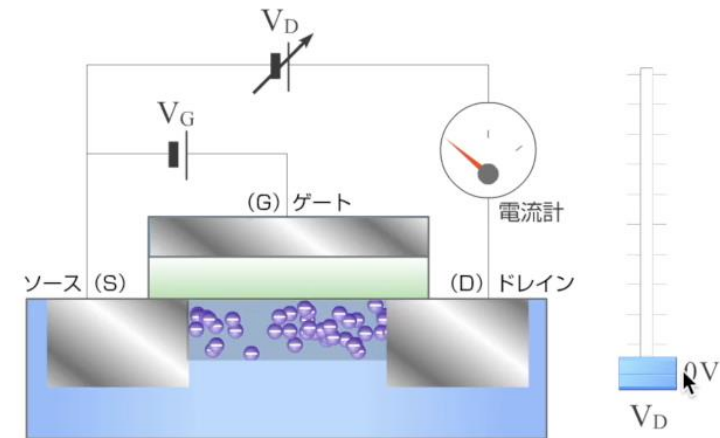
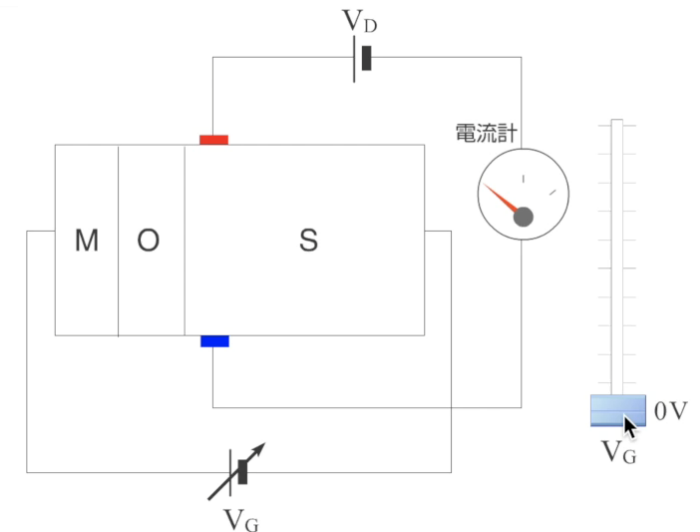
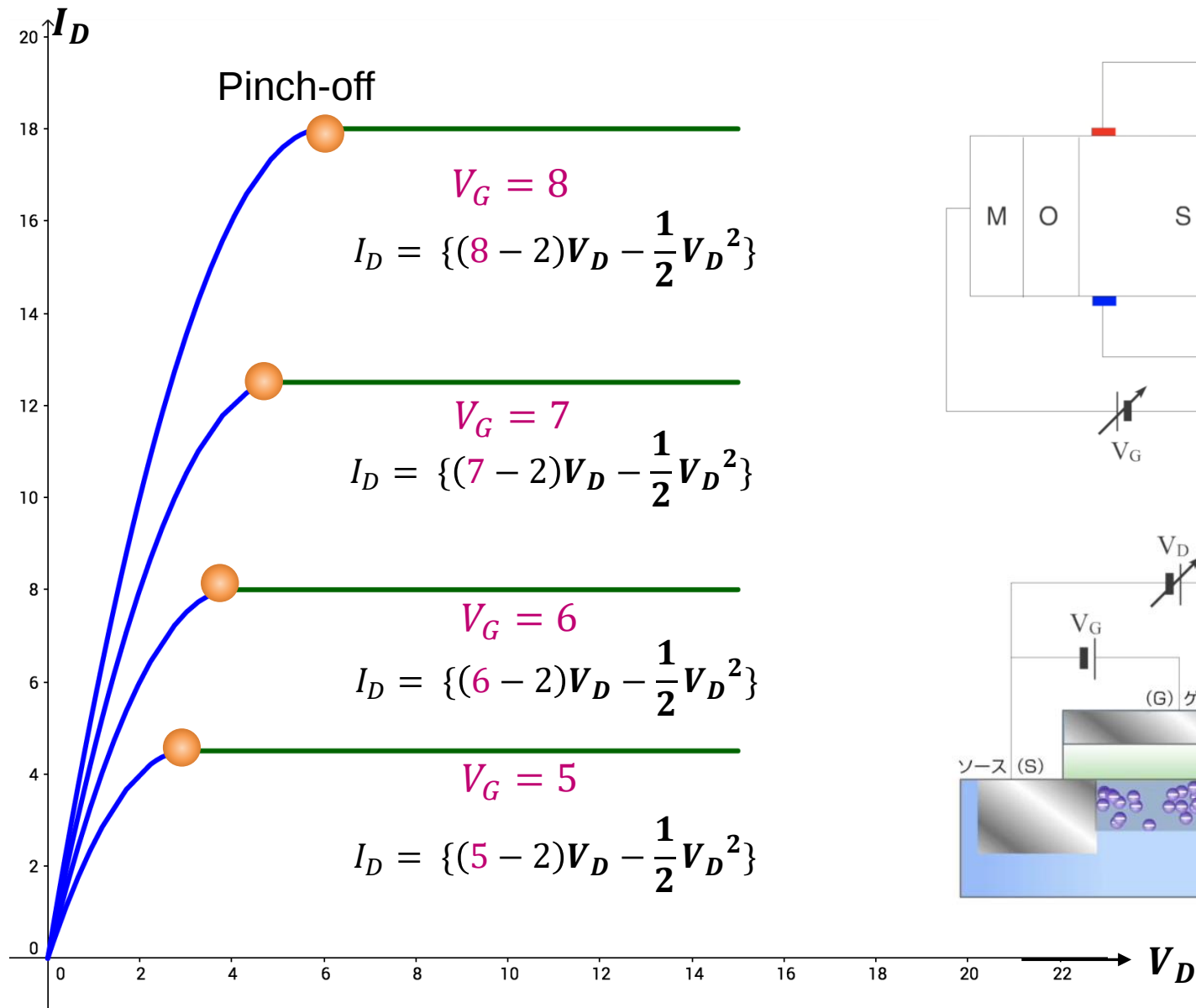
$$Q_N = C_{ox}(V_G - \mathbf{V}_x - V_{th})W$$

2次元電子から作ったチャンネル電流の V_G 依存性



$$I_{D_max} = \frac{\mu_n W}{L} C_{ox} (V_G - V_{th})^2$$

2次元電子チャンネル電流の V_G 依存性



2次元電子から作ったチャンネル電流： I_D

$$V_D \leq V_G - V_{th}$$

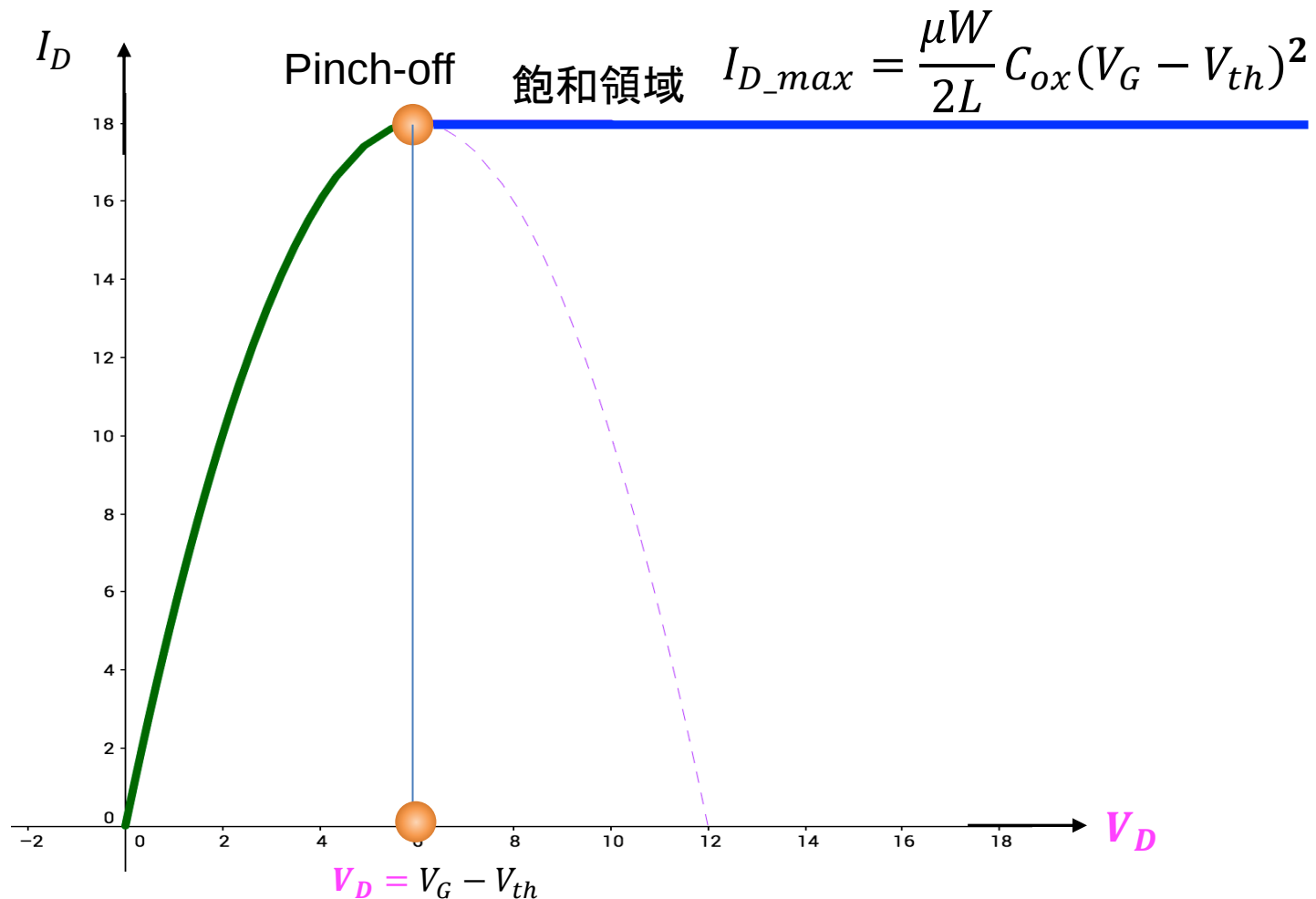
$$I_D = \frac{\mu W}{L} C_{ox} \left\{ (V_G - V_{th}) V_D - \frac{1}{2} V_D^2 \right\}$$

$$V_D \geq V_G - V_{th}$$

$$I_{D_max} = \frac{\mu W}{2L} C_{ox} (V_G - V_{th})^2$$

2次元電子から作ったチャンネル電流： I_D

$$I_D = \frac{\mu W}{L} C_{ox} \left\{ (V_G - V_{th}) V_D - \frac{1}{2} V_D^2 \right\}$$



Q7: 以下仕様を持つN型MOSトランジスタが(1)(2)の電圧で動作しているときのドレイン電流を計算せよ.

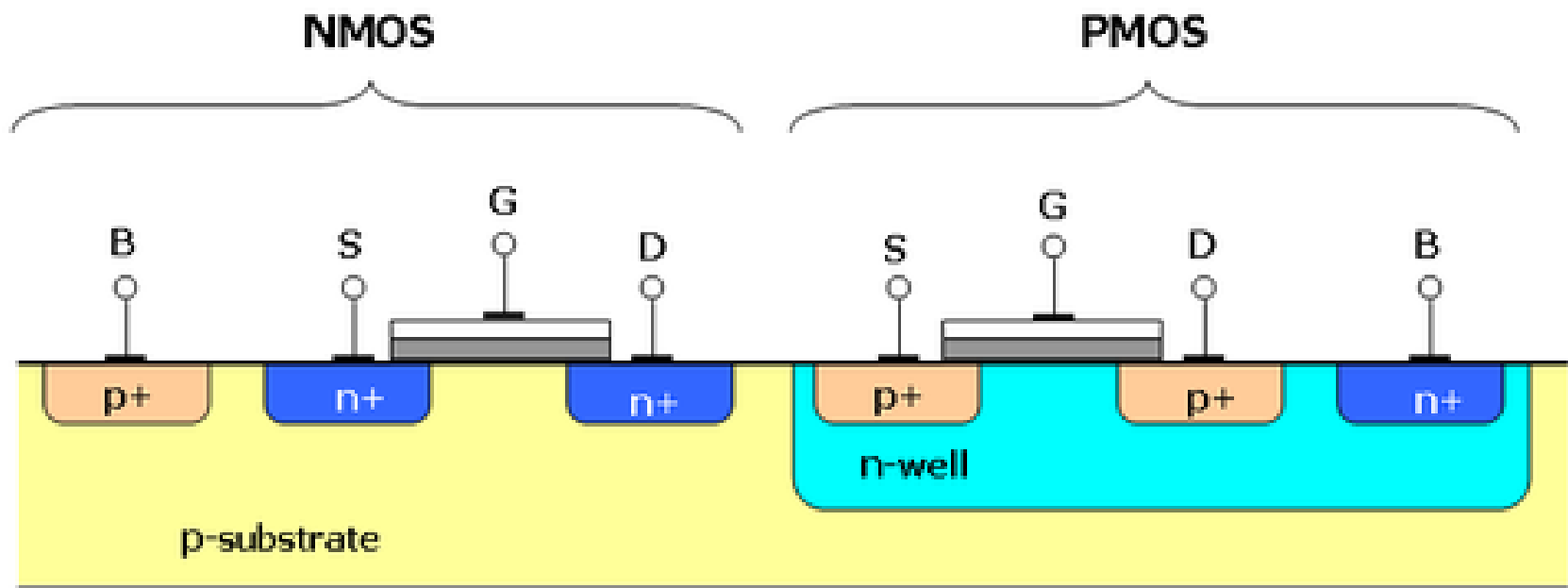
N型MOS仕様:

ゲート長 $L=0.25[\mu\text{m}]$; ゲート幅 $W=10[\mu\text{m}]$; しきい値電圧 $V_{\text{th}}=0.5\text{V}$; 単位面積あたりの酸化膜容量 $C_{\text{ox}}=7 \times 10^{-3} [\text{F}/\text{m}^2]$; 電子の実効移動度 $\mu_n=0.02[\text{m}^2/\text{V} \cdot \text{S}]$

(1)ゲート電圧 $V_G = 2.5\text{V}$, ドレイン電圧 $V_D = 2.5\text{V}$

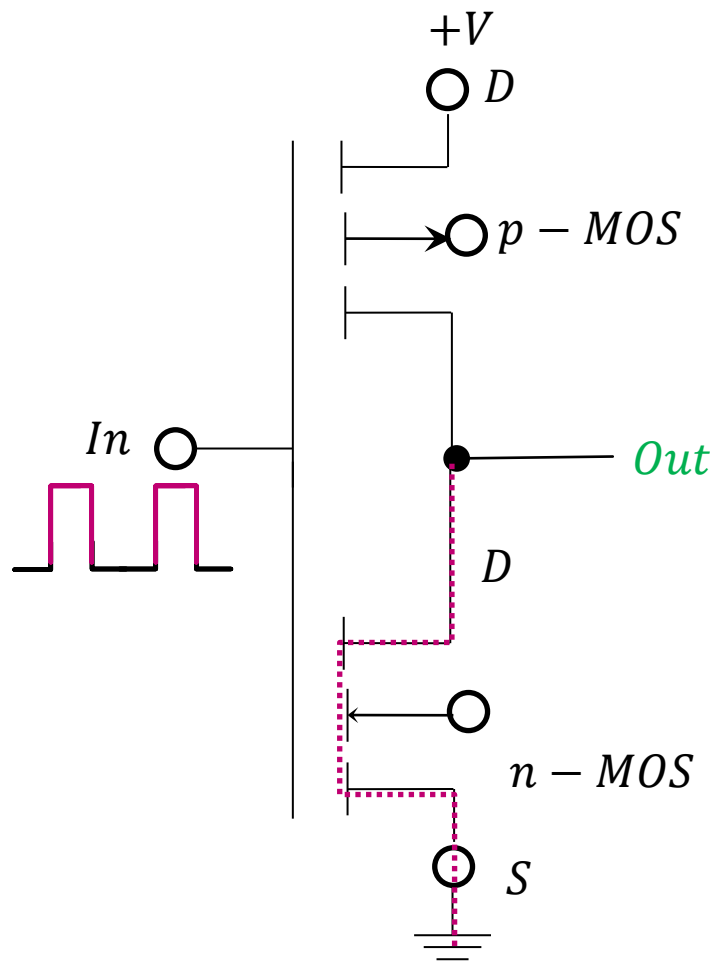
(2)ゲート電圧 $V_G = 2.5\text{V}$, ドレイン電圧 $V_D = 1.5\text{V}$

$C - MOS$ 集積回路



$C - MOS$

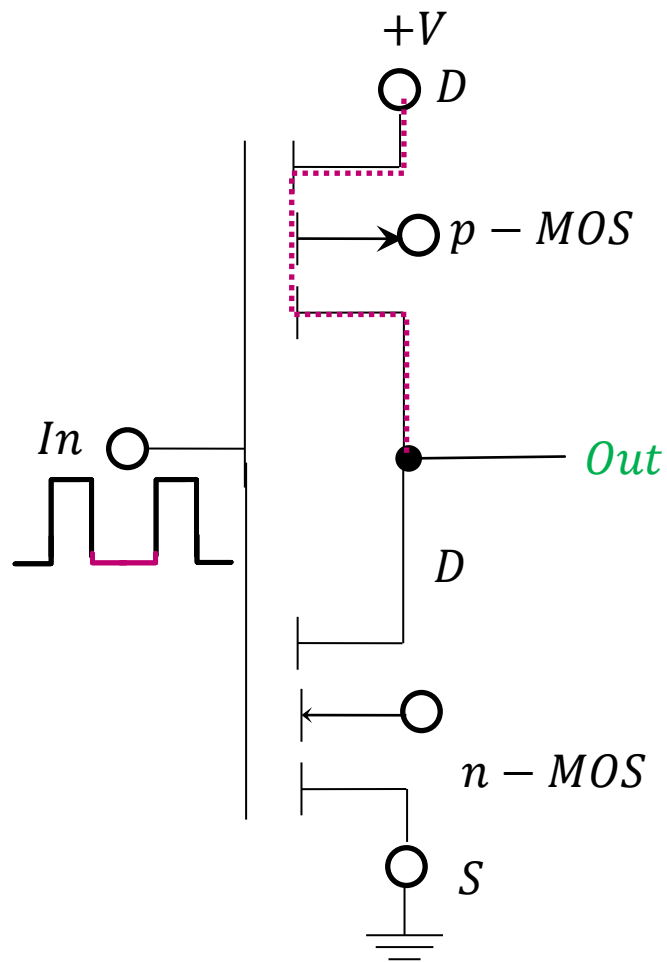
$P - MOS + N - MOS$



$CMOS$

NOT 回路

In	N-MOS	P-MOS	OUT
High	ON	OFF	Low



C - MOS

NOT回路

In	N-MOS	P-MOS	OUT
Low	Off	ON	High

Q8: CMOS回路でNOT回路を構成するとき:

(ア)0V側に接続するのは

(a) NMOS (b) PMOS

(イ)ゲート電圧が V_{dd} のときNMOSトランジスタは

(a) ON (b) OFF