i-PERC
電気通信大学

# 基礎電子工学CH-9

曽我部　東馬

電気通信大学
i-パワードエネルギーシステム研究センター(i-PERC）

# 概要:

- ホール効果
- 半導体における電流：ドリフト拡散モデル
- 連続方程式：
- キャリア生成と再結合
- 応用例１、例２、例３

# ドリフト拡散電流方程式

$$J_n = D_n \frac{dn}{dx} q \qquad J_n = qn\mu_n E$$

$$J_p = -D_p \frac{dp}{dx} q \qquad J_p = qp\mu_p E$$

$$J = J_n + J_p$$

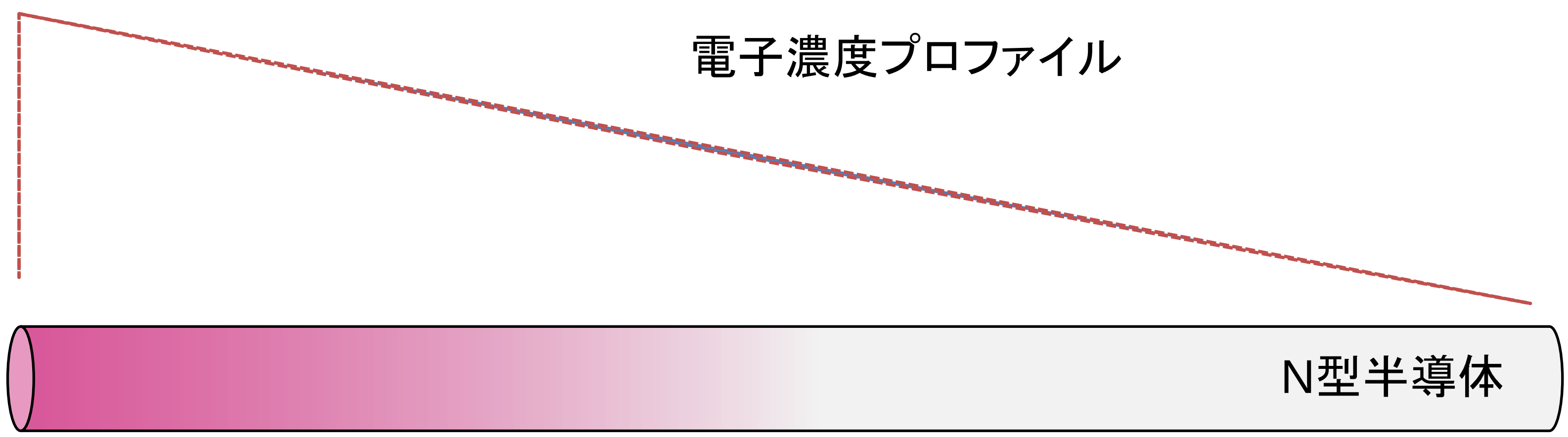
$$= qn\mu_n E + D_n \frac{dn}{dx} q + qp\mu_p - D_p \frac{dp}{dx} q$$

アインシュタイン関係式：
拡散係数と移動度を結ぶ

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n$$

$$= 0.025\mu_n (300K)$$

# アインシュタイン関係式の導出

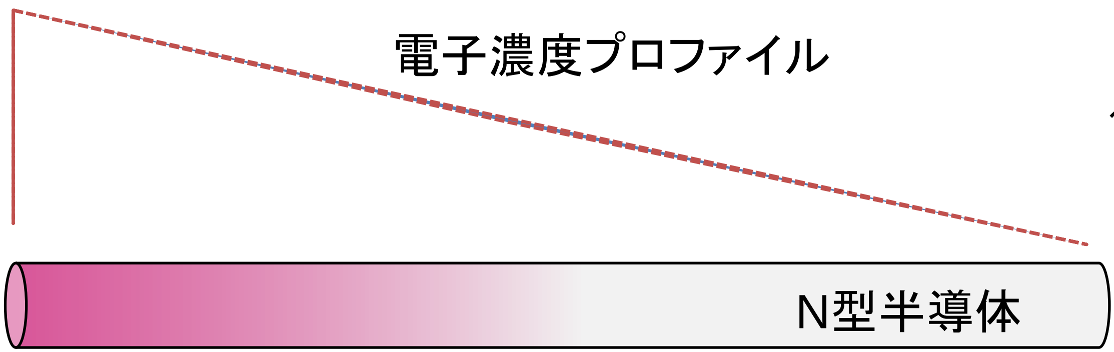



条件：①熱平衡→外部電場、外部光励起はない、全電流$J = 0$

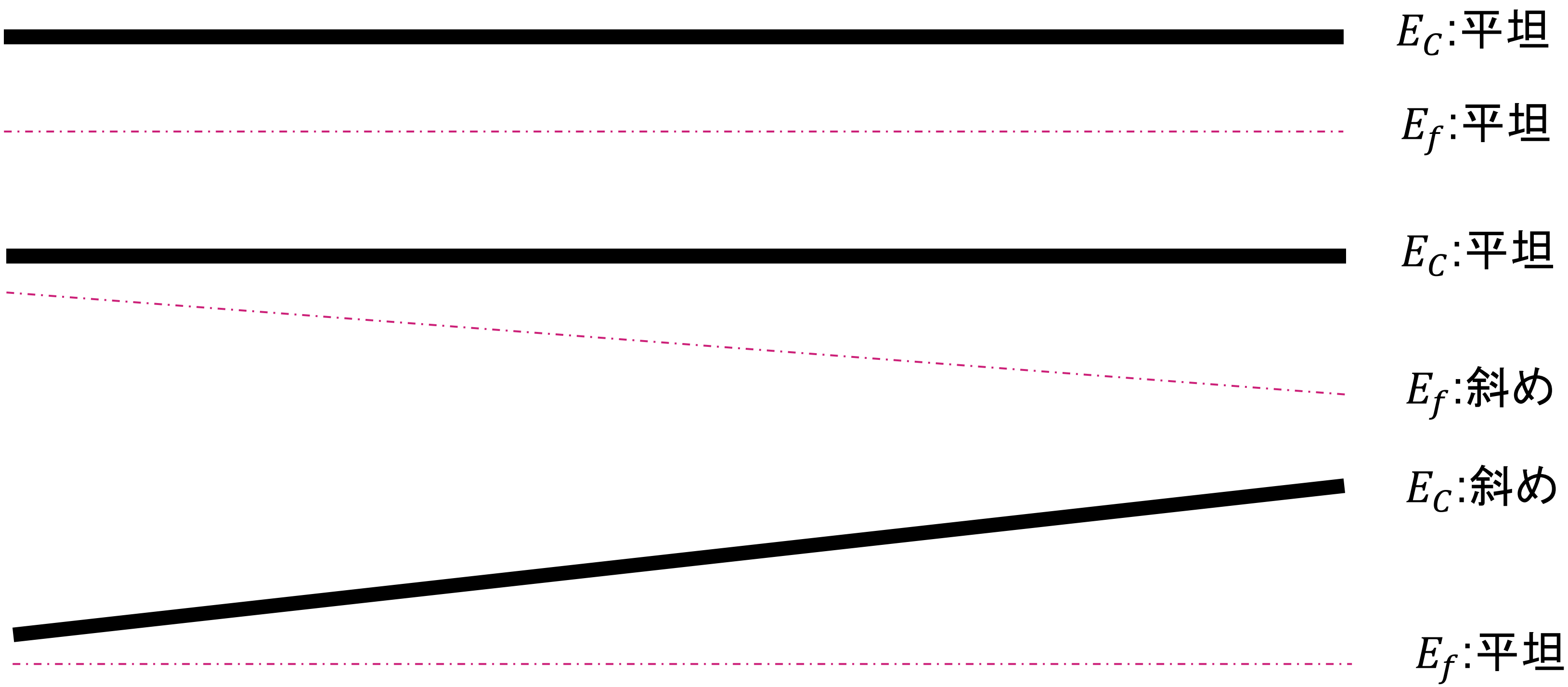
①熱平衡→フェルミ準位は場所に依存しない

② N型半導体：$p \ll n$, ホールを無視する

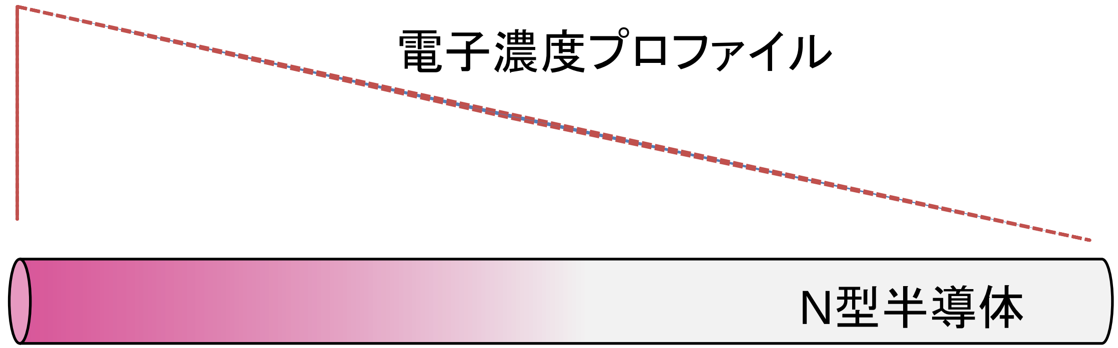
# アインシュタイン関係式の導出

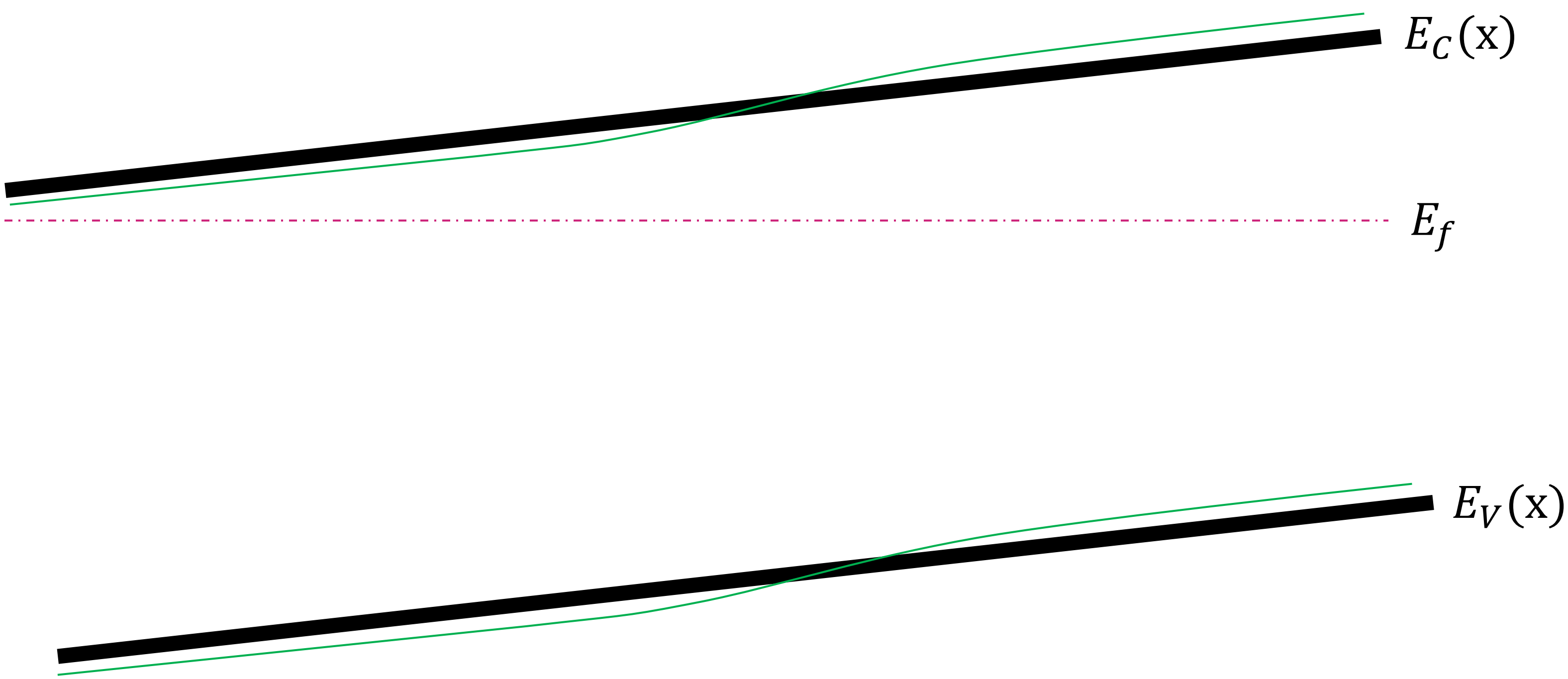



$$n = N_c \exp(\frac{E_f - E_c)}{kT}$$



# 濃度勾配を持つN型半導体:



# アインシュタイン関係式の導出

$$J = J_n = qn\mu_n E + D_n \frac{dn}{dx} q = 0 \quad n = N_c \exp(\frac{E_f - E_c(x))}{kT}$$

$$\frac{dn}{dx} = -n \frac{1}{kT} \frac{dE_c(x)}{dx} = -\frac{nqE}{kT} \qquad \frac{dE_c(x)}{dx} = qE$$

$$qn\mu_n E - D_n \frac{nE}{kT} q^2 = 0$$

$$\mu_n - D_n \frac{q}{kT} = 0$$

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n = 0.025\mu_n \text{(300K)}$$

$Dn$: ~37.5$[cm^2/s)$

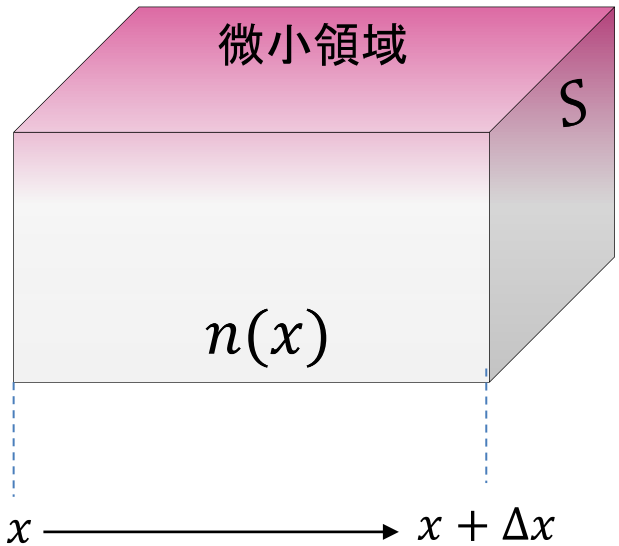
$Dp$: ~7.5$[cm^2/s)$

$\mu_e$: 1000$[cm^2/(V \cdot s)$

$\mu_h$: 50~300$[cm^2/(V \cdot s)$

# 連続方程式: 定常状態と熱平衡:

$$\frac{\partial n(x)}{dt} = G - R + \frac{1}{-q}\frac{\partial J_n}{\partial x}$$



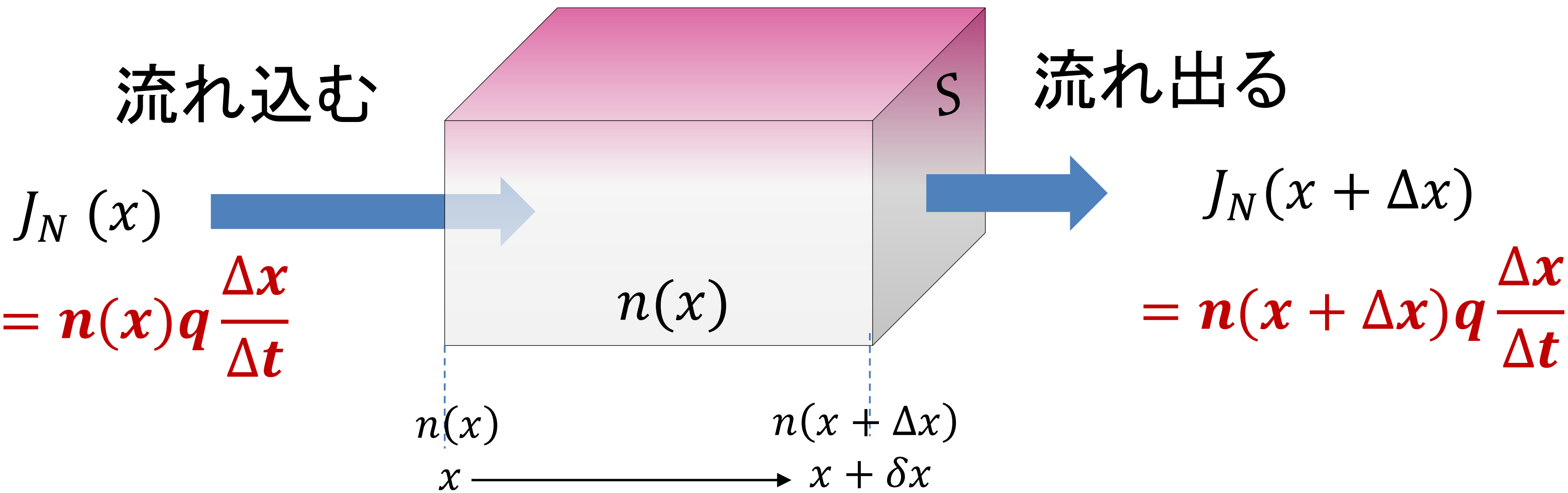

$$J_n = nqv + D_n \frac{dn}{dx} q$$

微小領域を考慮しているので、拡散の成分を無視する。

$$J_n = nq \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$J_n(x) = n(x) q \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

# 電流の流れによるキャリア密度の時間変化

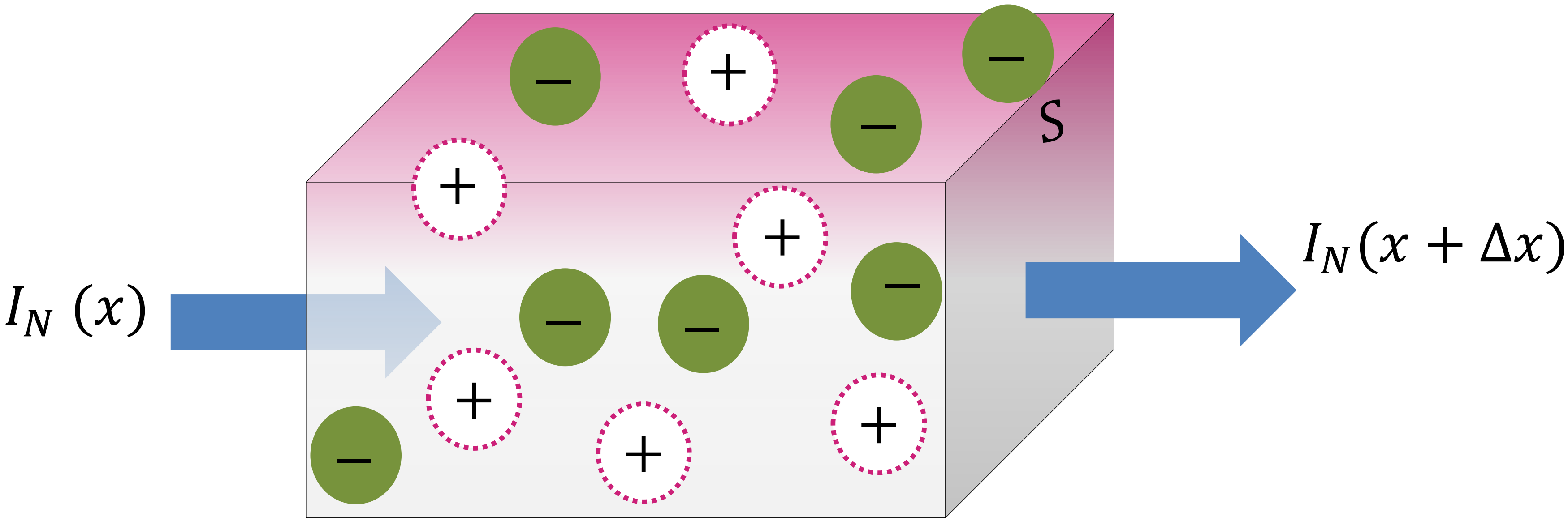



$$J_N(x) - J_N(x+\Delta x) = \{n(x) - n(x+\Delta x)\}q\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\Delta J_N(x) = -\Delta n(x)q\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{1}{-q}\frac{\Delta J_N(x)}{\Delta x}$$

# 生成と再結合によるキャリア濃度の時間変化:

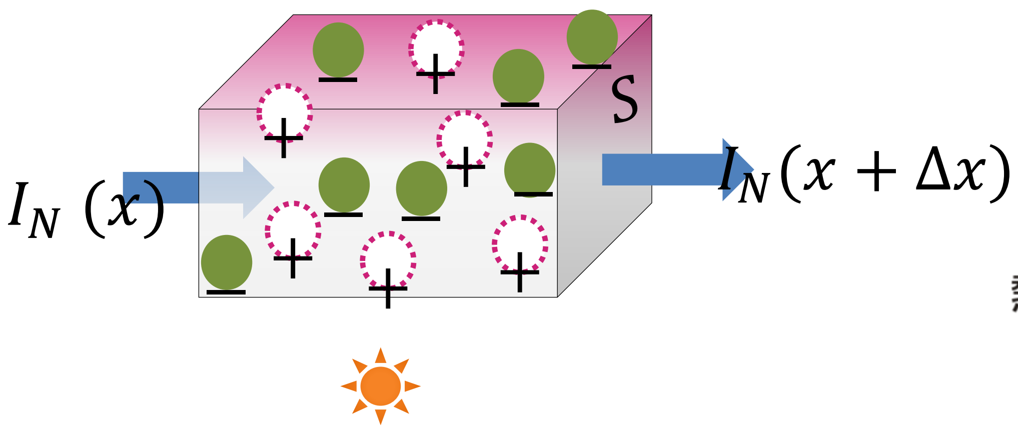


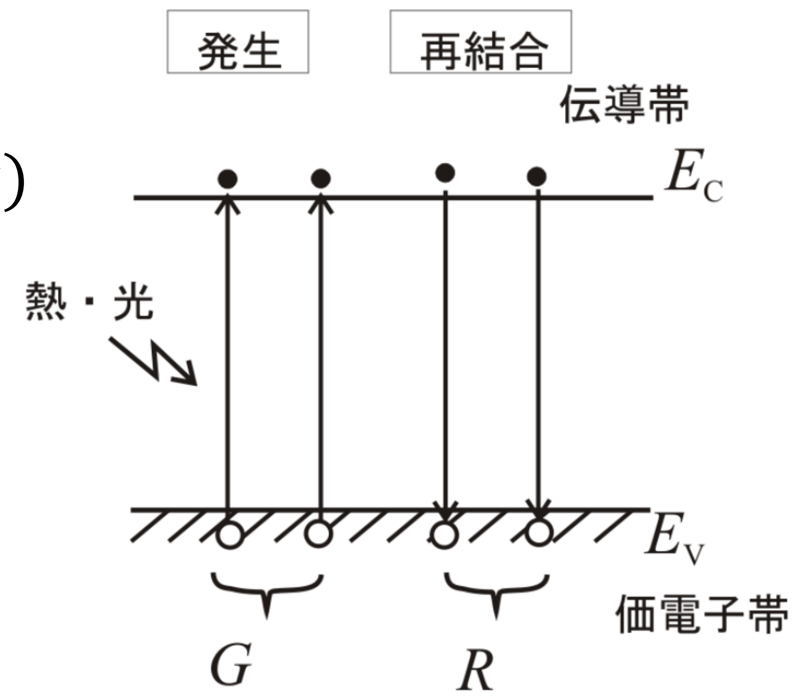

生成率と再結合率の単位:
$(1/m^3s)$

$$\Delta n = (生成率 - 再結合率)\Delta t$$

$$\Delta n = Generation\ rate - Recombination\ \ rate$$

$$\Delta n = (G - R) \times \Delta t \qquad \frac{\partial n(x)}{\partial t} = G - R$$




生成率と再結合率の単位:
$(1/m^3 s)$

$$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{R} = \frac{n_0}{\tau_n}$$

# 半導体帯におけるキャリアの生成と再結合を計算する

$$\frac{\partial n(x)}{\partial t} = \frac{1}{-q}\frac{\partial J_N}{\partial x} + G - R$$

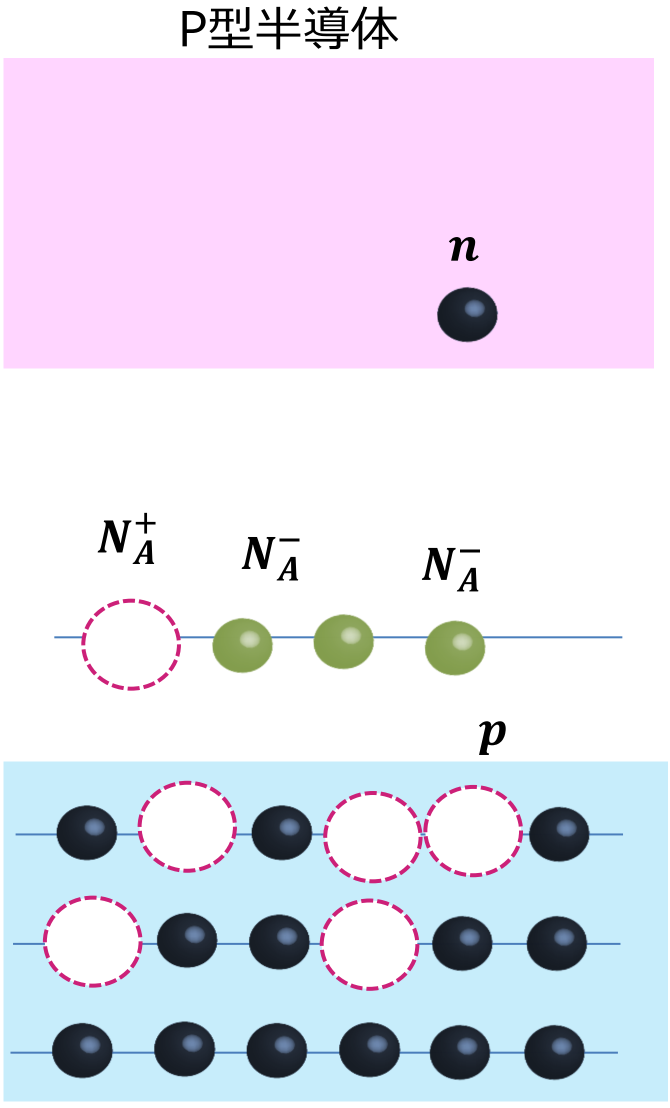
定常状態: $\dfrac{\partial n(x)}{\partial t} = 0$

熱平衡状態: $J_N = 0\,, \boldsymbol{G_0 = R_0}$

非平衡状態: $G \neq R\ , G > \boldsymbol{G_0}\,, R > \boldsymbol{R_0}$

$$J = qn\mu_n E + D_n \frac{dn}{dx} q + qp\mu_p - D_p \frac{dp}{dx} q$$

# 熱平衡状態の$G_0$と$R_0$　P型半導体




$n \ll p$であるので

多数キャリアホール濃度の変化を無視する

$$\frac{\partial p}{\partial t} = G_{p0} - R_{p0}$$

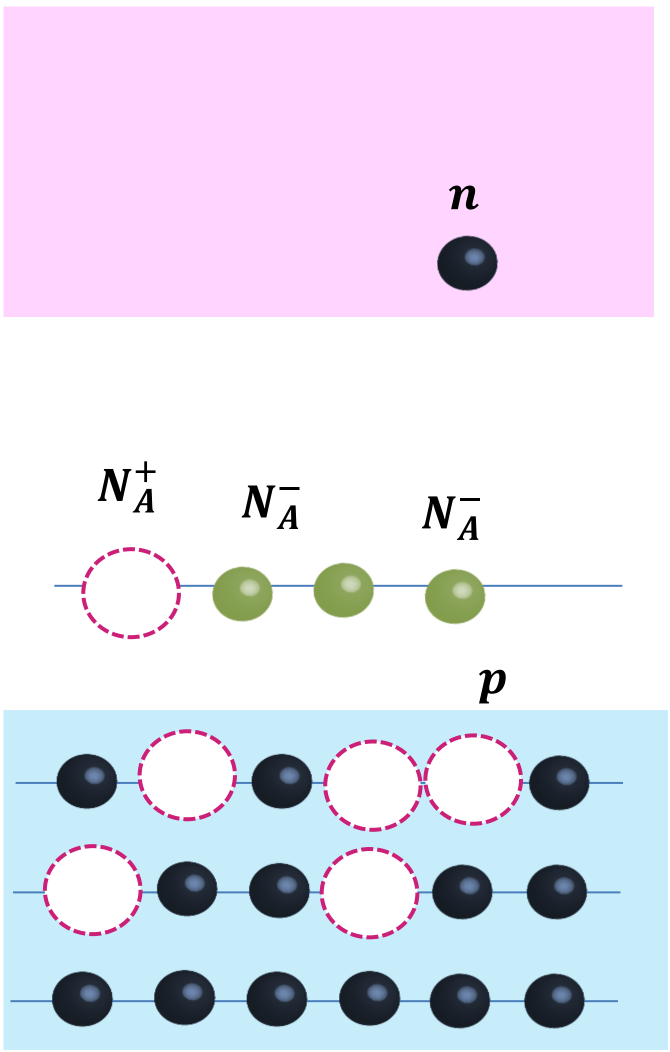
$$\boldsymbol{\frac{\partial n}{\partial t} = G_{n_0} - R_{n_0} = 0}$$

再結合率：

$$R_{n0} = \alpha n_0 p_0 = \frac{n_0}{\tau_n}$$

$$\boldsymbol{G_{n_0} = R_{n_0}} = \frac{n_0}{\tau_n}$$

# 熱平衡状態の$G_0$と$R_0$　P型半導体




熱平衡状態では:

$$p_0\, n_0 = n_i^2$$

P型半導体：$n \ll p$であるので

$$p_0 = N_A$$

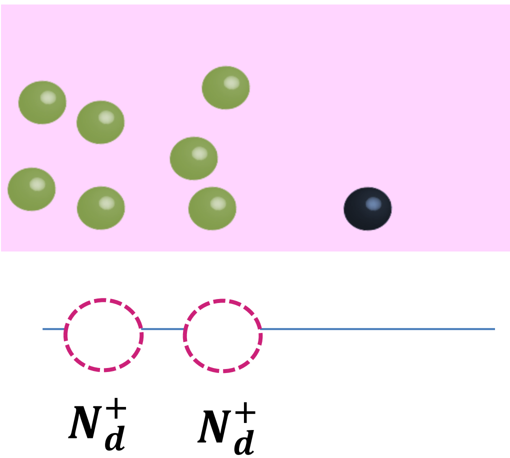
少数キャリア電子の再結合率:

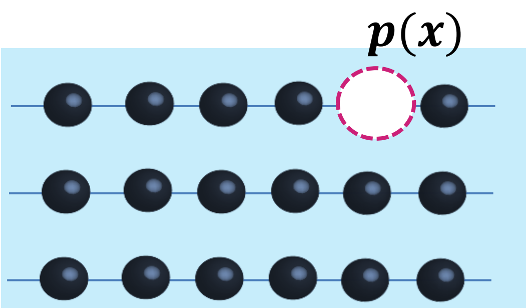
$$R_n = \alpha n_0 N_A = \frac{n_0}{\tau_n}$$

$$n_0 = \frac{n_i^2}{N_A}$$

# 熱平衡状態の$G_0$と$R_0$ N型半導体

N型半導体




熱平衡状態では:

$$p_0\, n_0 = n_i^2$$

N型半導体：$p \ll n$であるので

$$n_0 = N_d$$

少数キャリアホール再結合率:

$$R_p = \alpha p_0 N_d = \frac{p_0}{\tau_p}$$

$$p_0 = \frac{n_i^2}{N_d}$$

# 応用編

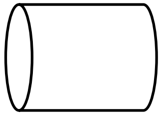
連続式:

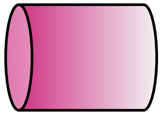
$$\frac{\partial n(x)}{\partial t} = \frac{1}{-q}\frac{\partial J_N}{\partial x} + G - R$$

ドリフト拡散電流方程式

$$J_N = qn(x)\mu_n E + D_n \frac{\partial n(x)}{\partial x} q$$

# 例題1：過剰キャリアの時間依存性

N型半導体 

 N型半導体

熱平衡

少数キャリア：ホール

$G_0$

 $G_L$

非平衡：光励起

過剰キャリア：ホール

$G_L$

$$\frac{\partial p(x)}{\partial t} = G_L + G_0 - R + \frac{1}{-q}\frac{\partial J_N}{\partial x}$$

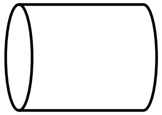
$$J_N = qn(x)\mu_n E + D_n \frac{\partial n(x)}{\partial x} q$$

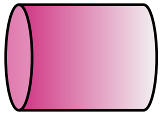
均一照射：$\frac{\partial n(x)}{\partial x} = 0$

$$\frac{\partial J_N}{\partial x} = 0$$

外部・内部電場はないので：$E = 0$

# 例題1:過剰キャリアの時間依存性@定常状態

N型半導体 

 N型半導体

熱平衡

少数キャリア:ホール

$G_0$

$G_L$

非平衡:光励起

過剰キャリア:ホール

$G_L$

$$\frac{\partial p(x)}{\partial t} = G_L + G_0 - R$$

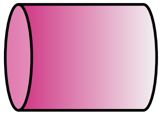
$t < 0 \rightarrow t = 0$ 定常状態になると上式は0になる。

$$G_L + \frac{p_0}{\tau_p} - \frac{p_{t=0}}{\tau_p} = 0$$

$$G_L = \frac{p_{t=0} - p_0}{\tau_p} = \frac{\Delta p}{\tau_p}$$

$$p_{t=0} - p_0 = G_L \tau_p$$

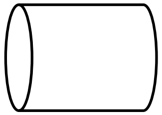
# 例題2：過剰キャリアの過渡(transient)現象



N型半導体

$G_L$

$t <= 0$



N型半導体

$t > 0 \qquad G_0$

$G_L = 0$

定常状態ではないので：

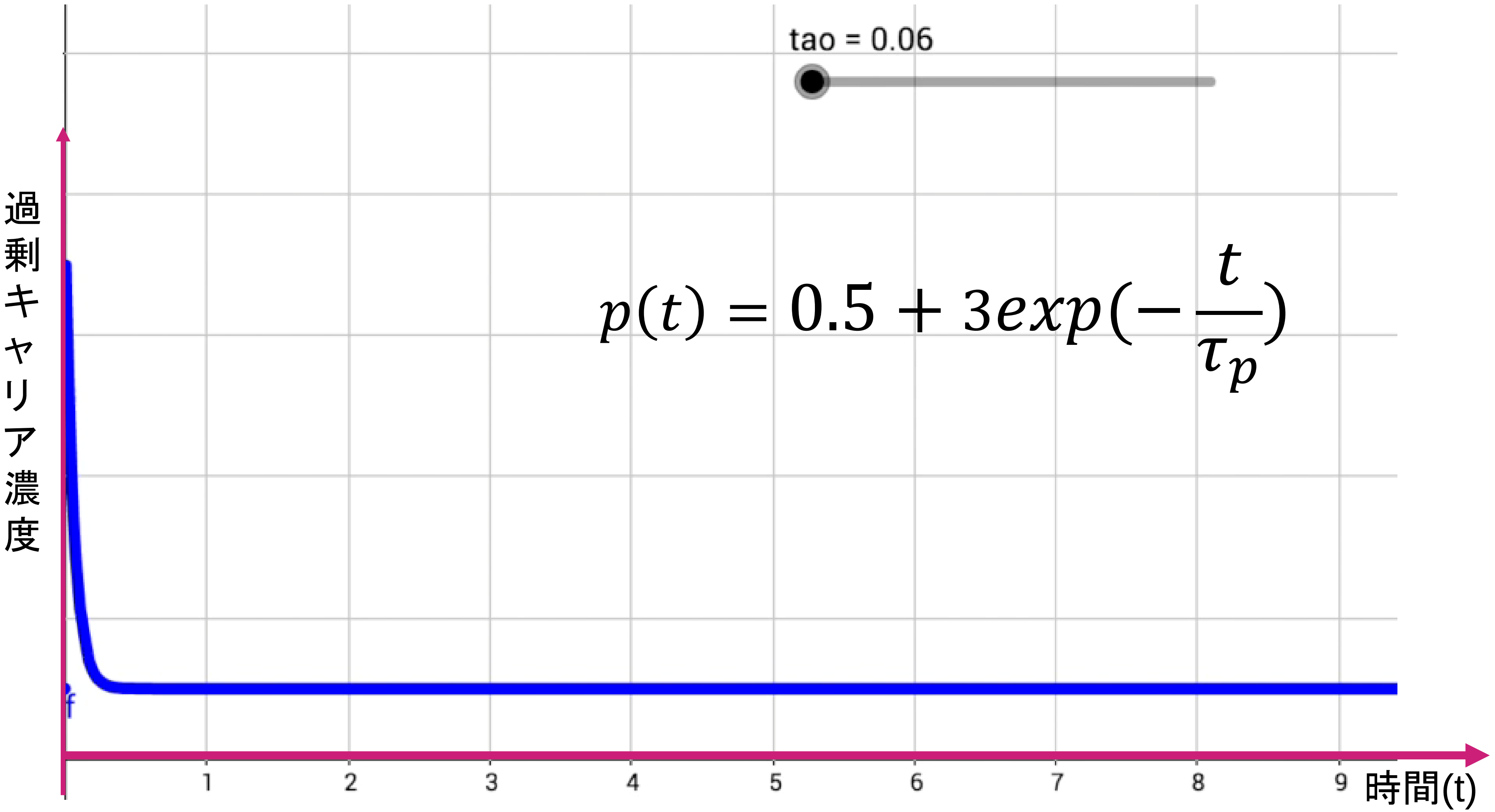
$$\frac{\partial p(t)}{\partial t} = G_0 - R \qquad \frac{\partial p(t)}{\partial t} = -\frac{p(t) - p_0}{\tau_p}$$

$$\ln[p(t) - p_0] = -\frac{t}{\tau_p} + C \qquad p(t) - p_0 = Aexp(-\frac{t}{\tau_p})$$

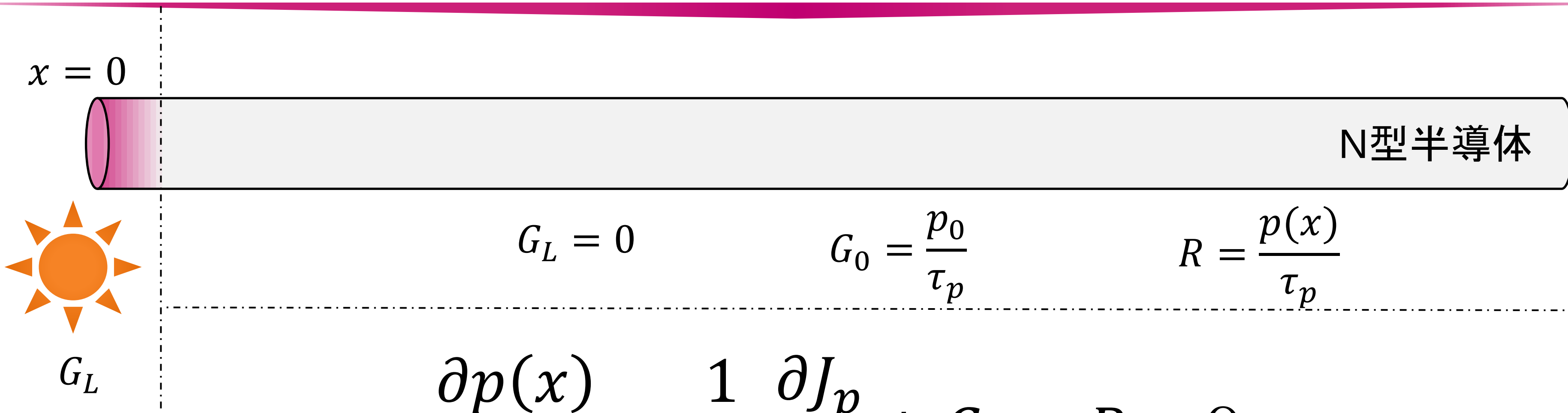
$$p_{t=0} - p_0 = G_L \tau_p = A$$

# 例題2：過剰キャリアの過渡(transient)現象

$$p(t) = p_0 + G_L \tau_p exp(-\frac{t}{\tau_p})$$



# 例題3:過剰キャリアの位置依存性




$$\frac{\partial p(x)}{\partial t} = \frac{1}{-q}\frac{\partial J_p}{\partial x} + G_0 - R = 0$$

$$J_p = qp(x)\mu_p E - D_p \frac{\partial p(x)}{\partial x} q$$

定常状態を考える: $\frac{\partial p(x)}{\partial t} = 0$, また電場は存在しないので、$E = 0$

$$\frac{1}{q}\frac{\partial J_p}{\partial x} = G_0 - R \quad \rightarrow \quad D_p \frac{\partial^2 p(x)}{\partial x^2} = \frac{p(x) - p_0}{\tau_p}$$

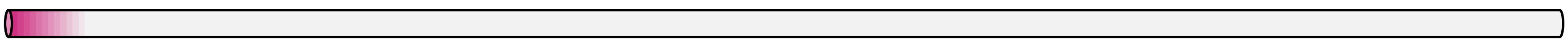
# 例題3：過剰キャリアの位置依存性

$$\frac{\partial^2 p(x)}{\partial x^2} - \frac{p(x) - p_0}{D_p \tau_p} = 0$$

$$p(x) - p_0 = C_1 \exp\left(\frac{x}{\sqrt{D_p \tau_p}}\right) + C_2 \exp\left(-\frac{x}{\sqrt{D_p \tau_p}}\right)$$

境界条件

境界条件



$x = 0$

$p(x) = p_{x=0} - p_0$

$C_1 = 0$

$C_2 = p_{x=0} - p_0$

$x = \infty$

$p(x) = p_0$

$p(x) - p_0 = 0$

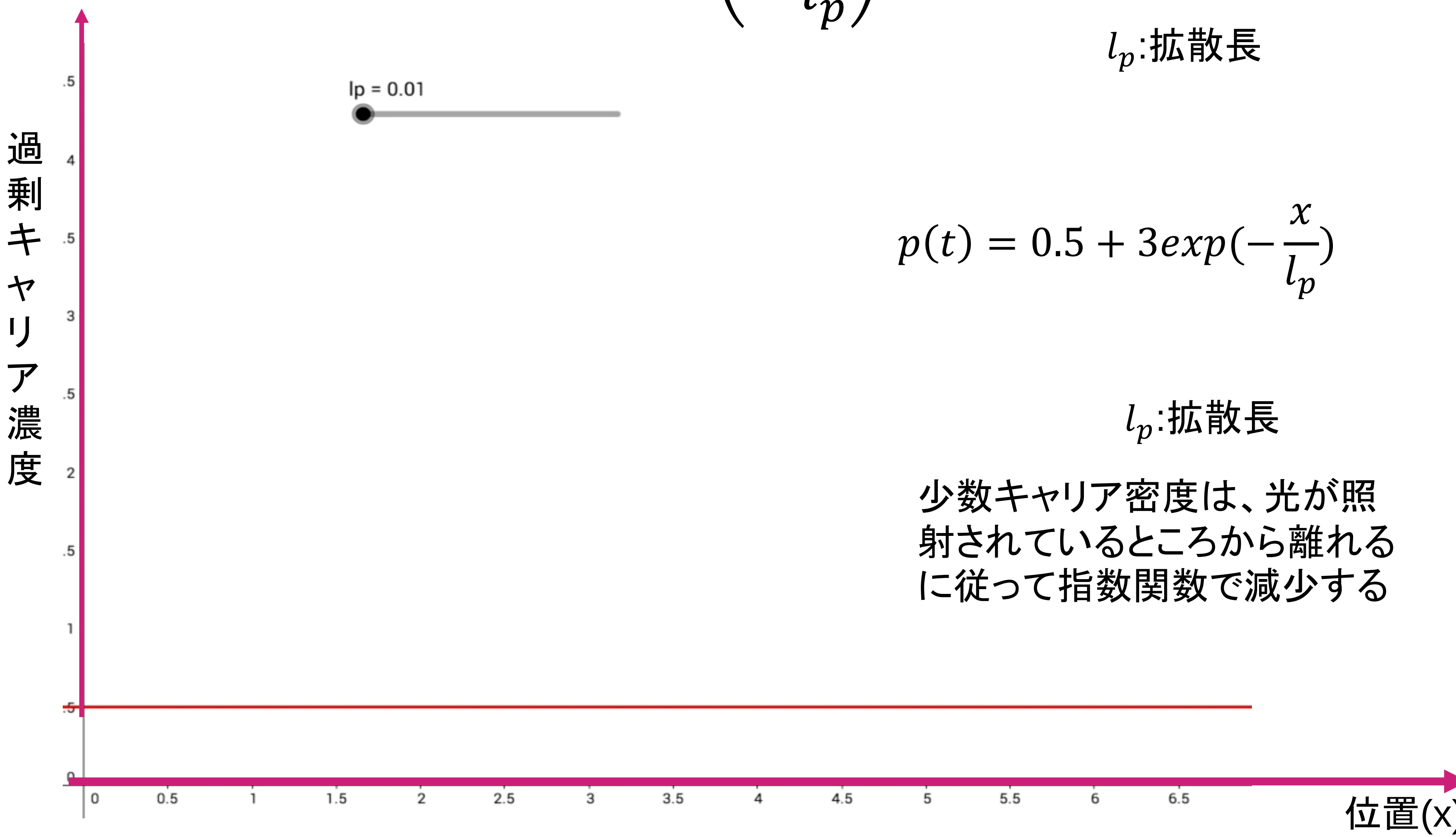
$$p(x) - p_0 = [p_{x=0} - p_0]\exp\left(-\frac{x}{\sqrt{D_p \tau_p}}\right)$$

# 例題3:過剰キャリアの位置依存性

$$p(x) = p_0 + [p_{x=0} - p_0]\exp\left(-\frac{x}{l_p}\right)$$

$$\boxed{\sqrt{D_p \tau_p} = l_p}$$

$l_p$:拡散長




$$p(t) = 0.5 + 3exp(-\frac{x}{l_p})$$

$l_p$:拡散長

少数キャリア密度は、光が照射されているところから離れるに従って指数関数で減少する

# 例題3：過剰キャリアによる電流



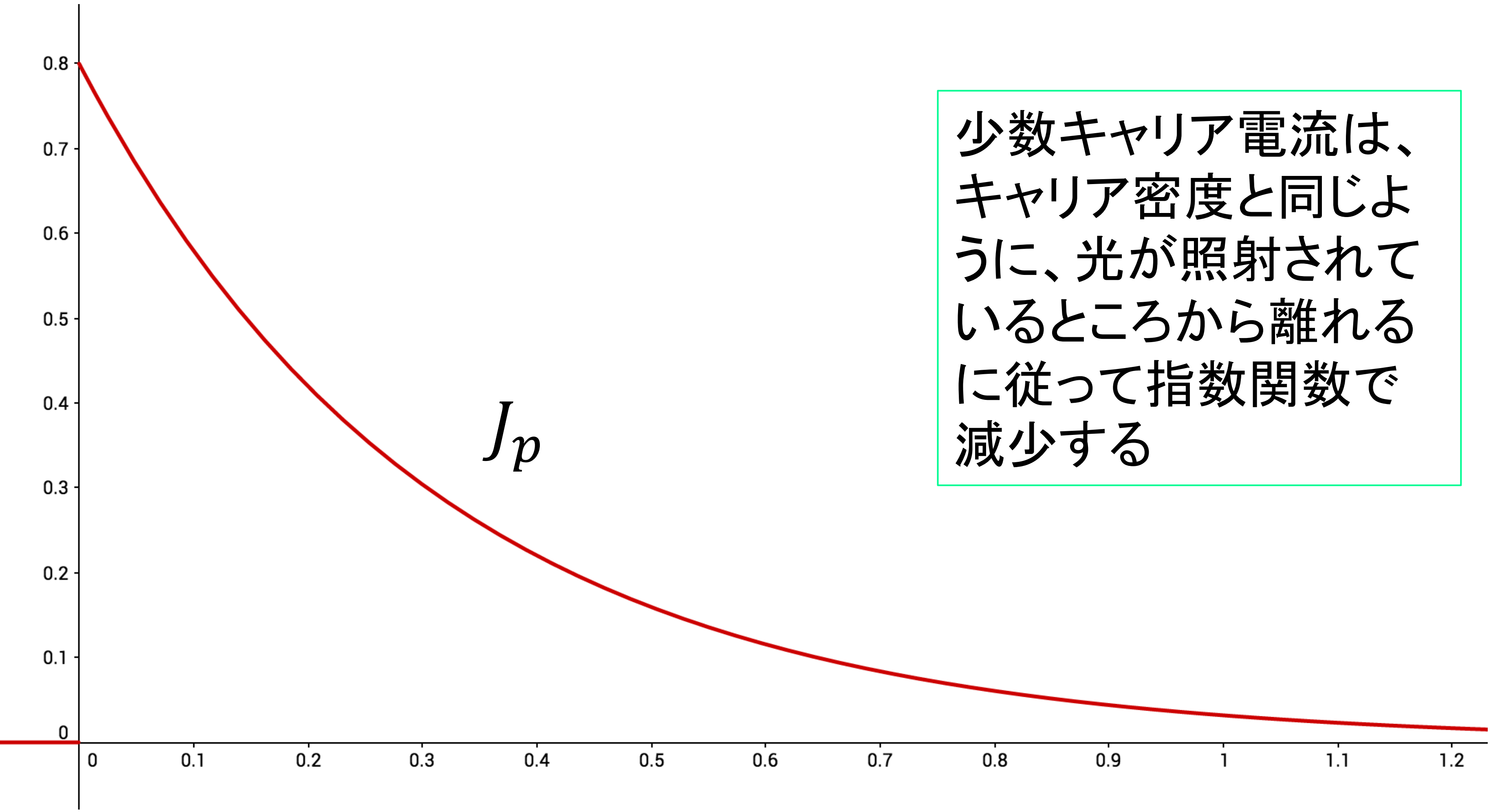
$$J_p = \cancel{qp(x)\mu_p E} - D_p \frac{\partial p(x)}{\partial x} q$$

$$p(x) = p_0 + [p_{x=0} - p_0]\exp\left(-\frac{x}{l_p}\right)$$

$$\frac{\partial p(x)}{\partial x} = -[p_{x=0} - p_0]\frac{1}{l_p}\exp\left(-\frac{x}{l_p}\right)$$

$$J_p = qD_p[p_{x=0} - p_0]\frac{1}{l_p}\exp\left(-\frac{x}{l_p}\right)$$

# 例題3：過剰キャリアによる電流

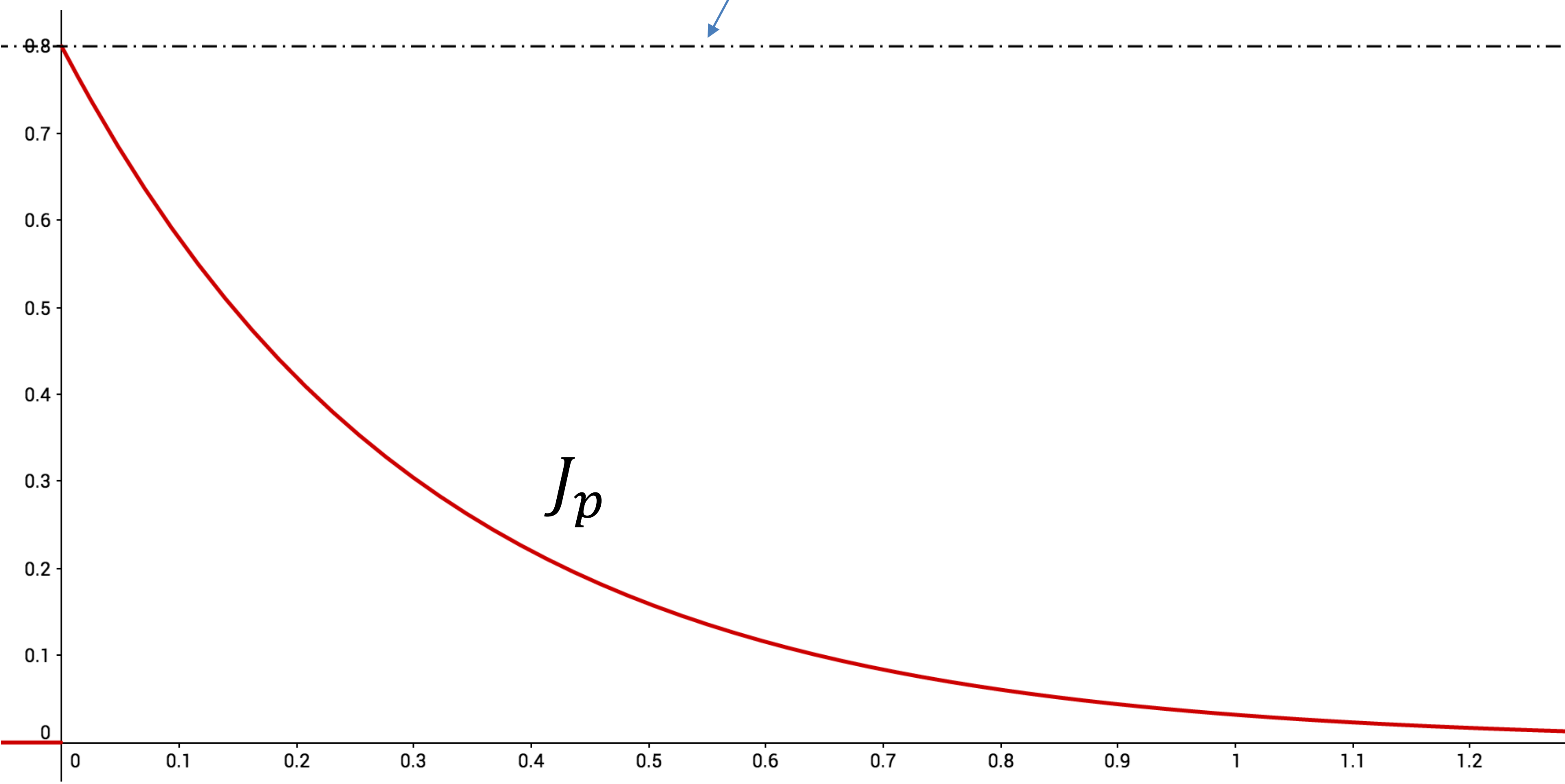



少数キャリア電流は、キャリア密度と同じように、光が照射されているところから離れるに従って指数関数で減少する

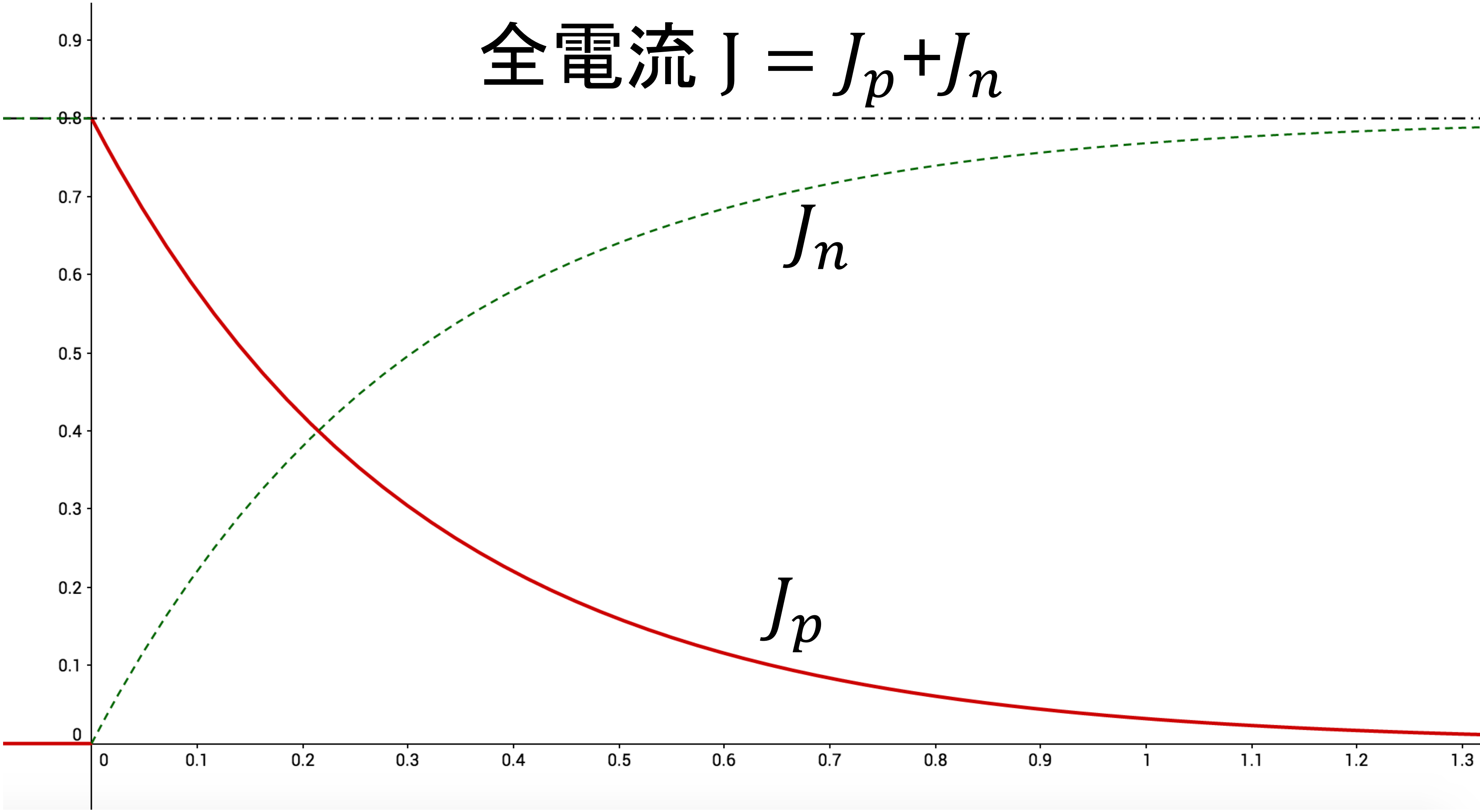
# 定常状態：電流連続性条件



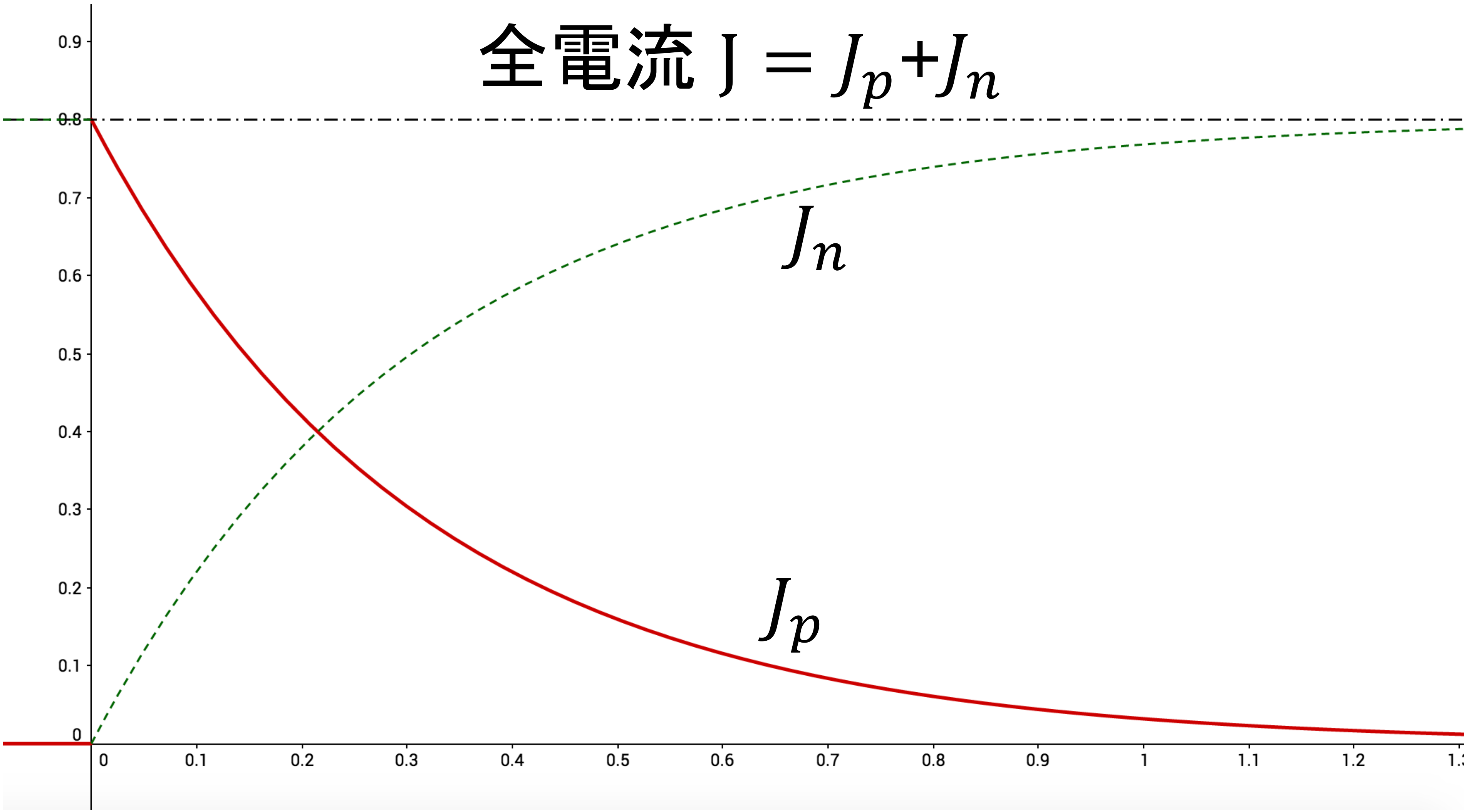
全電流が一定でないといけない



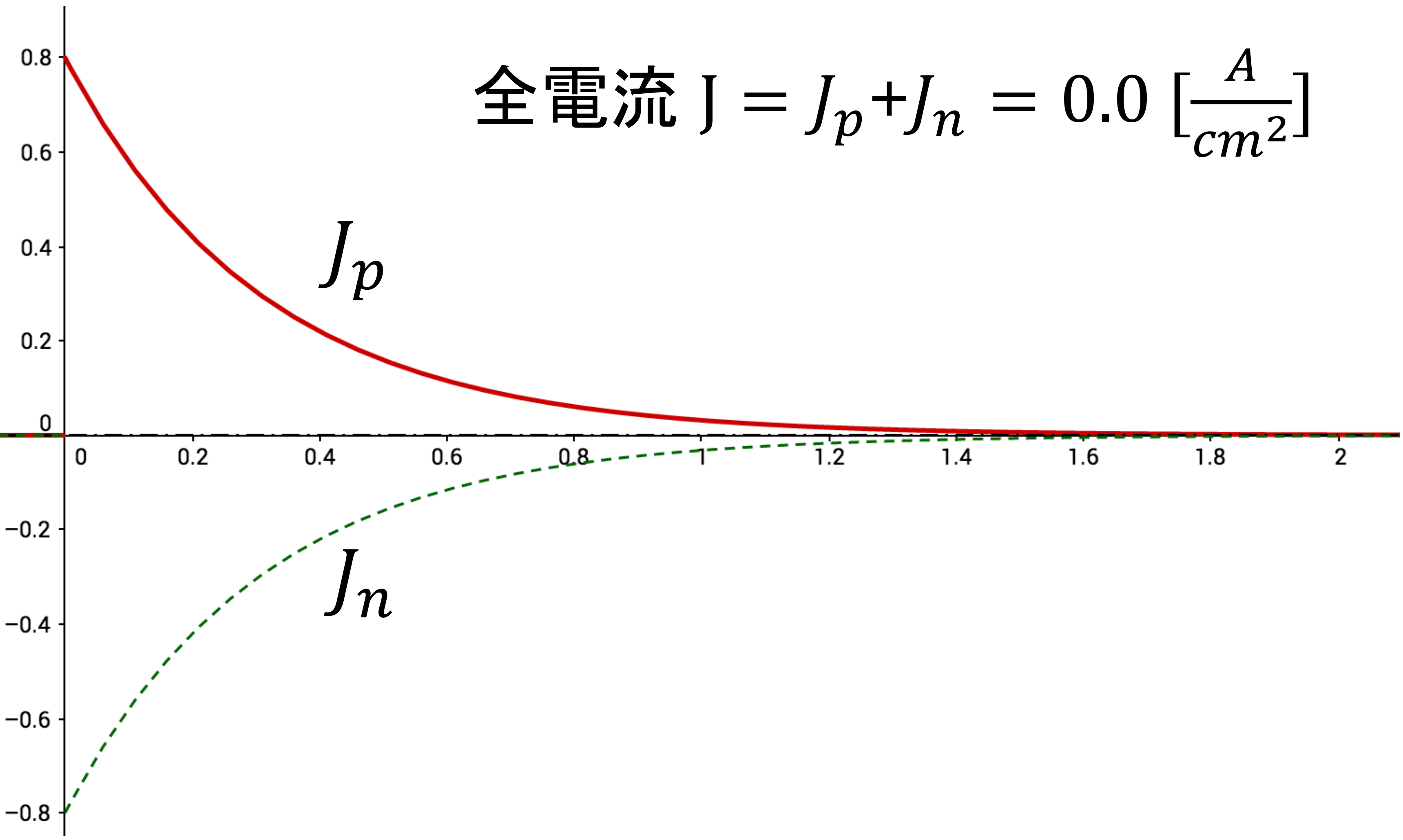
# 全電流 J $= J_p + J_n$


全電流 J $= J_p + J_n$
$J_n$
$J_p$
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
1.1
1.2
1.3

# $J_p$と$J_n$の関係


全電流 J = $J_p$+$J_n$
$J_n$
$J_p$
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
1.1
1.2
1.3

# $J_p$と$J_n$の関係



全電流 $J = J_p + J_n = 0.0\ [\frac{A}{cm^2}]$
$J_p$
$J_n$
0.8
0.6
0.4
0.2
0
−0.2
−0.4
−0.6
−0.8
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
2